فصل دوم

اجزاء مدار

عناصری که درساختمان مدارهای فشرده‌الکتریکی بکارمیروند عبارتند از: مقاومت ، دیود[1]، ترانزیستور ، لامپ خلاء ، خازن ، سلف ، ترانسفورماتور و غیره . هرعنصری به منظور استفاده از یک خاصیت اصلی فیزیکی طرح شده است . متأسفانه معمولاً ساختن یک عنصر فیزیکی که فقط یک خاصیت اصلی فیزیکی را نشان دهد ممکن نیست . مثلاً یک مقاومت ، جسم هادی دوسری است که انرژی الکتریکی را به‌انرژی‌حرارتی تبدیل میکند و ولتاژ $v(t)$ دوسرآن تنها به‌جریان $i(t)$ داخل آن بستگی دارد . این ، یک تصویر فیزیکی تقریبی است زیرا هرجریانی یک حوزه مغناطیسی ایجاد میکند و درنتیجه هرمقاومتی مقداری انرژی درحوزه مغناطیسی خود ذخیره مینماید . معمولاً انرژی ذخیره شده آنقدرکم است که میتوان آنرا درتجزیه تحلیل و طرح مدار نادیده‌گرفت . بنابراین ، یک مقاومت را تنها بطور تقریبی میتوان بعنوان مدلی که درقانون اهم[2] صدق میکند تصور نمود . این مدل‌سازی تقریبی نشان دهنده این واقعیت اساسی‌است که درتجزیه تحلیل وطرح مدارهای الکتریکی باید بادرنظرگرفتن «تقریب‌هائی»[3] ،مدلهای‌مناسبی‌را انتخاب نمود، زیرا مطالعه دقیق‌خواص فیزیکی‌اغلب عناصرمدار ، تقریباً امکان‌پذیر نیست. دراینجا، موقعیت ما نظیر فیزیک‌دانی‌است که نمیتواند تشکیلات آزمایشی مورد استفاده خود را بطور کاملاً دقیق توصیف‌کند. مثلاً ، او بمعرفی مفهوم یک ذره میپردازد ، با اینکه میداند هرشیئی فیزیکی دارای ابعاد فیزیکی‌است ، یا یک جسم سخت را تعریف میکند ، درصورتیکه کلیه اجسام درفیزیک دارای‌خواص الاستیک هستند. با روش مشابهی درتئوری مدار، عناصر ایده‌آلی (درمقابل عناصر فیزیکی) تعریف میشوندکه بعنوان **اجزاء مدار** (یا باختصار **اجزاء**) تلقی خواهند شد. کلیه این اجزاء مدار ، به مفهومی که درفصل اول بحث شد ، جزو عناصر فشرده خواهند بود . این عناصر ایده‌آل مدل‌های نظری هستندکه ما نتایج آزمایشهای خود را برحسب آنها تعبیر کرده مدارهای عملی را طرح خواهیم‌کرد. در این فصل، ما به تعریف وبحث دوبارهٔ خواص اجزاء مداری که دو سر دارند می‌پردازیم . این عناصر را **عناصر دوسر**[4] می‌نامیم . درفصل هشتم اجزاء مدار دیگری معرفی خواهند شدکه بیش از دوسر دارند .

---

1 — Diode
2 — Ohm's Law
3 — Approximations
4 — Two Terminal Elements

۱ - مقاومت‌ها

درفیزیک مقدماتی (فیزیک سال دوم) ، تنها مقاومتی که درقانون اهم صدق کند درنظر گرفته شد . یعنی ولتاژ دوسر چنین مقاومتی متناسب با جریانی است که از داخل آن میگذرد. وسائل الکترونیکی زیادی درمهندسی وجود دارند که درقانون اهم صدق نمیکنند ولی خواص مشابهی دارند . اینگونه وسائل بطور روز افزونی درسیستمهای کامپیوتر، کنترل و ارتباطات بکار میروند . بنابراین لازم است که شناسائی اجزاء اصلی یک مدار با دید وسیعتری انجام گیرد . با این‌طریق میتوان درتجزیه تحلیل وطرح مدارهای مختلفی که در زمان حال یا آینده ممکن است با آن مواجه شویم ، آمادگی بیشتری داشت .

یک عنصر دوسر را **مقاومت** گویند، اگر درهرلحظه t از زمان، ولتاژ $v(t)$ وجریان $i(t)$ آن در رابطه‌ای که درصفحهٔ vi (یا صفحه iv) بوسیلهٔ یک منحنی تعریف میشود صدق کنند. این منحنی، **مشخصهٔ[۱] مقاومت درلحظهٔ t** نامیده میشودومجموعهٔ مقادیری راکه جفت‌متغیرهای $v(t)$ و $i(t)$ درلحظهٔ t ممکن‌است‌دارا باشند معین‌میکند. معمولترین مقاومتی که بکار میرود مقاومتی است که مشخصه آن با زمان تغییر نمیکند، این مقاومت را **تغییر ناپذیر بازمان**[۲] گویند . مقاومتی را **تغییر پذیر بازمان**[۳] گویند که مشخصه آن با زمان تغییرکند. در دیاگرامهای مداری، یک مقاومت مانند شکل (۱ - ۱) کشیده میشود . درمورد یک مقاومت نکته‌اصلی آنست که بین مقدار «لحظه‌ای»[۴] ولتاژ ومقدار «لحظه‌ای» جریان رابطه‌ای‌وجود دارد. نمونهٔ مشخصه‌های مقاومت‌ها درشکل‌های (۲ - ۱) تا (۴ - ۱) ، شکل(۶ - ۱) وشکلهای(۸ - ۱) تا (۱۲ - ۱) نشان‌داده شده‌اند.

شکل۱-۱ - نمایش یک مقاومت ، ملاحظه‌کنید که جهت قراردادی ولتاژ و جهت قراردادی جریان، جهت‌های‌قراردادی متناظر هستند .

---

۱ — Characteristic

۲ — Time-invariant

۳ — Time-variant

۴ — Instantaneous

هرمقاومتی را میتوان برحسب آنکه خطی یا غیرخطی، تغییرپذیر بازمان ویا تغییرناپذیر بازمان باشد، به‌چهارطریق طبقه بندی نمود. مقاومتی‌را **خطی**(۱) گویند که در هرلحظه از زمان، مشخصه‌آن خط مستقیمی باشد که‌ازمبداء می گذرد. مقاومتی‌را که خطی نباشد **غیر خطی**(۲) گویند. اکنون به مطالعه جزئیات این چهار نوع مقاومت میپردازیم.

۱-۱- مقاومت خطی تغییر ناپذیر با زمان

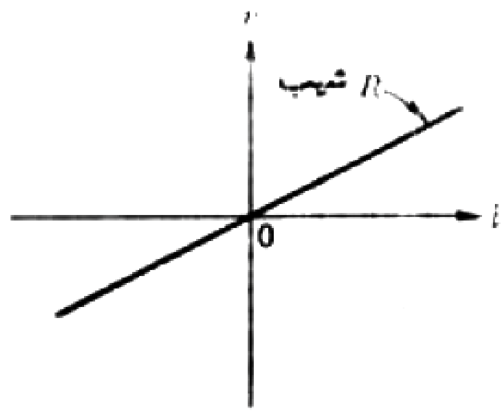
مقاومت خطی تغییر ناپذیر با زمان طبق تعریف، مقاومتی است که مشخصه آن خط مستقیمی باشد که ازمبدأ گذشته و با زمان تغییرنکند، طبق شکل(۲ - ۱). بنابراین رابطهٔ بین مقدار لحظه‌ای ولتاژ $v(t)$ و مقدار لحظه‌ای جریان $i(t)$ طبق قانون اهم بصورت زیر بیان میشود:

$$v(t)=R\,i(t) \qquad \text{یا} \qquad i(t)=G\,v(t) \tag{۱-۱}$$

که درآن:

$$R=\frac{1}{G} \tag{۱-۲}$$

R و G مقادیر ثابت بوده به v و i و t بستگی ندارند. R را **مقاومت**(۳) و G را **رسانائی**(۴) گویند. درمعادلات (۱ - ۱) و (۲ - ۱) واحدهای ولتاژ، جریان، مقاومت



شکل۲-۱ - مشخصه یک مقاومت «خطی» درهرلحظه خط مستقیمی است که از مبداء میگذرد. شیب R درصفحه iv، مقدار مقاومت را معین میکند.

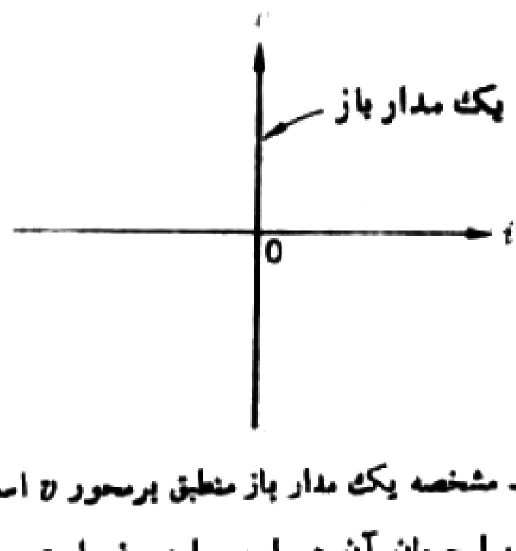
---

۱ — Linear
۲ — Nonlinear
۳ — Resistance
۴ — Conductance

و رسانائی بترتیب عبارتند از ولت ، آمپر ، اهم‌ومهو[۱] . توجه کنید که درمعادله (۱-۱)، رابطهٔ بین $i(t)$ و $v(t)$ برای‌یک‌مقاومت‌خطی تغییرناپذیر بازمان‌بوسیلهٔ یک «تابع خطی» بیان میشود. معادله اول(۱-۱)، $v(t)$ را بصورت یک تابع خطی $i(t)$ ومعادله دوم، $i(t)$ را بصورت یک تابع خطی $v(t)$ بیان‌میکند. چون مقاومت‌خطی تغییرناپذیر با زمان‌درمدارها اهمیت بسیاری دارد ازاین‌روعبارت زیر تأکید میشود : «یک‌مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان مقاومتی است که درقانون اهم داده شده درمعادله (۱-۱) صدق کند ، دراین معادله R و G مقادیر ثابت‌اند . »

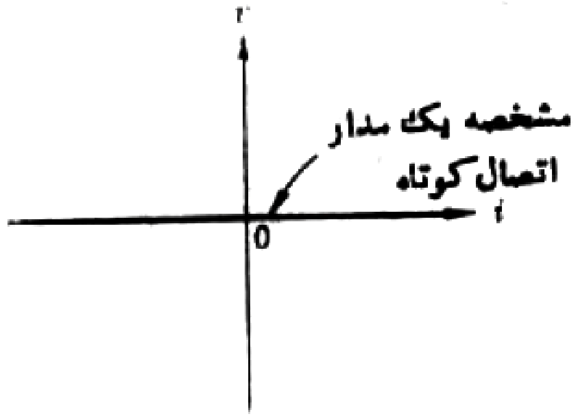
میتوان یک‌مقاومت کربنی[۲] را که درجه‌حرارت آن ثابت نگهداشته شده است بعنوان مدل یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان بیان نمود ، مشروط برآنکه حدود تغییرات ولتاژ وجریان‌آن بطورمناسبی‌محدود شود. آشکار است که اگر ولتاژ یا جریان بیش ازمقدار تعیین شده باشد مقاومت داغ شده وحتی ممکن‌است بسوزد.

دونمونه ویژه از مقاومتهای خطی تغییرناپذیر بازمان که موردتوجه خاص ما هستند عبارتند از «مدار باز[۳]» و «مدار با اتصال کوتاه[۴]» . یک عنصر دوسر را **مدار باز** گویند اگرجریان آن شاخه بازاء همه مقادیر ولتاژ شاخه مساوی صفر باشد . مشخصه یک مدار باز محور v درصفحهٔ vi میباشد طبق شکل(۱-۳). این‌مشخصه دارای شیب بینهایت یعنی $R=\infty$ و یا $G=0$ است . یک عنصر دوسر را **مدار با اتصال کوتاه**



شکل۳-۱ - مشخصه یک مدار باز منطبق برمحور v است زیرا جریان آن همواره مساوی‌صفر است .

۱ — Mho
۲ — Carbon-deposited
۳ — Open circuit
۴ — Short circuit



شکل ۴-۱ - مشخصه یک مدار با اتصال کوتاه برمحور i
منطبق است زیرا ولتاژ آن همواره مساوی صفر است.

گویند اگر ولتاژ آن شاخه بازاء همه مقادیر جریان شاخه مساوی صفر باشد . مشخصه یک مدار با اتصال کوتاه محور i ازصفحه iv است طبق شکل (۴-۱) . شیب این مشخصه صفر است یعنی $R=o$ و یا $G=\infty$.

تمرین - با استفاده از قوانین کیرشف درستی عبارتهای زیر را تصدیق کنید :

الف : شاخه‌ای که ازاتصال سری یک‌مقاومت R ویک مدار باز تشکیل میشود دارای مشخصهٔ یک مدار باز است .

ب : شاخه‌ای که ازاتصال سری یک مقاومت R ویک مدار با اتصال کوتاه تشکیل میشود دارای مشخصهٔ مقاومت R است .

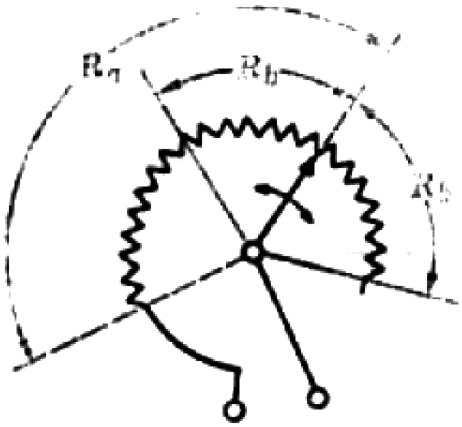
پ : شاخه‌ای که از اتصال موازی یک مقاومت R و یک مدار باز تشکیل میشود دارای مشخصهٔ مقاومت R است .

ت : شاخه‌ای که ازاتصال موازی یک‌مقاومت R ویک‌مدار با اتصال کوتاه تشکیل میشود دارای مشخصهٔ مدار با اتصال کوتاه است .

۲-۱- مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان

مشخصهٔ یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان با معادله‌های زیر توصیف میشود :

$$\boxed{v(t)=R(t)\ i(t) \quad \text{یا} \quad i(t)=G(t)\ v(t)} \qquad (۱-۲)$$

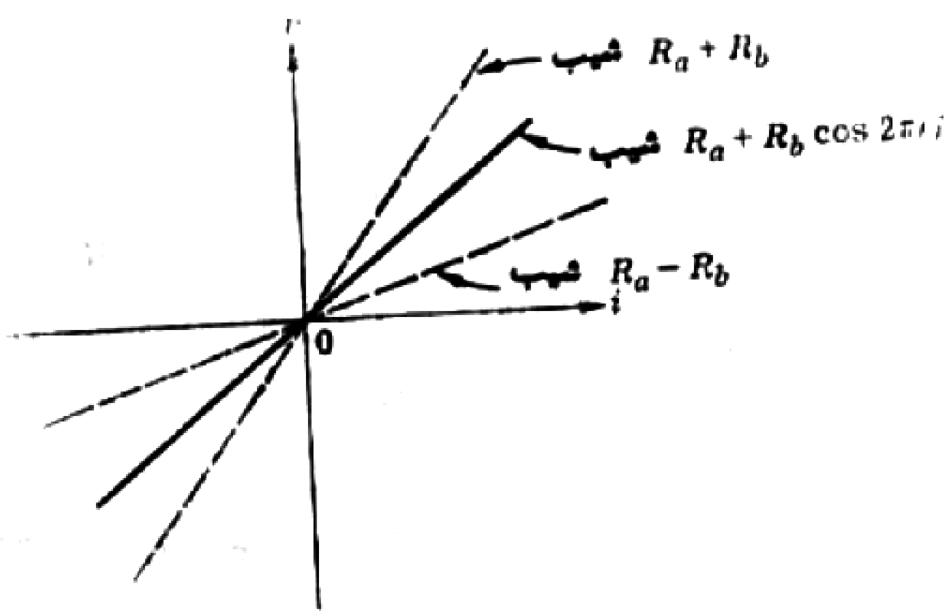


شکل۵-۱ - یک پتانسیومتر با اتصال لغزنده، نمونه‌ای ازیک مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان‌است

$$R(t)=R_a+R_b \cos 2\pi f t$$

که درآن $R(t)=\dfrac{1}{G(t)}$. واضح است که مشخصه درشرط خطی بودن‌صدق کرده ولی با زمان تغییر میکند . یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان درشکل (۵ - ۱) نشان داده شده است . اتصال لغزندهٔ پتانسیومتر[1] بوسیلهٔ یک سروموتور[2] بجلو و عقب حرکت میکند بطوریکه در زمان t مشخصه بصورت زیر است :

$$\boxed{v(t)=(R_a+R_b \cos 2\pi f t)\ i(t)} \qquad (1-4)$$



شکل۶-۱ - مشخصهٔ پتانسیومتر شکل (۵-۱) درلحظه t

۱ — Potentiometer ۲ — Servomotor

که درآن R_a ، R_b و f مقادیر ثابت بوده و $R_a > R_b > 0$ است. مشخصهٔ این مقاوت خطی تغییرپذیر بازمان درصفحه iv خط مستقیمی است که درتمام لحظات ازبداء میگذرد، معهذا شیب آن درهرلحظه به زمان t بستگی دارد . با تغییر زمان ، مشخصه بین دو خط باشیب های $R_a + R_b$ و $R_a - R_b$ بجلو وعقب نوسان میکند، مطابق شکل(۱-٦) .

مثال ۱- مقاومتهای خطی تغییرپذیر با زمان با مقاومتهای خطی تغییرناپذیر بازمان یک فرق اساسی دارند. برای بررسی این موضوع گیریم که $i(t)$ یک تابع سینوسی بافرکانس f_1 باشد ، یعنی :

$$i(t) = A \cos 2\pi f_1 t \tag{۱-۵}$$

که درآن A و f_1 مقادیر ثابت هستند . دراینصورت، برای یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان با مقاومت R ، ولتاژ شاخه که ازاین جریان ناشی میشود طبق قانون اهم بصورت زیر میباشد :

$$v(t) = RA \cos 2\pi f_1 t \tag{۱-٦}$$

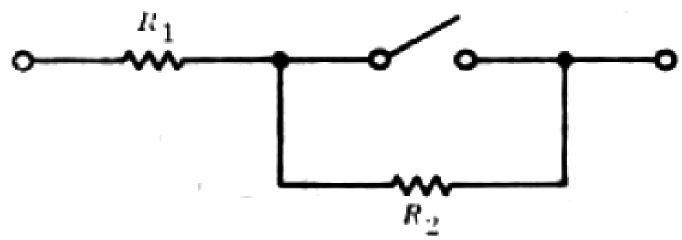
بنابراین جریان ورودی و ولتاژ خروجی هردو سینوسی بوده و دارای فرکانس «یکسان» f_1 هستند. ولی درمورد یک مقاومت‌خطی تغییرپذیر بازمان نتیجه دیگری بدست میآید. برای یک مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان که توسط رابطه(۱-۴) مشخص شده ، ولتاژ شاخه که‌از جریان سینوسی داده شده درمعادله (۱-۵) ناشی میشود عبارتست از :

$$\begin{aligned} v(t) &= (R_a + R_b \cos 2\pi f t) A \cos 2\pi f_1 t \\ &= R_a A \cos 2\pi f_1 t + \frac{R_b A}{2} \cos 2\pi (f+f_1) t + \frac{R_b A}{2} \cos 2\pi (f-f_1) t \end{aligned} \tag{۱-۷}$$

ملاحظه میشود که این‌مقاومت خاص تغییرپذیر با زمان، میتواند سیگنالهائی با دوفرکانس جدید تولید نماید که این فرکانسها به ترتیب‌مساوی مجموع و تفاضل فرکانسهای سیگنال ورودی و فرکانس مقاومت تغییرپذیر با زمان میباشد. بنابراین مقاومتهای خطی تغییرپذیر بازمان‌را میتوان برای‌ایجاد یا تبدیل سیگنالهای سینوسی بکار برد . این‌خاصیت مقاومتهای خطی‌تغییرپذیر بازمان‌را «مدولاسیون(۱)» گویند که درسیستمهای ارتباطی‌اهمیت بسزائی‌دارد.

---

۱ — Modulation



شکل۷-۱ - مدل یک کلید فیزیکی که هنگام باز شدن دارای مقاومت R_1+R_2 وهنگام بسته شدن دارای مقاومت R_1 میباشد. معمولاً R_1 خیلی کوچک و R_2 بسیار بزرگ است.

مثال ۲- میتوان یک کلید(۱) را بعنوان یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان درنظر گرفت که مقاومت آن هنگام باز و بسته شدن، از یک مقدار به مقدار دیگر تغییر میکند. یک کلید ایده‌آل هنگام باز بودن بصورت یک مدار باز و هنگام بسته بودن بصورت یک مدار با اتصال کوتاه میباشد. یک کلید عملی(۲) را میتوان با مدلی که از یک کلید ایده‌آل و دومقاومت تشکیل شده طبق شکل (۷ - ۱) نشان داد. کلیدی که بطور متناوب در فواصل منظم باز و بسته میشود یک عنصر مهم درسیستمهای ارتباطی دیجیتال است.

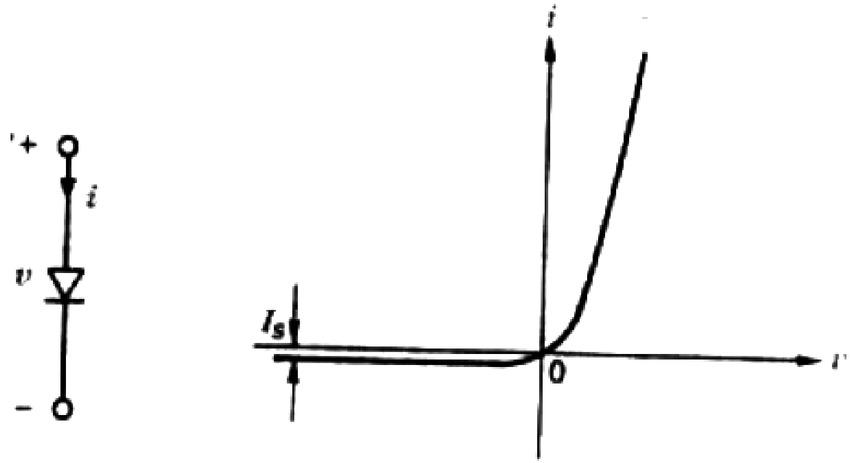
۳-۱- مقاومت غیرخطی

دیدیم مقاومتی را که خطی نباشد غیرخطی گویند. یک مثال نمونه‌ای از مقاومت غیرخطی دیود ژرمانیوم است. درمورد دیود پیوندی pn -(۳) که درشکل (۸ - ۱) نشان داده شده است جریان شاخه، یک تابع غیرخطی از ولتاژ شاخه و بصورت رابطه زیر است:

$$\boxed{i(t)=I_s\left(e^{qv(t)/kT}-1\right)} \qquad (1-8)$$

که درآن I_s مقدار ثابتی است که نشان‌دهنده جریان اشباع معکوس(۴) میباشد، یعنی جریان دیودوقتی که دیود درجهت عکس بایک ولتاژبزرگ بایاس(۵) شده باشد (یعنی با v منفی).

۱ — Switch
۲ — Practical
۳ — Junction Diode
۴ — Reverse saturation
۵ — Biased



شکل ۸-۱ - نمایش یک دیود پیوندی - pn و مشخصهٔ آن که درصفحه vi رسم شده است .

پارامترهای دیگر رابطه (۸ - ۱) عبارتند از q (بار یک الکترون) ، k (ثابت بولتزمن) و T (درجه حرارت برحسب کلون) . در درجه حرارت‌اطاق، مقدار kT/q تقریباً مساوی ۰٫۰۲۶ ولت است . مشخصهٔ صفحه vi نیز درشکل (۸ - ۱) نشان داده شده است.

تمرین- نمونهٔ مشخصهٔ یک‌دیودپیوندی - pn را درصفحه vi با استفاده ازمعادله (۸-۱) که‌درآن $I_s = 10^{-4}$ آمپر و $kT/q \cong 0.026$ ولت‌است رسم نمائید .

مقاومت غیرخطی بعلت غیرخطی بودنش دارای‌مشخصه‌ای نیست که درتمام‌لحظات یک خط مستقیم گذرنده از مبداء صفحه vi باشد. مثالهای نمونه‌ای دیگری دربارهٔ وسائل غیرخطی دو سر ، که بتوان مدل‌آنها را بصورت یک مقاومت غیرخطی درنظرگرفت عبارتند از دیود تونلی[1] و لامپ گازدار[2]، که مشخصهٔ آنها درصفحهٔ vi در شکل‌های (۹ - ۱) و (۱۰ - ۱) نشان‌داده شده است. توجه کنید که درحالت‌اول، جریان i تابعی (تک‌ارز[3]) از ولتاژ v است ودرنتیجه میتوان نوشت :

$$\boxed{i = f(v)}$$

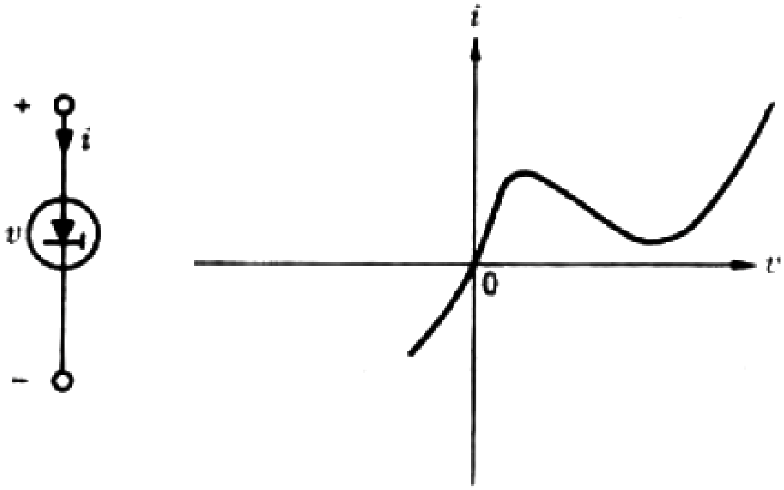
درحقیقت همانطورکه درمشخصه نشان‌داده شده است بازاء هرمقدار ولتاژ v ، یک و تنها

---

۱ — Tunnel diode

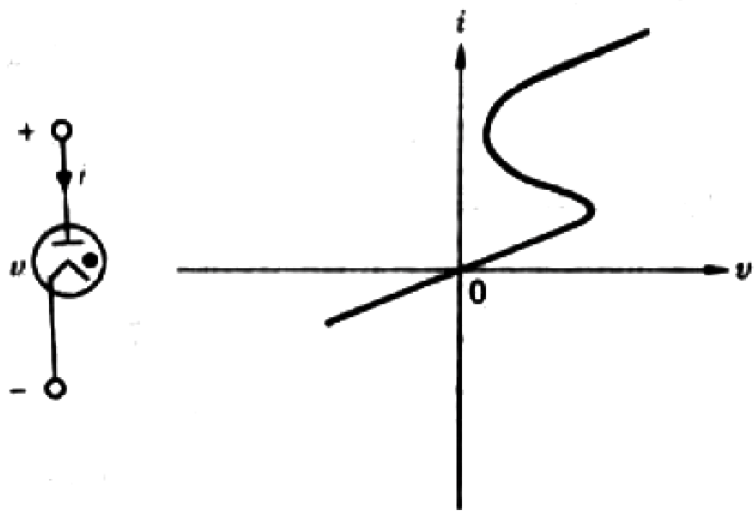
۲ — Gas tube

۳ — Single-valued



شکل۹-۱ - نمایش یک دیود تونلی ومشخصهٔ آن
که درصفحه vi رسم شده است .

یک مقدار ممکن برای جریان وجود دارد* . چنین مقاومتی را **کنترل شده بوسیله ولتاژ**(۱) نامند. ازطرف دیگر ، درمشخصهٔ لامپ گازدار ولتاژ v یک تابع (تک ارز) از جریان i است زیرا برای هرمقدار i ، یک و تنها یک مقدار ممکن برای v وجود دارد.



شکل۱۰-۱ - نمایش یک دیودگازدار ومشخصهٔ آن
که درصفحه vi رسم شده است .

* به بخش ۲ - ۱ ازضمیمه الف مراجعه شود .

۱ — Voltage-controlled

بنابراین میتوان نوشت :

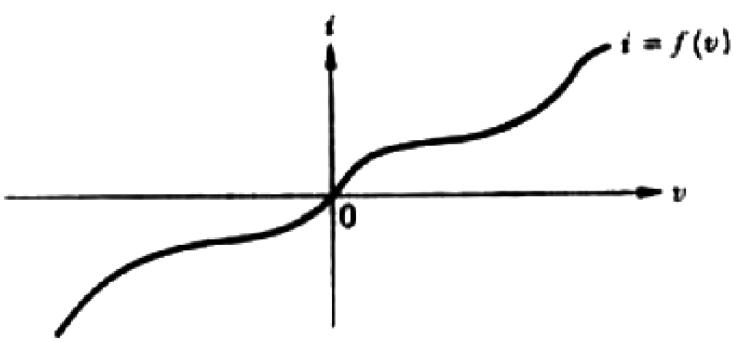
$$\boxed{v=g(i)}$$ مقاومت کنترل شده بوسیله جریان

چنین مقاومتی‌را **کنترل‌شده بوسیلهٔ جریان**(۱) نامند. این وسایل غیرخطی دارای یک خاصیت یکتا(۲) میباشند وآن اینکه، شیب مشخصه‌درقسمتی از دامنه تغییرات‌ولتاژ یاجریان منفی‌است وبه‌این‌جهت‌آنها را اغلب وسایل بامقاومت‌منفی‌مینامند که‌درمدارهای‌الکترونیکی دارای اهمیت زیادی میباشند . ازاین وسایل میتوان درمدارهای تقویت‌کننده ، نوسان‌ساز و مدارهای کامپیوتر استفاده کرد. دیود، دیود تونلی و لامپ گازدار مقاومتهای تغییرناپذیر با زمان میباشند، زیرا مشخصهٔ آنها با زمان تغییر نمیکند.

یک مقاومت غیرخطی میتواند هم بوسیله ولتاژ و هم بوسیله جریان همانطوریکه در شکل (۱۱ - ۱) دیده میشود کنترل شود، چنین مقاومتی‌را میتوان با با :

و یا با :
$$\begin{cases} i=f(v) \\ v=g(i)=f^{-1}(i) \end{cases}$$

مشخص نمود که درآن g تابع معکوس f است . توجه کنید که شیب df/dv درشکل (۱۱-۱) بازاء تمام مقادیر v مثبت‌است، چنین‌مشخصه‌ای را «افزایشی یکنوا»(۳) گویند. مقاومت خطی با مقاومت مثبت حالت خاصی از چنین مقاومتی است که دارای مشخصهٔ



شکل۱۱-۱ - مقاومتی که دارای مشخصهٔ افزایشی یکنوا بوده وهم بوسیله‌ولتاژوهم بوسیله‌جریان کنترل‌میشود.

---

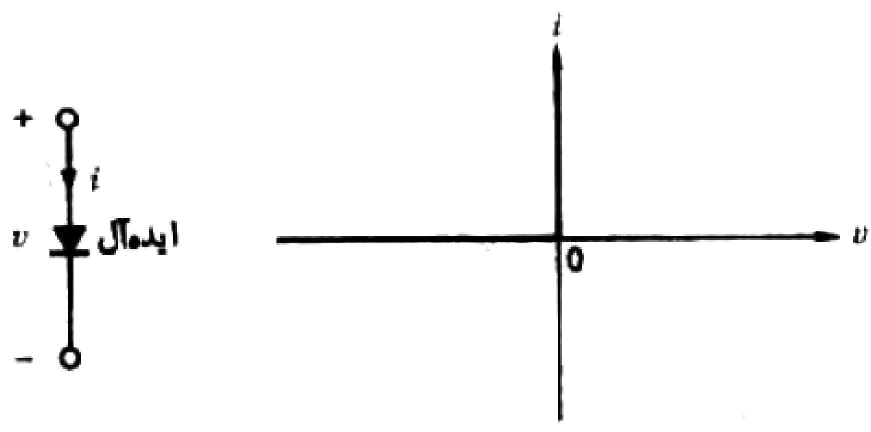
۱ — Current-controlled　　۲ — Unique

۳ — Monotonically increasing

افزایشی یکنوا بوده ، هم بوسیله ولتاژ وهم بوسیله جریان کنترل میشود .

برای تجزیه و تحلیل مدارهای با مقاومت غیرخطی ، اغلب از روش تقریب خطی تکه‌ای[1] استفاده میشود. دراین تقریب، مشخصه‌های غیرخطی بطورتقریبی بصورت قطعه خطهای مستقیم تکه تکه درنظر گرفته میشوند. مدلی که اغلب درتقریب خطی تکه‌ای مورد استفاده قرار میگیرد **دیود ایده‌آل** است . یک مقاومت غیرخطی دو سر را دیود ایده‌آل نامند اگر مشخصهٔ آن درصفحهٔ vi از دو نیم خط مستقیم ، محور v منفی و محور i مثبت ، تشکیل شده باشد. نمایش یک دیود ایده‌آل و مشخصهٔ آن در شکل (۱۲ - ۱) نشان داده شده است . وقتی $v<0$ باشد $i=0$ است ، یعنی برای ولتاژهای منفی ، دیود ایده‌آل مثل مدار باز عمل میکند . وقتی $i>0$ باشد $v=0$ است ، یعنی برای جریانهای مثبت ، دیود ایده‌آل مثل یک مدار با اتصال کوتاه عمل میکند .

دراینجا مناسب است که یک خاصیت متمایز مقاومت خطی که غالباً درمقاومت غیرخطی وجود ندارد معرفی شود. مقاومتی را **دوطرفه**[2] نامند که مشخصهٔ آن یک منحنی متقارن نسبت به مبداء باشد . بعبارت دیگر، هرگاه نقطهٔ (i و v) روی مشخصه باشد نقطه ($-i$ و $-v$) نیز روی مشخصه قرار گیرد. واضح است که تمام مقاومتهای خطی دوطرفه هستند ولی اغلب مقاومتهای غیرخطی دوطرفه نیستند. پی‌بردن به نتایج فیزیکی خاصیت دوطرفه



شکل ۱۲-۱ - نمایش یک دیود ایده‌آل ومشخصهٔ آن که درصفحه vi رسم شده است .

۱ — Piecewise linear approximation ۲ — Bilateral

بودن حائز اهمیت است. درمورد یک عنصر دوطرفه لزومی ندارد که دوسر آن از همدیگر متمایز گردند ومیتوان عنصر را بهردوطریق به بقیه مدار وصل نمود. حال آنکه برای عنصری که دوطرفه نباشد مانند یک دیود، باید سرهایش دقیقاً از هم متمایز گردند.

تمرین ۱- نشان دهید که آیا مشخصه های شکلهای (۲ - ۱) تا (۴ - ۱)، شکل (۶ - ۱) و شکلهای (۸ - ۱) تا (۱۲ - ۱) دوطرفه هستند.

تمرین ۲- مشخصهٔ یک مقاومت غیرخطی دوطرفه را رسم کنید.

به منظور تشریح نحوهٔ کار یک مقاومت غیرخطی و بخصوص تأکید بروی اختلاف آن با یک مقاومت خطی، مثال زیر ذکر میشود.

مثال- یک مقاومت فیزیکی که مشخصهٔ آنرا بتوان بطور تقریب بامقاومت غیرخطی زیر تعریف نمود درنظر گیرید.

$$v=f(i)=50\,i+0.5\,i^3$$

که درآن v برحسب ولت و i برحسب آمپر است.

الف - گیریم v_1 و v_2 و v_3 ولتاژهای متناظر با جریانهای:

$$i_1=2 \quad و \quad i_2(t)=2\sin 2\pi 60 t \quad و \quad i_3=10$$

آمپر باشند. v_1 و v_2 و v_3 را حساب کنید. چه فرکانسهائی در v_2 وجود دارند؟ گیریم v_{12} ولتاژ متناظر با جریان i_1+i_2 باشد آیا $v_{12}=v_1+v_2$ است؟ گیریم v'_2 ولتاژ متناظر با جریان ki_2 باشد که درآن k یک مقدار ثابت است آیا $v'_2=kv_2$ است؟

ب - فرض کنید فقط جریانهای حداکثر تا mA ۱۰ (میلی‌آمپر) را درنظر گرفته بودیم. اگر برای محاسبهٔ تقریبی v، بجای مقاومت غیرخطی یک مقاومت خطی ۵۰ اهمی درنظر میگرفتیم حداکثر درصد خطا برای v چقدر میشد؟

حل- همه ولتاژهای زیر برحسب ولت میباشند.

الف.

$$v_1=50\times 2+0.5\times 8=104$$

$$v_2(t)=50\times 2\sin 2\pi 60 t+0.5\times 8\sin^3 2\pi 60 t$$

$$=100\sin 2\pi 60 t+4\sin^3 2\pi 60 t$$

با بخاطر آوردن اینکه برای تمام مقادیر θ ، $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ ، نتیجه میشود :

$$v_2(t) = 100 \sin 2\pi 60 t + 3 \sin 2\pi 60 t - \sin 2\pi 180 t$$

$$= 103 \sin 2\pi 60 t - \sin 2\pi 180 t$$

$$v_2 = 50 \times 10 + 0.05 \times 1000 = 1000$$

فرکانسهای موجود در v_2 عبارتند از $60\ \mathrm{Hz}$ (فرکانس‌اصلی) و $180\ \mathrm{Hz}$ (هارمونیک سوم فرکانس i_2) .

$$v_{12} = 50\,(i_1 + i_2) + 0.05\,(i_1 + i_2)^3$$

$$= 50\,(i_1 + i_2) + 0.05\,(i_1^3 + i_2^3) + 0.05\,(i_1 + i_2)\, 3\, i_1 i_2$$

$$= v_1 + v_2 + 1.5\, i_1 i_2\, (i_1 + i_2)$$

واضح است که $v_{12} \neq v_1 + v_2$ و اختلاف آنها بصورت زیر است :

$$v_{12} - (v_1 + v_2) = 1.5\, i_1 i_2\, (i_1 + i_2)$$

ازاینرو :

$$v_{12}(t) - [v_1(t) + v_2(t)] = 1.5 \times 2 \times 2 \sin\,(2\pi 60 t) \times (2 + 2 \sin 2\pi 60 t)$$

$$= 12 \sin 2\pi 60 t + 12 \sin^2 2\pi 60 t$$

$$= 6 + 12 \sin 2\pi 60 t - 6 \cos 2\pi 120 t$$

بنابراین v_{12} هارمونیک «سوم» وهمچنین هارمونیک «دوم» را دارا میباشد .

$$v'_2 = 50\, k\, i_2 + 0.05\, k^3\, i_2^3 = k(50\, i_2 + 0.05\, i_2^3) + 0.05\, k(k^2 - 1)\, i_2^3$$

بنابراین :

$$v'_2 \neq k v_2$$

و :

$$v'_2 - k v_2 = 0.05\, k\,(k^2 - 1)\, i_2^3 = 4k\,(k^2 - 1) \sin^3 2\pi 60 t$$

ب ـ برای $i = 10\,mA$ داریم :

$$v = 50 \times 0.01 + 0.5\,(0.01)^3 = 0.5\,(1 + 10^{-6})$$

باجریان حداکثر ۱۰mA ، درصد خطا بخاطر تقریب خطی مساوی ۰٫۰۰۰۱ میباشد وبنابراین برای جریانهای کوچک، مقاومت غیرخطی را میتوان بایک مقاومت خطی ۵۰ اهمی تقریب نمود .

این مثال بعضی از خواص اصلی مقاومتهای غیرخطی را نشان میدهد . اول اینکه، ملاحظه میشود که یک مقاومت غیرخطی میتواند سیگنالهائی با فرکانس های متفاوت از فرکانس سیگنال ورودی تولید نماید و ازاین نظر شبیه مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان است که قبلاً درمورد آن بحث شد . دوم اینکه، اغلب میتوان مدل یک مقاومت غیرخطی را بطور تقریبی با یک مقاومت خطی جایگزین نمود بشرطی که دامنه تغییرات کار آن باندازهٔ کافی کوچک باشد. سوم اینکه، محاسبات بروشنی نشان میدهد که خاصیت همگنی وخاصیت جمع پذیری[1] هیچ یک صادق نیستند* . درضمیمه الف خواهیم دید که تابع f را **همگن** گویند اگر بازاء همه مقادیر x درمیدان آن و برای هرمقدار عددی α داشته باشیم :

$$f(\alpha x) = \alpha f(x)$$

تابع f را **جمع پذیر** گویند اگر بازاء هرجفت عنصر x_1 و x_2 درمیدان آن داشته باشیم:

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

تابعی را **خطی** گویند که (۱) میدان[2] و دامنه[3] تغییرات آن فضاهای خطی باشند . (۲) همگن باشند . (۳) جمع پذیر باشند .

بالاخره یک مقاومت غیرخطی را میتوان برحسب اینکه تغییرناپذیر بازمان ویاتغییرپذیر بازمان باشد طبقه بندی نمود. بعنوان مثال، اگر یک دیود ژرمانیوم غیرخطی را دریک ظرف روغن غوطه ور نموده و درجه حرارت آنرا طبق برنامه معینی تغییردهیم دیود ژرمانیوم دارای مشخصهٔ یک مقاومت غیرخطی تغییرپذیر با زمان خواهد شد .

---

* به بخش ۳ـ۲ ضمیمه الف مراجعه شود .

۱ — Additivity

۲ — Domain

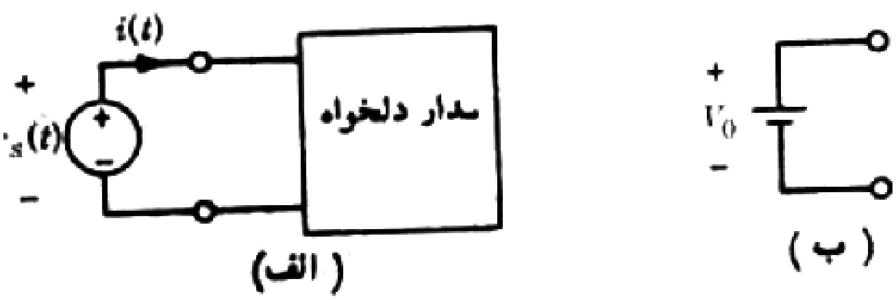
۳ — Range

۲- منابع نابسته

دراین بخش دو عنصر جدید ، منبع ولتاژ نابسته[۱] و منبع جریان نابسته معرفی میشود. منابع ولتاژ و جریان «نابسته» را برای متمایز ساختن آنها ازمنابع «وابسته[۲]» که بعداً با آنها مواجه خواهیم شد بیان میکنیم. برای سهولت، اغلب واژه‌های « منبع ولتاژ » و « منبع جریان » را بدون صفت « نابسته » بکار خواهیم برد . این عمل نباید موجب اشتباه گردد زیرا هرگاه بامنابع وابسته مواجه شویم صریحاً بیان‌میکنیم که آنها منابع وابسته هستند .

۲-۱- منبع ولتاژ

یک عنصر دوسر را **منبع ولتاژ نابسته** گویند اگر یک ولتاژ معین $v_s(t)$ را در دوسر یک مدار دلخواه که بآن وصل شده‌است نگهدارد ، یعنی صرفنظر از جریان $i(t)$ که از داخل آن میگذرد ولتاژ دوسر آن بمقدار $v_s(t)$ بماند . توصیف کامل منبع ولتاژ لازم میدارد که مشخصات تابع v_s معین شود. نمایشهای منبع ولتاژ ومداردلخواهی که بآن‌وصل شده است درشکل (۱-۲ الف) نشان داده شده‌اند. اگر ولتاژ معین v_s ثابت باشد (یعنی وابسته بزمان نباشد) ، این منبع ولتاژ را یک « منبع ولتاژ ثابت » نامیده* و مانند شکل (۱-۲ ب) نمایش میدهند .



شکل۱-۲ - (الف) منبع ولتاژ نابسته که بیک مدار دلخواه وصل‌شده است.
(ب) نمایش یک منبع ولتاژ ثابت با ولتاژ V_0

---

* یک منبع ولتاژ ثابت را اغلب منبع dc ویا بطور ساده‌تر یک باتری مینامند.

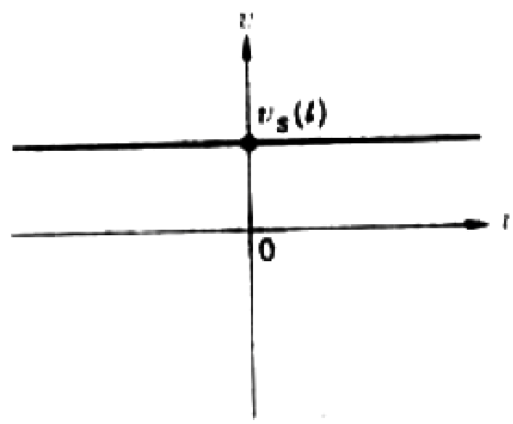
۱ — Independent Voltage source
۲ — Dependent

بکار بردن جهت‌های قراردادی برای ولتاژ شاخه وجریان شاخهٔ یک منبع نابسته که «مخالف جهت‌های قراردادی متناظر» میباشند معمول و راحت‌تر است. تحت این شرایط، حاصلضرب $v_s(t)\, i_s(t)$ توانی است که منبع فوق به مدار دلخواهی که بآن وصل شده است «تحویل میدهد» (بهشکل (۱-۲ الف) مراجعه شود).

منبع ولتاژ بنا به تعریف آن، درلحظه t دارای مشخصه‌ای بصورت یک خط مستقیم موازی با محور i و بعرض $v_s(t)$ درصفحه iv میباشد، مانند شکل (۲-۲). یک منبع ولتاژ را میتوان بعنوان یک مقاومت غیرخطی درنظرگرفت زیرا هروقت $v_s(t) \neq 0$ باشد خط مستقیم از مبداء عبور «نمی کند». منبع ولتاژ یک‌مقاومت‌غیرخطی کنترل شده باجریان است، زیرا برای هرمقدار جریان یک ولتاژمنحصر بفرد متناظراست. اگر v_s یک مقدار ثابت نباشد منبع ولتاژ تغییرپذیر با زمان واگر v_s یک مقدار ثابت باشد تغییرناپذیر بازمان‌است.

«اگر ولتاژ v_s یک منبع ولتاژ متحد باصفر باشدمنبع‌ولتاژ معادل یک مدار با اتصال کوتاه میباشد». درحقیقت مشخصهٔ این منبع برمحور i منطبق بوده و بازاء تمام مقادیر جریان درون آن، ولتاژ دوسرآن صفر است.

در دنیای فیزیکی‌دستگاهی بعنوان منبع‌ولتاژ نابسته وجودندارد* . معهذا دستگاههای



شکل۲-۲ - مشخصهٔ یک منبع ولتاژ درلحظه t . یک منبع ولتاژ را میتوان بعنوان یک مقاومت غیرخطی کنترل شده با جریان درنظرگرفت .

---

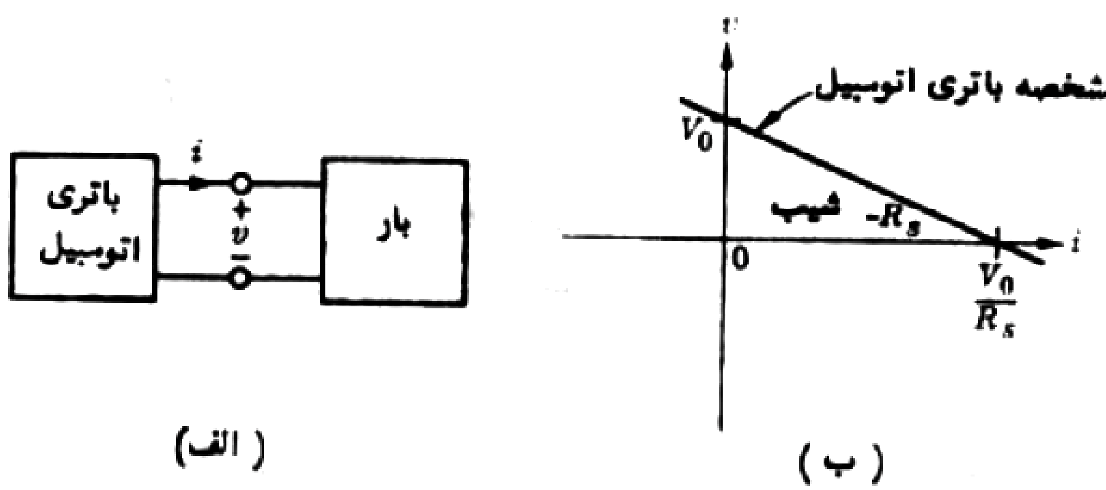
* منبع ولتاژ نابسته که دربالا تعریف شد ممکن است خیلی دقیقتر بصورت منبع ولتاژ نابسته «ایده‌آل» تعریف‌شود. بعضی‌ازمؤلفین‌منبع‌ولتاژ نابسته مارا «منبع‌ولتاژ ایده‌آل» مینامند. واضح‌است که صفت « ایده‌آل » زایداست چون همهٔ مدلها «ایده‌آل» هستند .

خاصی در دامنهٔ تغییرات‌معینی‌ازجریان، یک‌منبع ولتاژ را با تقریب بسیارخوبی‌نشان‌میدهند.

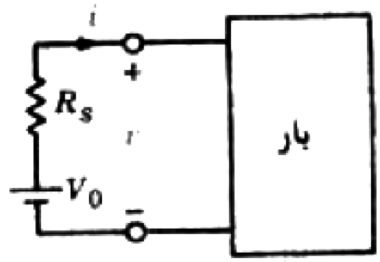
مثال- باتری اتومبیل دارای ولتاژ وجریانی است که به بار متصل بآن طبق‌معادله زیر بستگی دارد :

$$v = V_0 - R_s\, i \qquad (۲-۱)$$

که درآن v و i — به ترتیب ولتاژ و جریان شاخه میباشند ، طبق شکل (۳ - ۲ الف) . مشخصهٔ معادله (۱ - ۲) که درصفحهٔ iv رسم شده، درشکل(۳ - ۲ ب) نشان داده شده است. محل تقاطع مشخصه با محور v برابر V_0 است . V_0 را میتوان بعنوان ولتاژ مدار باز باتری تعبیر نمود ، یعنی ولتاژ دوسرآن وقتی که i صفر است . ثابت R_s را میتوان بعنوان مقاومت داخلی باتری درنظر گرفت . بنابراین، میتوان باتری‌اتومبیل را با یک مدار معادل متشکل از اتصال سری یک منبع ولتاژ ثابت V_0 و یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان بامقاومت R_s نمایش داد، مطابق شکل(۴ - ۲) . برای تحقیق‌درستی مدارمعادل میتوان معادلات KVL را برای حلقهٔ شکل (۴ - ۲) نوشت ومعادلهٔ (۱ - ۲) را بدست آورد . اگر مقاومت R_s خیلی کوچک باشد شیب درشکل (۳ - ۲ ب) تقریباً صفر میشود و محل‌تقاطع مشخصه با محور i درخارج از صفحهٔ کاغذ قرار خواهد گرفت . اگر $R_s = o$ باشد مشخصه یک خط افقی درصفحهٔ iv بوده و باتری طبق تعریف فوق یک منبع ولتاژ ثابت است .



شکل۳-۲ - باتری اتومبیل که به یک بار دلخواه وصل شده و مشخصهٔ آن که درصفحه iv رسم شده است.



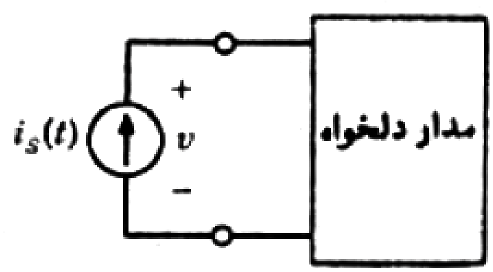
شکل۴-۲ ـ مدار معادل باتری اتومبیل

۲-۲- منبع جریان

یک عنصر دوسر را **منبع جریان**[۱] **نابسته** گویند اگر جریان معین $i_s(t)$ را در داخل مدار دلخواهی که بآن وصل شده است نگهدارد ، یعنی صرفنظر از ولتاژ $v(t)$ که ممکن است در دوسر مدار باشدجریانی که بداخل مدار میرودمساوی $i_s(t)$ است. جهت‌های قراردادی بکار برده شده را دو باره مورد توجه قرار دهید . توصیف کامل منبع جریان لازم میدارد که مشخصات تابع i_s معین گردد. نمایش یک منبع جریان درشکل (۵ ـ ۲) نشان داده شده است .

مشخصهٔ یک منبع جریان درلحظه t خطی است عمودی بطول $i_s(t)$ که درشکل (۶ ـ ۲) نشان داده شده است . بنابراین یک منبع جریان را میتوان بعنوان یک مقاومت غیرخطی تغییرپذیر با زمان وکنترل شده با ولتاژ درنظرگرفت .

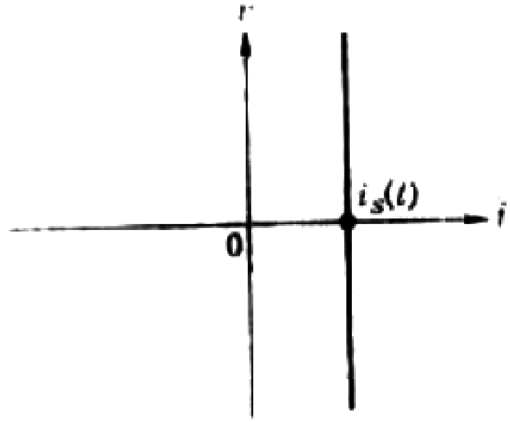
«اگر جریان i_s متحد با صفر باشد منبع جریان در واقع معادل یک مدار باز است» .



شکل۵-۲ ـ منبع جریان نابسته که بیک مدار دلخواه وصل شده است .

---

۱ — Current source



شکل۲-۶ - مشخصهٔ یک منبع جریان . یک منبع جریان‌را میتوان بعنوان‌یک‌مقاومت غیر خطی کنترل شده با ولتاژ درنظر گرفت.

درحقیقت $i_s=o$ لازم میدارد که مشخصه برمحور v منطبق شده وبازاء تمام مقادیر ولتاژ دوسر عنصر ، جریان داخل آن صفرگردد .

۲-۳- مدارهای معادل تونن و نرتن

درمورد منبع ولتاژ نابسته و منبع جریان نابسته مطالبی یاد گرفتیم . آنها مدلهای مداری ایده‌آل میباشند. اکثر منابع عملی‌مشابه باتری اتومبیل هستند که درمثال قبل شرح داده شد، یعنی آنهارا میتوان بشکل‌اتصال سری یک منبع ولتاژایده‌آل ویک مقاومت خطی تغییرناپذیر بازمان R_s نمایش* داد. دراین‌موقعیت، مناسب است که برای باتری‌اتومبیل نمایش معادلی که بصورت یک منبع جریان باشد معرفی شود .

اگرمشخصهٔ باتری اتومبیل را که درشکل (۳ - ۲ ب) رسم شده‌است درنظرگیریم، میتوان آنرا بصورت یک منبع ولتاژ V_0 « بطورسری » با یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان R_s ، ویا بصورت یک منبع جریان ثابت $I_0 \triangleq \dfrac{V_0}{R_s}$ «بطورموازی» بایک‌مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان R_s طبق شکل (۷ - ۲) درنظرگرفت .

---

* بطور دقیق‌تر بایستی « یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان با مقاومت R_s » گفته شود . معمولاً درشکلهای مداری مانند شکل(۷ - ۲ الف)، یک مقاومت خطی‌را با مقاومت R_s آن نشان میدهیم و برای سادگی آنرا فقط « مقاومت R_s » می‌نامیم .

چون دو مدار نشان داده شده دارای یک مشخصه میباشند آنها را معادل(۱) همدیگر گویند . درحقیقت با نوشتن قانون ولتاژ کیرشف برای مدار شکل (۷ - ۲ الف) داریم :

$$\boxed{v = V_0 - R_s i} \qquad (۲ - ۲ \text{ الف})$$

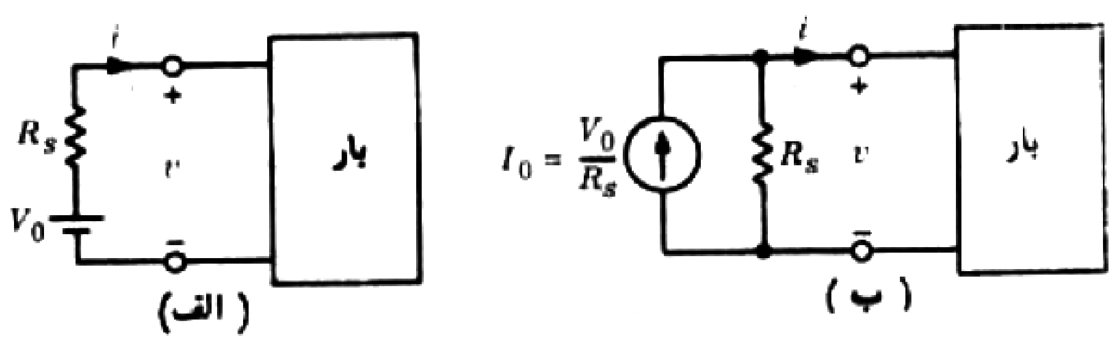
بطریق مشابه، با نوشتن قانون جریان کیرشف برای مدار شکل (۷ - ۲ ب) داریم :

$$\boxed{i = I_0 - \frac{1}{R_s} v} \qquad (۲ - ۲ \text{ ب})$$

چون $I_0 = \frac{V_0}{R_s}$ است، دومعادله فوق یکسان هستند و هردو یک خط مستقیم را در صفحه iv نشان میدهند .

اتصال سری منبع ولتاژ ومقاومت‌خطی تغییرناپذیر بازمان R_s نشان‌داده شده درشکل (۷-۲ الف) را مدار معادل تونن(۲) ، واتصال‌موازی‌منبع جریان ومقاومت خطی تغییرناپذیر بازمان R_s نشان داده شده درشکل (۷ - ۲ ب) را مدار معادل نرتن(۳) گویند . دربعضی موارد استفاده ازمنبع ولتاژ راحت‌تر ازمنبع جریان بنظر میرسد ودرموارد دیگراستفاده از منبع جریان آسانتر است . بنابراین مدارهای معادل تونن و نرتن انعطاف‌پذیری بیشتری دربررسی مسائل به ما میدهند .

معادل بودن این‌دومدار حالت خاص قضیه مدار معادل تونن‌ونرتن‌است که‌بعداً بطور مفصل درفصل شانزدهم مورد بحث قرار خواهد گرفت .



شکل ۷-۲ - (الف) مدار معادل تونن، (ب) مدار معادل نرتن باتری اتومبیل

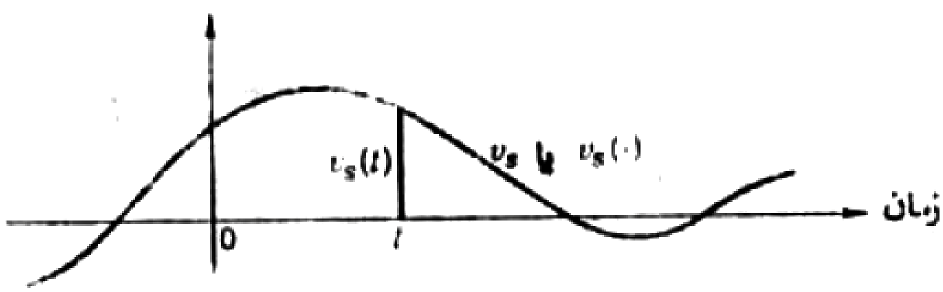
---

۱ — Equivalent
۲ — Thévenin
۳ — Norton

۴-۲- شکل موجها و طرز نمایش آنها

همانطور که قبلاً گفته شد برای تشریح کامل یک منبع ولتاژ v_s و یا یک منبع جریان i_s مشخصات کامل تابع زمانی آنها، یعنی $v_s(t)$ برای همه مقادیر t و یا $i_s(t)$ برای همه مقادیر t لازم است. بنابراین مشخصات منبع ولتاژ v_s یا باید شامل جدول بندی کامل تابع v_s بوده و یا شامل قاعده‌ای باشد که بکمک آن بتوان ولتاژ $v_s(t)$ را برای هرزمان t که ممکن است بعداً مورد توجه قرارگیرد محاسبه نمود. دراینجا به مشکل طرز نمایش[1] برمی‌خوریم که درسرتاسر این درس با آن روبروخواهیم‌بود، یعنی بعضی مواقع «همه تابع v_s» موردنظر است، مانند شکل موجی[2] که روی اسیلوسکوپ مشاهده میشود، و بعضی اوقات فقط یک مقدار بخصوص مانند $v_s(t)$ در زمان t موردنظر است. اختلاف این دومفهوم درشکل (۸ - ۲) تشریح شده است. هرگاه بخواهیم تأکید کنیم که منظور تمام تابع است، عبارت «**شکل موج** $v_s(\cdot)$» بکار خواهد رفت وبجای حرفی مانند t یک نقطه گذاشته میشود، چون یک مقدار خاص t موردنظر نیست بلکه «تمام تابع» موردنظر است.

متأسفانه پیروی دقیق این رویه منجر به عبارتهای بسیار پیچیده میشود. بنابراین زمانیکه باید «شکل موج $f(\cdot)$، که درآن برای تمام مقادیر t، $f(t)=\cos\omega t$» می‌باشد گفته شود، اغلب برای سهولت «شکل موج $\cos\omega t$» گفته میشود.



شکل ۸-۲ - این شکل تفاوت بین شکل موج $v_s(\cdot)$ وعدد $v_s(t)$ راکه مقدار تابع v_s در لحظهٔ t میباشد نشان میدهد.

---

۱ — Notation ۲ — Waveforms

یک استفاده نوعی[۱] از تفاوت بین دومفهوم « تمامی تابع » و مقداری‌که تابع در یک لحظه t بخود میگیرد بشکل زیر است. مدار پیچیده‌ای‌راکه از تعدادی مقاومت، سلف و خازن تشکیل یافته و فقط با یک منبع جریان تحریک میشود درنظرگیرید . ولتاژ دوسر یکی ازخازنها را v_c بنامید . میتوان گفت‌که پاسخ[۲] $v_c(t)$ (یعنی « مقدار پاسخ در لحظه t ») به شکل‌موج $i_s(\cdot)$ (یعنی « تمامی تابع i_s ») بستگی دارد . استفاده از این طرز بیان بمنظور تأکید این‌مطلب است‌که $v_c(t)$ نه تنها به $i_s(t)$ (مقدار i_s درلحظهٔ t) بستگی دارد بلکه به تمام مقادیر پیشین i_s نیز وابسته است .

۵-۲- بعضی شکل موجهای نمونه

اکنون بتعریف بعضی شکل‌موجهای‌مفید‌که بعداً بطورمکرر مورداستفاده قرارخواهند گرفت می‌پردازیم .

« مقدار ثابت » این ساده‌ترین شکل موج‌است و بصورت زیر توصیف میشود :

$$f(t)=K \qquad \text{برای تمام مقادیر } t$$

که درآن K یک مقدار ثابت است .

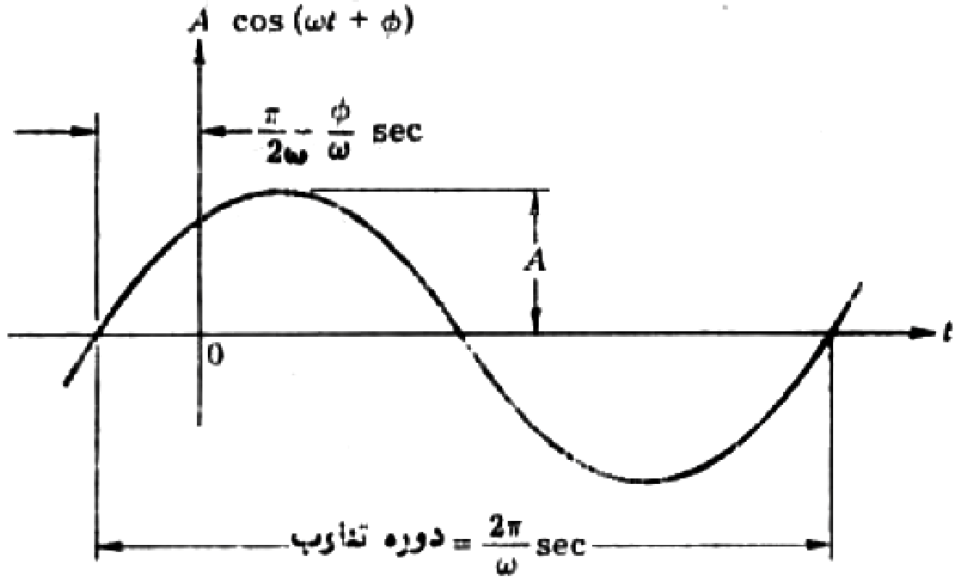
« سینوسوئید » برای نمایش یک‌شکل‌موج سینوسی‌ویابطورخلاصه **سینوسوئید**[۳] طرز نمایش متداول زیر بکار میرود :

$$f(t)=A\cos(\omega t+\Phi)$$

که درآن ثابت A **دامنه**[۴] سینوسوئید ، ثابت ω **فرکانس**[۵] (زاویه‌ای) (برحسب رادیان برثانیه) و ثابت Φ **فاز**[۶] نامیده میشود. سینوسوئید درشکل (۹ - ۲) نشان داده شده است .

---

۱ — Typical
۲ — Response
۳ — Sinusoid
۴ — Amplitude
۵ — Frequency
۶ — Phase

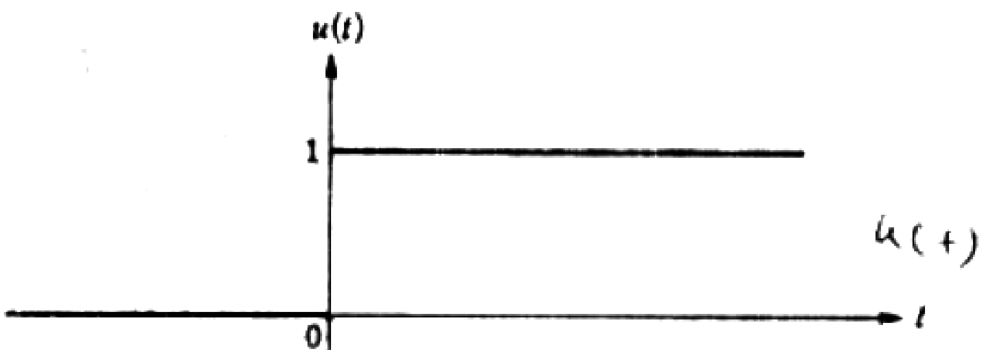


شکل ۹-۲- یک شکل موج سینوسی با دامنه A وفاز Φ

« پله واحد » **تابع پله واحد**[1] همانطوریکه درشکل (۱۰ - ۲) نشان داده شده با $u(\cdot)$ نمایش داده میشود و بصورت زیر تعریف میگردد :

$$u(t)=\begin{cases} 0 & \text{برای}\quad t<0 \\ ۱ & \text{برای}\quad t>0 \end{cases} \qquad \text{پله واحد} \qquad (۲-۲)$$

درلحظهٔ $t=0$ مقدار آنرا میتوان ۱ ، $\frac{۱}{۲}$ یا صفرگرفت . برای مطالب این کتاب



شکل ۱۰-۲- تابع پله واحد $u(\cdot)$

---

۱ —The unit step

موضوع فوق‌اهمیت ندارد ، ولی هنگام استفاده ازتبدیل لاپلاس یا فوریه بهتراست که :

$$\boxed{u(0) = \frac{1}{2}}$$

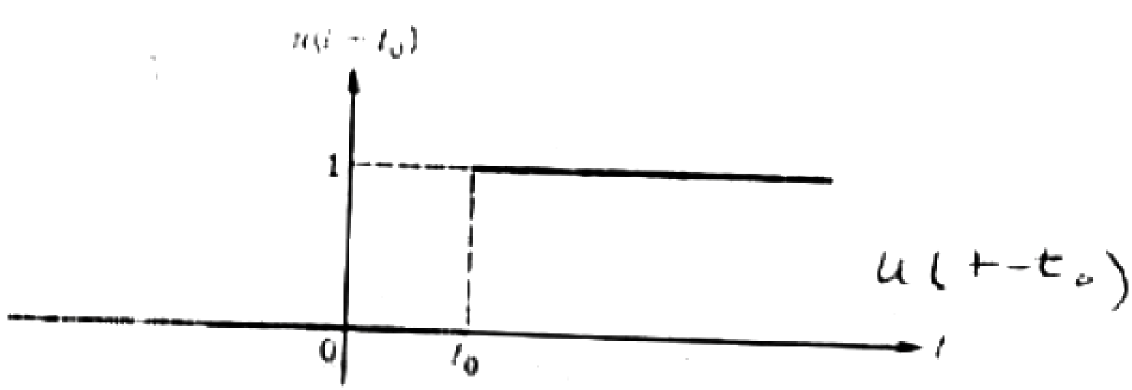
انتخاب شود . درسراسر این کتاب حرف u منحصراً برای پله واحد بکار خواهد رفت .

فرض کنید یک پله واحد باندازه t_0 ثانیه بتأخیر افتد . شکل موج حاصل درلحظهٔ t دارای عرض $u(t-t_0)$ خواهد بود . در واقع برای $t<t_0$ آرگومان[1] منفی بوده و درنتیجه عرض تابع صفر است ، برای $t>t_0$ آرگومان مثبت بوده و عرض تابع برابر ۱ می‌باشد، این مطلب درشکل (۱۱ - ۲) نشان داده شده است.

« پالس » - چون غالباً لازم است از یک پالس چهارگوش استفاده شود ، **تابع پالس**[2] $p_\Delta(\cdot)$ را بصورت زیر تعریف میکنیم :

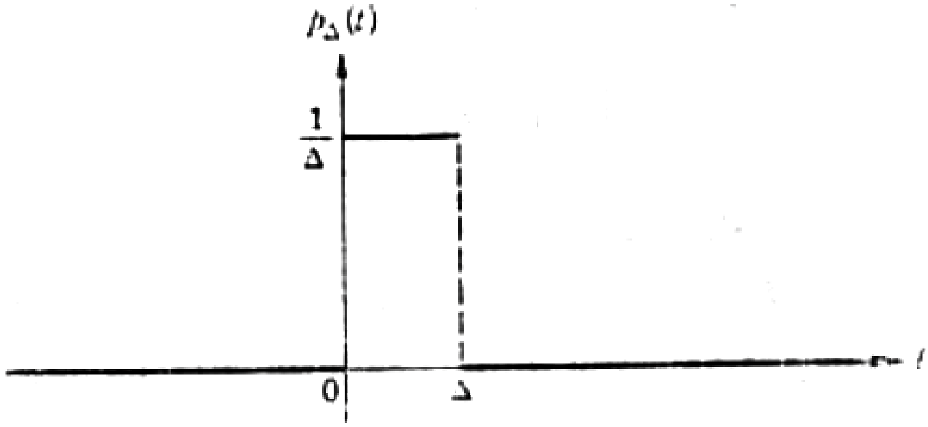
$$p_\Delta(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ \frac{1}{\Delta} & 0<t<\Delta \\ 0 & \Delta<t \Rightarrow t>\Delta \end{cases} \quad \text{تابع پالس} \quad (۲ - ٤)$$

بعبارت دیگر ، p_Δ پالسی به ارتفاع $\frac{1}{\Delta}$ و عرض Δ است که درلحظهٔ $t=0$ شروع میشود . توجه کنید که بازاء تمام مقادیر پارامتر مثبت Δ ، سطح زیر $p_\Delta(\cdot)$ برابر ۱ است



شکل ۱۱-۲- تابع پله واحد با تأخیر

۱ — Argument
۲ — Pulse



شکل ۱۲-۲ یک تابع پالس $p_\Delta(\cdot)$

(بشکل (۱۲ - ۲) مراجعه شود) . درنظر داشته باشید که :

برای تمام مقادیر t

$$\boxed{p_\Delta(t) = \frac{u(t)-u(t-\Delta)}{\Delta}} \qquad (۲ - ۵)$$

« ضربهٔ واحد » - **ضربهٔ واحد**[1] $\delta(\cdot)$ (که تابع دلتای دیراک[2] نیز نامیده میشود) به مفهوم دقیق ریاضی کلمه ، یک تابع نیست (به‌ضمیمه الف مراجعه شود) . برای منظورهای خود چنین بیان میکنیم :

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{برای } t \neq 0 \\ \text{ویژه} & \text{در } t = 0 \end{cases} \qquad (۲ - ٦)$$

ضربه واحد

و ویژگی درمبداء چنان است که برای هرمقدار $\xi > 0$ داریم :

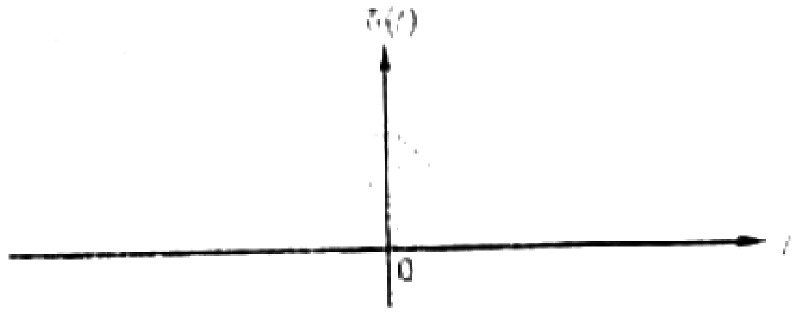
$$\boxed{\int_{-\xi}^{\xi} \delta(t)\,dt = ۱} \qquad (۲ - ۷)$$

بطورحسی ، میتوان تابع ضربهٔ δ را حد پالس p_Δ وقتیکه $\Delta \to 0$ تصور نمود . این واقعیت مکرراً بکار برده خواهد شد . ازلحاظ فیزیکی، میتوان δ را نمایشگر چگالی بار یک بار نقطه‌ای «واحد» واقع بر $t=0$ در روی محور t تصور نمود .

---

۱ — Unit impulse

۲ — Dirac delta function



شکل ۱۳-۲- یک تابع ضربه واحد $\delta(\cdot)$

از تعریف δ و u نتیجه میشود که :

$$\boxed{u(t)=\int_{-\infty}^{t} \delta(t')\, dt'} \qquad (۲-۸)$$

و :

$$\boxed{\frac{du(t)}{dt}=\delta(t)} \qquad (۲-۹)$$

این دومعادله حائزاهمیت بسیاری بوده ودرفصلهای بعد بطورمکرر مورداستفاده قرار خواهند گرفت . تابع ضربه بطور ترسیمی درشکل (۱۳ - ۲) نشان داده شده است .

خاصیت‌مفید دیگری که اغلب مورد استفاده قرار میگیرد «خاصیت غربالی»[۱] ضربه واحد است. گیریم f یک تابع پیوسته باشد ، دراین‌صورت :

$$\int_{-\xi}^{\xi} f(t)\, \delta(t)\, dt=f(o) \qquad (۲-۱۰)$$

برای هرمقدار مثبت ξ .

این مطلب را میتوان بسهولت با جایگزین کردن δ با p_{Δ} بطور تقریبی بصورت زیر اثبات نمود :

---

۱ — Sifting property

$$\int_{-\xi}^{\xi} f(t)\,\delta(t)\,dt = \lim_{\Delta \to 0} \int_{-\xi}^{\xi} f(t)\,p_{\Delta}(t)\,dt$$

$$= \lim_{\Delta \to 0} \int_{0}^{\Delta} f(t)\,\frac{1}{\Delta}\,dt$$

$$= f(0)$$

تبصره ۱- تابعی که به تابع پله‌واحد مربوط است تابع **شیب واحد**[1] $r(\cdot)$ میباشد که بصورت زیر تعریف میشود :

$$\boxed{r(t) = t\,u(t)} \quad \text{برای همه } t \qquad (۲-۱۱)$$

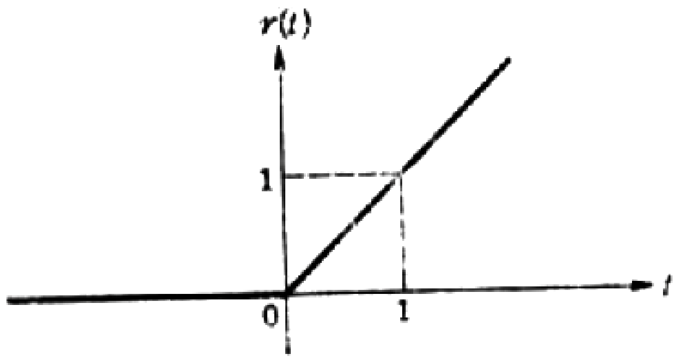
تابع شیب واحد

شکل موج $r(\cdot)$ در شکل (۲-۱۴) نشان داده شده است. از روابط (۲-۲) و (۲-۱۱) میتوان نشان داد که :

و :

$$r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(t')\,dt' \qquad (۲-۱۲)$$

$$\frac{dr(t)}{dt} = u(t) \qquad (۲-۱۳)$$



شکل ۲-۱۴- یک تابع شیب واحد $r(\cdot)$

---

۱ — Unit ramp

تبصره ۲- تابعی که با تابع ضربه واحد ارتباط نزدیکی دارد تابع **دوبلت واحد**[۱] $\delta'(0)$ است که بصورت زیر تعریف میشود :

$$\delta'(t) = \begin{cases} 0 & \text{برای } t \neq 0 \\ \text{ویژه} & \text{در } t = 0 \end{cases} \qquad (۲-۱۴)$$

ویژگی در $t=0$ چنان است که :

$$\delta(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta'(t')\, dt' \qquad (۲-۱۵)$$

و :

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \delta'(t) \qquad (۲-۱۶)$$

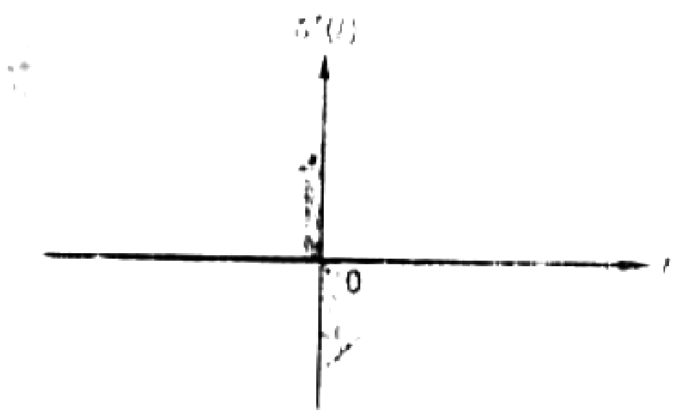
نمایش دوبلت واحد درشکل (۱۵ - ۲) نشان داده شده است .

تمرین ۱ - شکل موجهای مشخص شده با روابط زیر را رسم کنید :

الف . $2u(t) - 2u(t-2)$

ب . $5p_{0.01}(t) - 2p_{0.01}(t-0.01) + 2p_{0.02}(t-2)$

پ . $r(t) - u(t-1) - r(t-1)$



شکل ۱۵-۲- یک دوبلت $\delta'(0)$

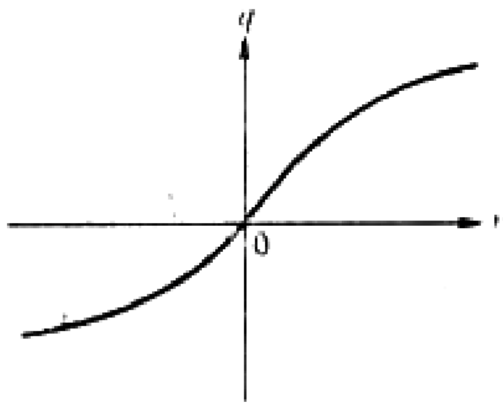
---

۱ — Unit doublet

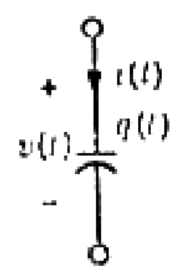
تمرین ۲ - ۲ $\sin t$ و $3\sin(2t+1)$ را بشکل سینوسوئید استاندارد بیان کنید (دراینجا فاز برحسب رادیان داده شده است) .

۳- خازنها

خازنها(۱) بعلت اینکه بار الکتریکی ذخیره میکنند درمدارهای الکتریکی بکار میروند . عنصری که خازن خوانده میشود ، مدل ایده‌آل شده یک خازن فیزیکی است مانند خازن با صفحات موازی . خازن فیزیکی عنصری است که علاوه برخاصیت اصلی ذخیره نمودن بار الکتریکی، اندکی هم خاصیت پراکندگی دارد (معمولاً خیلی کم). عنصری که در هرلحظه t از زمان، بارالکتریکی ذخیره شده $q(t)$ و ولتاژ $v(t)$ آن در رابطه‌ای که توسط یک منحنی درصفحه vq تعریف میشود صدق کند **خازن** نامیده میشود . این منحنی را **مشخصهٔ خازن درلحظه** t مینامند. نکته اصلی آنست که بین مقدار « لحظه‌ای » بار $q(t)$ و مقدار « لحظه‌ای » ولتاژ $v(t)$ رابطه‌ای وجود دارد. مشخصهٔ خازن نیز میتواند مانند مشخصهٔ مقاومت با زمان تغییر کند. بطور نمونه، این مشخصه بصورت نشان داده شده در شکل (۱ - ۳) خواهد بود . تقریباً مشخصه همه خازنهای فیزیکی افزایشی یکنوا است، یعنی وقتی v اضافه شود q افزایش مییابد .



شکل ۱-۳- مشخصه یک خازن (غیرخطی) که درصفحه vq رسم شده است



شکل ۲-۳- نمایش یک خازن

۱ — Capacitors

در دیاگرامهای مداری یک خازن بطور نمایشی مطابق شکل (۲ - ۳) نمایش داده میشود . توجه کنید که همیشه $q(t)$ را باری خواهیم نامید که درلحظه t درصفحه‌ای که جهت قراردادی‌جریان $i(t)$ بآن وارد میشود وجود دارد. وقتیکه $i(t)$ مثبت باشد بارهای مثبت (درلحظه t) به صفحه فوقانی که بار آن $q(t)$ نامیده شده آورده میشوند و بنابراین شدت تغییر[1] q [یعنی جریان $i(t)$] نیز مثبت است و بنابراین داریم :

$$\boxed{i(t) = \frac{dq}{dt}} \qquad (۳ - ۱)$$

دراین‌معادله جریانها برحسب‌آمپر و بارها برحسب کولمب[2] داده میشود . با بکار بردن رابطه‌داده شده بین بار و ولتاژ ، مشخصهٔ ولتاژ شاخه وجریان شاخه یک خازن را از رابطه (۱ - ۳) بدست میآوریم .

خازنی راکه مشخصهٔ آن درهرلحظه از زمان خط مستقیمی باشد که از مبداء صفحه vq میگذرد **خازن خطی** گویند . بعکس، اگر درلحظه‌ای از زمان مشخصهٔ آن خط مستقیمی که از مبداء صفحه vq میگذرد نباشد آنرا **غیرخطی** گویند . خازنی راکه مشخصهٔ‌آن بازمان تغییر نکند **خازن تغییر ناپذیر بازمان**، واگرمشخصه‌آن‌بازمان تغییر کند **خازن تغییرپذیر بازمان** گویند .

مانند آنچه که در مقاومتها گفته شد خازنها را برحسب آنکه خطی ، غیرخطی ، تغییرپذیر بازمان و یا تغییر ناپذیر با زمان باشند میتوان به‌چهار نوع تقسیم نمود .

۱-۳- خازن خطی تغییر ناپذیر بازمان

از تعریف خطی بودن و تغییرناپذیری با زمان ، میتوان مشخصهٔ یک خازن خطی تغییرناپذیر با زمان را بصورت زیر نوشت :

$$\boxed{q(t) = C\,v(t)} \qquad (۳ - ۲)$$

که درآن C ثابتی‌است (نابسته از t و v) که شیب مشخصه‌را تعیین‌نموده و **ظرفیت**[3] خازن نامیده میشود . واحد کمیتهای معادله (۲ - ۳) بترتیب کولمب ، فاراد[4] و ولت

---

۱ — Rate of change
۲ — Coulomb
۳ — Capacitance
۴ — Farad

است . معادله‌ای که ولتاژ دوسر خازن را به‌جریان آن ارتباط میدهد بصورت زیر است :

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C\frac{dv}{dt} = \frac{1}{S}\frac{dv}{dt} \qquad (۳-۳)$$

که درآن $S = C^{-1}$ بوده و **الاستانس**[1] گفته میشود . اگر (۳ - ۳) را بین صفر و t انتگرال گیری کنیم بدست میآوریم :

$\int_0^t dv = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt$

$$v(t) = v(o) + \frac{1}{C}\int_o^t i(t')\,dt' \qquad (۳-٤)$$

وبرحسب الاستانس S ،

$$\boxed{v(t) = v(o) + S\int_o^t i(t')\,dt'} \qquad (۳-۵)$$

بنابراین ، خازن خطی تغییرناپذیر با زمان تنها وقتی بعنوان یک عنصر مدار کاملاً مشخص میشود که ظرفیت C (شیب مشخصهٔ‌آن) و ولتاژ اولیه آن $v(o)$ داده شده باشند .

باید تأکید شود که معادله (۳ - ۳) تابعی را تعریف میکند که $i(t)$ را برحسب $\frac{dv}{dt}$ بیان می‌نماید ، یعنی :

$$i(t) = f\left(\frac{dv}{dt}\right)$$

توجه به‌این مطلب حائز اهمیت‌است که $f(\cdot)$ تابع خطی میباشد . ازطرف دیگر ، معادله (۳ - ٤) تابعی را تعریف میکند که $v(t)$ را برحسب $v(o)$ و شکل موج جریان $i(\cdot)$ در فاصله $[o , t]$ بیان مینماید . لازم است توجه شود تابعی که توسط (۳ - ٤) تعریف شده ومقدار $v(t)$ ، یعنی‌ولتاژدرلحظه t را برحسب « شکل‌موج » جریان درفاصله $[o , t]$ میدهد تنها وقتی « خطی » است که $v(o) = o$ باشد . انتگرال موجود درمعادله(۳-٤) نشان‌دهنده سطح خالص[2] زیر منحنی‌جریان‌درفاصله زمانی‌صفر و t میباشد . «سطح خالص»

---

۱ — Elastance ۲ — Net area

برای بخاطر داشتن اینکه قسمتی از منحنی $i(\circ)$ که دربالای محور زمان قراردارد مساحت مثبت، و بخشی که زیر محور زمان قرار دارد مساحت منفی بوجود میآورد گفته میشود . جالب‌است توجه کنیم که مقدار v درلحظه t، یعنی $v(t)$، به‌مقداراولیه $v(o)$ وهمه مقادیر جریان از لحظه صفر تا لحظه t بستگی دارد . باین حقیقت معمولاً باگفتن اینکه « خازنها دارای حافظه[۱] میباشند » اشاره میشود .

تمرین ۱ گیریم منبع جریان $i_s(t)$ به یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان باظرفیت C و $v(o)=o$ وصل شده باشد . شکل موج ولتاژ $v(\circ)$ دوسرخازن را برای حالتهای زیر تعیین نمائید :

الف ـ $i_s(t)=u(t)$

ب ـ $i_s(t)=\delta(t)$

پ ـ $i_s(t)=A\cos(\omega t+\Phi)$

تمرین ۲ گیریم منبع ولتاژ $v_s(t)$ به یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان با ظرفیت C و $v(o)=o$ وصل شده باشد . شکل موج جریان $i(\circ)$ درخازن را برای حالتهای زیر تعیین نمائید :

الف ـ $v_s(t)=u(t)$

ب ـ $v_s(t)=\delta(t)$

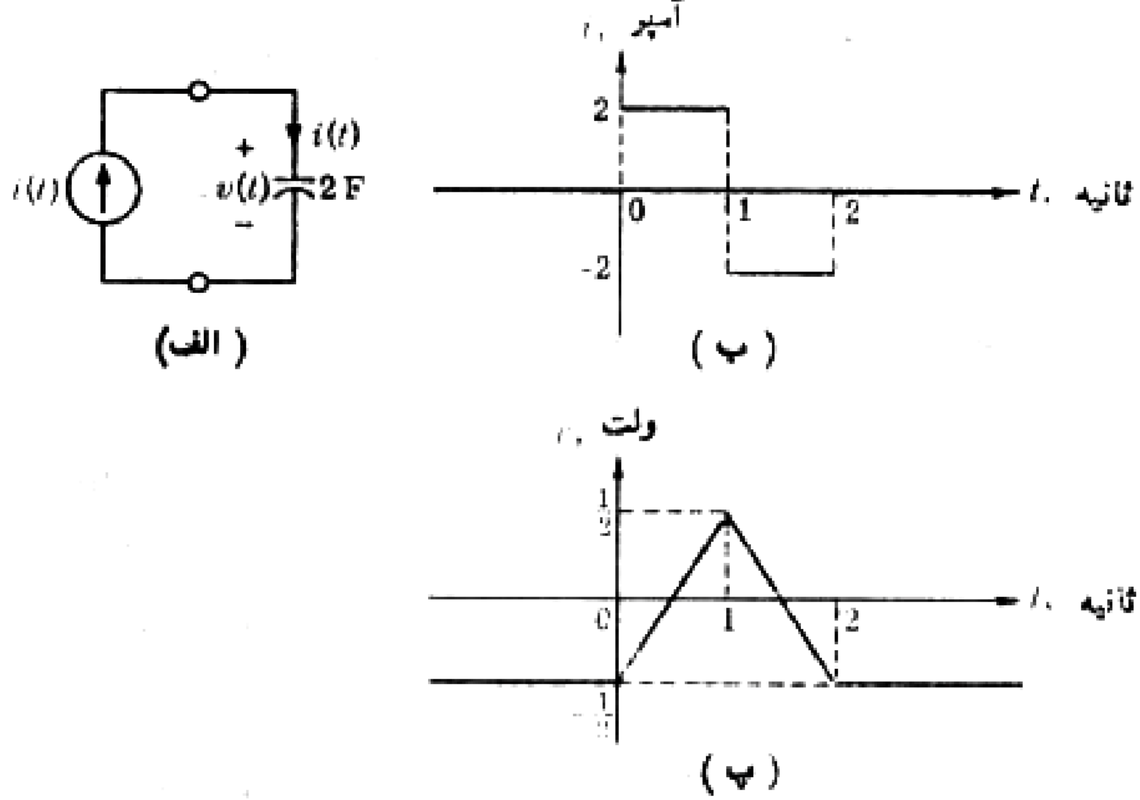
پ ـ $v_s(t)=A\cos(\omega t+\Phi)$

مثال منبع جریانی بدوسر یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان باظرفیت ۲ فاراد و ولتاژ اولیه $v(o)=-\frac{۱}{۲}$ ولت مطابق شکل(۲ ـ ۳ الف) وصل شده‌است. گیریم که منبع جریان با شکل موج ساده $i(\circ)$ مطابق شکل(۳-۲ ب) داده شده باشد . ولتاژ شاخهٔ دوسرخازن را میتوان بلافاصله از معادله (۳-۴) بصورت زیر حساب نمود :

$$v(t)=-\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}\int_{o}^{t} i(t')\,dt'$$

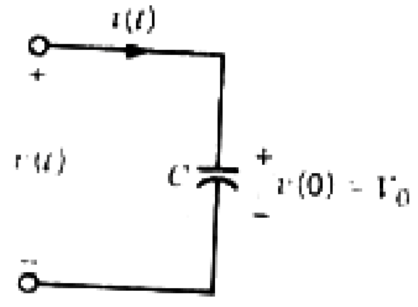
---

۱ — Memory

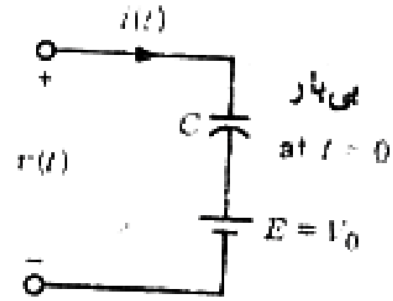


شکل ۳-۳- شکل موجهای ولتاژ وجریان دوسرخازن خطی تغییرناپذیر بازمان

شکل موج $v(\cdot)$ درشکل (۲-۳ پ) رسم شده است . برای مقادیر منفی t ولتاژ مساوی $-\frac{۱}{۲}$ ولت‌است، در $t=0$ ولتاژ شروع به‌افزایش نموده ودرلحظه $t=۱$ درنتیجهٔ اثر قسمت مثبت شکل موج جریان بمقدار $\frac{۱}{۲}$ ولت میرسد ، سپس برای $۱<t<۲$ بعلت جریان منفی ثابت بطورخطی تا $-\frac{۱}{۲}$ ولت تنزل نموده وبرای $t>۲$ ثانیه در $-\frac{۱}{۲}$ ولت ثابت میماند . این مثال ساده بروشنی نشان میدهد که برای $t>0$ ، $v(t)$ به مقدار اولیه $v(0)$ وهمهٔ مقادیر شکل‌موج $i(\cdot)$ بین لحظه‌صفر و t بستگی‌دارد . بعلاوه بسهولت مشاهده میشود که اگر $v(0)$ مساوی صفر نباشد ، $v(t)$ یک تابع خطی از $i(\cdot)$ نیست. ازطرف دیگر ، اگرمقدار اولیه $v(0)$ مساوی صفر باشد ولتاژ شاخه درلحظه t، یعنی $v(t)$، یک تابع خطی از شکل موج جریان $i(\cdot)$ میباشد .



(الف)



(ب)

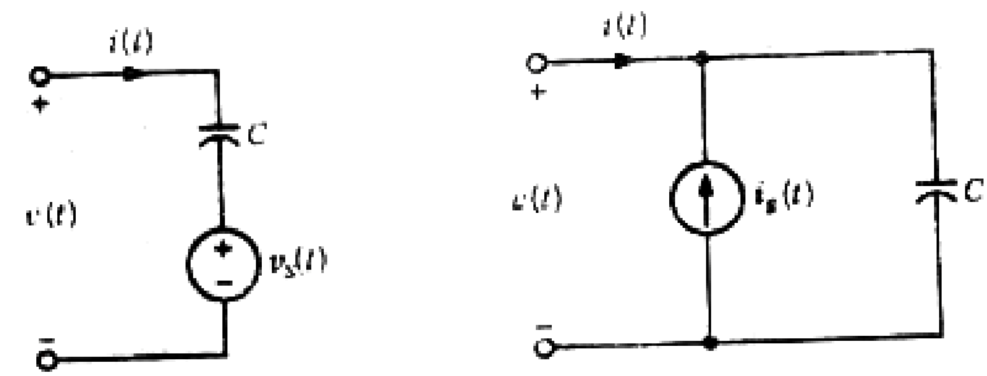
شکل ۴-۳- خازن با بار اولیه $v(o)=V_0$ نشان داده شده در (الف) معادل اتصال سری همان خازن (بدون بار اولیه) ویک منبع ولتاژ ثابت $E=V_0$ است مطابق شکل (ب) .

تمرین فرض کنید شکل موج جریان درشکل (۳ - ۲ ب) برای همه مقادیر t بمقدار دو برابر افزایش یابد . برای $t\geqslant o$ ولتاژ $v(t)$ را محاسبه کنید . ثابت کنید که خطی بودن معتبر نخواهند بود مگر اینکه $v(o)=o$ باشد .

تبصره ۱- معادله(۴-۳) بیان‌میکند که برای $t\geqslant o$ ، ولتاژ شاخه $v(t)$ درلحظه t در دوسر یک خازن خطی تغییر ناپذیر با زمان ازمجموع دوجمله تشکیل میشود . جمله اول ولتاژ $v(o)$ درلحظه $t=o$، یعنی ولتاژ اولیه دوسرخازن بوده و جمله دوم ولتاژ دوسر خازن‌باظرفیت C فاراد درلحظه t است بشرط اینکه‌درلحظه $t=o$ این‌خازن باراولیه نداشته باشد . بنابراین هرخازن خطی تغییرناپذیر با زمان با ولتاژ اولیهٔ $v(o)$ را میتوان بصورت اتصال سری یک منبع ولتاژ dc با $E=v(o)$ و همان خازن با ولتاژ اولیهٔ صفر مطابق شکل (۴-۳) درنظرگرفت . این نتیجه بسیار مفید است و درفصلهای بعد مکرراً بکار برده خواهد شد .

تبصره ۲- خازن خطی تغییرناپذیر بازمان با ولتاژ اولیه صفر ، یعنی $v(o)=o$ را درنظرگیرید . این خازن بطور سری با منبع ولتاژ نابسته $v_s(t)$ مطابق شکل (۵-۳ الف) وصل میشود . این اتصال سری معادل‌مداری است (همانطوریکه درشکل (۵-۳ ب) نشان داده شده است) که درآن همان خازن بطور موازی با یک منبع جریان وصل شده و

$$i_s(t)=C\,\frac{dv_s}{dt} \qquad (۳-۶)$$



$v_s(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_s(t')\,dt'$ $\qquad$ $i_s(t) = C\frac{dv_s}{dt}$

(الف) $\qquad$ (ب)

شکل ۵-۳- مدارهای تونن و نرتن برای یک خازن با منبع ثابسته .

منبع ولتاژ $v_s(t)$ درشکل (۵-۳ الف) برحسب منبع جریان $i_s(t)$ درشکل (۵-۳ ب) بصورت زیر داده میشود :

$$v_s(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_s(t')\,dt' \qquad (۳-۷)$$

نتایج شکلهای (۵-۳ الف) و (۵-۳ ب) را بترتیب مدارهای معادل تونن و نرتن گویند . اثبات این مطلب مشابه آن است که درمورد مقاومت دربخش ۳ - ۲ گفته شد . بخصوص اگرمنبع ولتاژ v_s درشکل (۵-۳ الف) یک تابع پله واحد باشد، بموجب معادله (۳ - ٦) منبع جریان i_s درشکل (۵-۳ ب) یک تابع ضربه $C\delta(t)$ میباشد .

تبصره ۳- مجدداً معادلـه (۳-٤) را درلحظه t و لحظه $t+dt$ درنظرگیرید . از تفاضل آنها بدست میآیدکه :

$$v(t+dt) - v(t) = \frac{1}{C}\int_t^{t+dt} i(t')\,dt' \qquad (۳-۸)$$

گیریم $i(t)$ برای همه مقادیر t کراندار[۱] باشد ، یعنی ثابت معینی مانند M وجود

---

۱ — Bounded

داشته باشد بقسمی که برای همهٔ مقادیر t مورد نظر داشته باشیم ، $|i(t)| \leqslant M$.
وقتیکه $dt \to o$ مساحت زیر شکل موج $i(\cdot)$ درفاصله $[t \text{ و } t+dt]$ بسمت صفر میل میکند. همچنین از معادله (۳-۸) ملاحظه میشود وقتیکه dt بسمت صفر میل کند :

$$v(t+dt) \to v(t)$$

که بنحو دیگر باینصورت بیان میشود که شکل موج ولتاژ $v(\cdot)$ پیوسته است.

بنابراین میتوان یک خاصیت مهم خازن خطی تغییرناپذیر بازمان را چنین بیان نمود :
« اگر برای همه زمان t درفاصله بسته $[o , T]$، جریان $i(\cdot)$ دریک خازن خطی تغییرناپذیر با زمان کراندار بماند، ولتاژ v دوسرخازن درفاصله باز (o , T) یک تابع پیوسته میباشد، یعنی برای چنین خازنی مادامیکه جریان آن کراندار بماند ولتاژ شاخه نمیتواند بطور لحظه‌ای ازیک مقدار به مقدار متفاوت دیگری بجهد (مانند تابع پله) » . این خاصیت درحل مسائلی که درآن پالس یا تابع پله ولتاژ یاجریان به مداری اعمال میشود بسیار مفید است وکاربرد آن درفصلهای بعد تشریح خواهد شد.

تمرین آنچه راکه درتبصره ۲ بیان شد ثابت کنید .

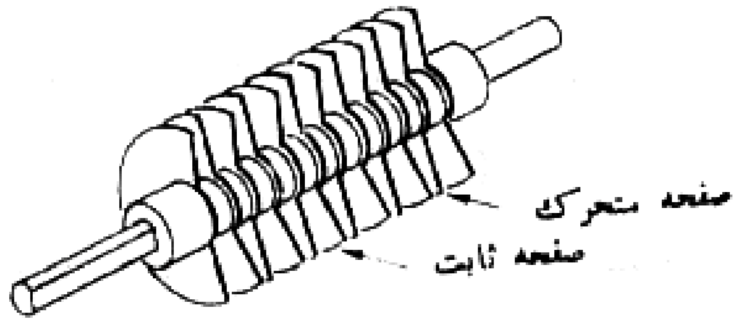
۲-۴- خازن خطی تغییرپذیر بازمان

اگر خازنی خطی ولی تغییرپذیر بازمان باشد مشخصهٔ آن درهرلحظه خط مستقیمی است که از مبداء میگذرد ولی شیب آن به زمان بستگی دارد. بنابراین میتوان مقدار بار درلحظه t را برحسب ولتاژ درلحظه t بصورت معادله زیر بیان نمود :

$$\boxed{q(t) = C(t)\, v(t)} \qquad (۳-۹)$$

که درآن $C(\cdot)$ یک تابع زمان مشخص شده‌ای است که برای هر t ، شیب مشخصهٔ خازن را معین میکند. این تابع $C(\cdot)$ جزو مشخصهٔ خازن خطی تغییرپذیر بازمان میباشد. بنابراین معادله (۳-۱) بصورت زیر درمیآید :

$$\boxed{i(t) = \frac{dq}{dt} = C(t)\,\frac{dv}{dt} + \frac{dC}{dt}\,v(t)} \qquad (۳-۱۰)$$



شکل ۶-۳- با چرخانیدن صفحه متحرك بطور مکانیکی، این‌خازن بصورت خازن تغییرپذیر بازمان درمیآید

یک مثال ساده از خازن خطی تغییرپذیر بازمان درشکل (۶ - ۳) نشان داده شده است که درآن یک‌خازن باصفحات موازی شامل یک‌صفحه ثابت ویک صفحه متحرك است. صفحه متحرك بطرز مکانیکی و بطور متناوب‌حرکت داده میشود . میتوان ظرفیت این خازن راکه بطور متناوب تغییر میکند بصورت یک سری فوریه بیان نمود .

$$C(t)=C_0+\sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(2\pi f k t+\Phi_k) \qquad (۳-۱۱)$$

که درآن f نشان دهنده فرکانس دوران صفحه متحرك است .

دربررسی تقویت کننده‌های[1] پارامتری، خازن‌های متغیرمتناوب‌اهمیت اساسی‌دارند. دربخش بعد یک نوع دیگر از خازن‌های متناوب گفته خواهد شد .

تمرین مدار نشان داده شده درشکل (۷ - ۳) را درنظر گرفته و فرض کنید ولتاژ ورودی سینوسوئید، $v(t)=A\cos\omega_1 t$ میباشدکه درآن ثابت $\omega_1=2\pi f_1$ فرکانس زاویه‌ای است. گیریم خازن خطی تغییرپذیر بازمان بصورت زیرمشخص شده باشد :

$$C(t)=C_0+C_1\cos 2\omega_1 t$$

که درآن C_0 و C_1 مقادیر ثابت هستند. جریان $i(t)$ را برای همه مقادیر t تعیین کنید.

---

۱ — Amplifiers

شکل ۷-۳- یک خازن خطی تغییرپذیر بازمان که بوسیله منبع ولتاژ سینوسی تحریک میشود .

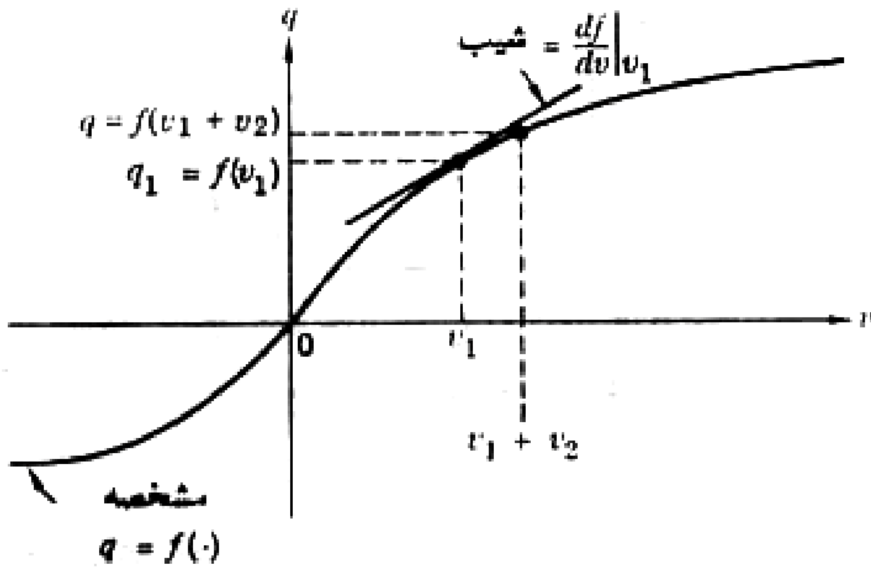
۳-۳- خازن غیرخطی

دیود وارا کتور(۱) دستگاهی است که دربیشتر سیستمهای ارتباطی مدرن بعنوان یک عنصر خیلی مهم مدار درقسمتهای تقویت کننده پارامتری ، نوسان کننده‌ها(۲) و مبدلهای سیگنال(۳) بکار میرود. یک دیود وارا کتور را میتوان اساساً بوسیله یک خازن غیرخطی مدلسازی نمود . مدل‌دقیق ترانزیستور نیز یک خازن غیرخطی دربردارد . درکاربردهای قطع و وصل(۴) خیلی سریع اغلب اثر خازن غیرخطی حائز اهمیت بسیار است . درحالت کلی، تجزیه‌وتحلیل‌مدارهائی که شامل‌عناصر « غیرخطی » میباشد خیلی‌مشکلترازمدارهای خطی است . درتجزیه‌وتحلیل های غیرخطی، تکنیک‌های‌مختلفی که هریک متناسب حالت خاصی میباشد وجود دارد که درمیان آنها و شاید مفیدترین آنها روش « تجزیه و تحلیل سیگنالهای کوچک(۵)» است و این مفهوم اصلی را درمثال زیر معرفی مینمائیم .

مثال یک خازن غیرخطی را که توسط مشخصه‌اش $q=f(v)$ (مطابق شکل (۸-۳)) معین شده است درنظرگرفته و فرض کنید ولتاژ v همانطوریکه درشکل (۹-۳) نشان داده شده مجموع دوجمله باشد ، جمله اول v_1 ، ولتاژ ثابتی است که بوسیله باتری بایاس کننده روی‌خازن‌واردشده (که‌اغلب بنام « بایاس(۶) dc » گفته میشود) وجمله‌دوم v_2 ، یک ولتاژ با تغییر کوچک می‌باشد . مثلاً v_2 ممکن است ولتاژ کوچکی در قسمت

---

۱ — Varactor
۲ — Oscillator
۳ — Signal converter
۴ — Switching
۵ — Small signal Analysis
۶ — Bias



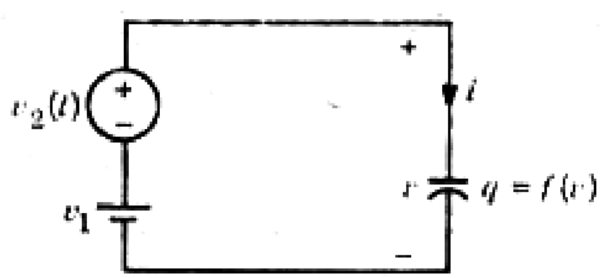
شکل ۸-۳- مشخصه یک خازن غیرخطی وتقریب سیگنال کوچک آن دراطراف نقطه کار $((v_1 , f(v_1))$

ورودی یک گیرنده باشد . با بکار بردن بسط سری تیلور داریم :

$$q = f(v) = f(v_1 + v_2)$$

$$\approx f(v_1) + \frac{df}{dv}\Big|_{v_1} v_2 \qquad (۳-۱۲)$$

درمعادله(۳-۱۲) ، ما ازجمله‌های مرتبه‌دوم وبالاتر صرفنظر کردیم ، اگر v_2 بمقدار کافی کوچک باشد این یک خطای جزئی بیار میاورد . بعبارت دقیق‌تر، باید v_2 بقدرکافی کوچک باشد تا قسمتی از مشخصه که باطول $v_1 + v_2$ متناظرمیباشد توسط قطعه خط مستقیمی که ازنقطه



شکل ۹-۳- یک خازن غیرخطی بوسیله ولتاژ v که ازمجموع ولتاژ dc ، v_1 و ولتاژ با تغییرات کوچک v_2 تشکیل میباید تغذیه میشود .

$(v_1, f(v_1))$ گذشته ودارای شیب $\left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1}$ است بطرزخوبی تقریب شده باشد. جریان $i(t)$ ازمعادله (۱-۳) عبارتست از :

$$i(t)= \frac{dq}{dt} = \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1} \frac{dv_2}{dt} \qquad (۳—۱۳)$$

که معادله فوق بصورت زیر است :

$$i(t)=C(v_1)\ \frac{dv_2}{dt} \qquad (۳—۱۴)$$

توجه کنید که v_1 مقدار ثابتی است وبنابراین ازنقطه نظر سیگنالهای کوچک v_2 ، ظرفیت :

$$C(v_1)= \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1}$$

یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان بوده که مساوی شیب مشخصه خازن درنقطه کار آن درصفحه vq مطابق شکل(۳-۸) میباشد. ازاینروظرفیت به‌ولتاژ dc ، v_1 بستگی دارد.

اگرخازن غیرخطی درتقویت کننده پارامتری‌بکار برده شود ولتاژ v_1 یک مقدار ثابتی نیست . معهذا v_2 که نمایشگر قسمت تغییرپذیر بازمان است بازهم کوچک فرض میشود تا تقریبی که‌درنوشتن معادله(۳-۱۲) بکار رفته هنوز معتبر باشد. بنابراین یک تغییرجزئی درتجزیه و تحلیل بالا باید انجام داد .

ولتاژ دوسرخازن مساوی $v_1(t)+v_2(t)$ است و از اینرو بار خازن چنین است :

$$q(t)=f(v_1(t)+v_2(t))$$

و چون $v_2(t)$ برای همه t کوچک است داریم :

$$q(t) \approx f(v_1(t))+ \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1(t)} v_2(t)$$

گیریم :

$$q_1(t) \triangleq f(v_1(t)) \qquad (۳—۱۵)$$

بار $q_1(t)$ را میتوان بار ناشی از $v_1(t)$ درنظر گرفت . بار باقیمانده :

$$q_2(t) \triangleq q(t) - q_1(t)$$

بطور تقریبی با عبارت زیر داده میشود :

$$q_2(t) \approx \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1(t)} v_2(t) \qquad (۲-۱۶)$$

بار q_2 متناسب با v_2 بوده ومیتوان بعنوان تغییرات بار سیگنال کوچک ناشی از v_2 درنظر گرفت . چون v_1 یک تابع داده شده‌ای از زمان میباشد، $\left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1(t)}$ را میتوان بعنوان خازن خطی تغییرپذیر بازمان $C(t)$ درنظر گرفت که درآن :

$$C(t) = \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1(t)}$$

بنابراین ما نشان دادیم که در تجزیه‌وتحلیلهای سیگنالهای کوچک ، یک خازن غیرخطی را میتوان بصورت یک خازن خطی تغییرپذیر با زمان مدل‌سازی نمود . این نوع تجزیه‌و تحلیل ، در درک تقویت‌کننده‌های پارامتری جنبهٔ اساسی دارد .

تمرین خازن غیرخطی که توسط معادله زیر مشخص میشود داده شده است:

$$q = ۱ - e^{-v}$$

ظرفیت C متناظر با سیگنالهای کوچک راکه بصورت $\left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1}$ درمعادله (۲-۱۶) تعریف میشود برای حالتهای زیر تعیین کنید :

الف - $v_1 = ۱۰$ ولت

ب - $v_1 = ۱۰ + ۰\cos\omega_1 t$

فرض کنید که $v_2(t) = ۰/۱ \cos ۱۰\omega_1 t$ باشد جریان‌تقریبی خازن‌راکه از v_2 ناشی میشود برای هردوحالت تعیین کنید .

۴- سلف‌ها

سلف‌ها[1] بعلت اینکه در میدان مغناطیسی خود انرژی ذخیره مینمایند در مدارهای الکتریکی بکار میروند. عنصری که سلف نامیده میشود ایده‌آل شده یک سلف فیزیکی است. بعبارت دقیق‌تر، **یک عنصر دوسر را سلف خواهیم گفت اگر در هر لحظه t از زمان، شار $\Phi(t)$ و جریان $i(t)$ آن در رابطه‌ای که توسط یک منحنی درصفحه $i\Phi$ تعریف میشود صدق کند**. این منحنی را **مشخصهٔ سلف در زمان** t نامند. نکته اساسی این است که رابطه‌ای بین مقدار «لحظه‌ای» شار $\Phi(t)$ و مقدار «لحظه‌ای» جریان $i(t)$ وجود دارد. دربعضی حالتها ممکن است مشخصه با زمان تغییر کند. در دیاگرامهای مداری، یک سلف را بطور نمایشی مطابق شکل (۱-۴) نشان میدهند. ازآنجائیکه درتئوری مدار، مشخص‌سازی اساسی یک عنصر دوسر برحسب جریان و ولتاژ آن انجام میگیرد، لازم است که ارتباطی بین شار و ولتاژ شاخه برقرار شود. ولتاژ دوسر یک سلف (که با جهت قراردادی نشان داده شده درشکل (۱-۴) سنجیده میشود) مطابق قانون القاء فاراده[2] بصورت زیر داده میشود:

$$\boxed{v(t) = \frac{d\Phi}{dt}} \qquad (۱-۴)$$

که درآن v برحسب ولت و Φ برحسب وبر[3] است.

اکنون مطابقت کیفی رابطه (۱-۴) را با قانون لنز[4] بررسی میکنیم. این قانون بیان

شکل ۱-۴- نمایش یک سلف

---

۱ — Inductors

۲ — Faraday's induction law

۳ — Weber

۴ — Lenz

میدارد که نیروی محرکه‌ای که دراثر تغییر شار القاء میشود دارای چنان جهتی است که با علت تغییر شار مخالفت میکند . برای تشریح این مطلب فرض کنید که جریان i اضافه شود ، یعنی $\frac{di}{dt} > 0$ ، جریان اضافه شده میدان مغناطیسی‌اضافی بوجودمیآورد و بنابراین شار Φ افزوده میشود، یعنی $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ ، وطبق رابطه(۴-۱) ، $v(t) > 0$ و این بدان‌معنی است که پتانسیل گره A از پتانسیل گره B بیشتراست واین دقیقاً همان جهت پتانسیل لازم برای مخالفت با افزایش بیشتر جریان را نشان میدهد .

سلفها نیز مانند مقاومتها و خازنها بسته باینکه خطی ، غیرخطی ، تغییرپذیر با زمان ویا تغییرناپذیر بازمان باشند بچهار نوع تقسیم میشوند. سلفی را **تغییر ناپذیر با زمان** گویند که مشخصهٔ آن با زمان تغییر نکند . سلفی را **خطی** گویند که درهرلحظه از زمان مشخصهٔ آن خط مستقیمی باشد که از مبداء صفحه $i\Phi$ بگذرد .

۴-۱- سلف خطی تغییر ناپذیر با زمان

بنا به تعریف، مشخصهٔ یک سلف خطی تغییر ناپذیر بازمان دارای‌معادله‌ای بصورت زیر میباشد :

$$\boxed{\Phi(t) = Li(t)} \qquad (۴-۲)$$

که درآن L مقدار ثابتی بوده (نا بسته از t و i) و **اندوکتانس**[۱] گفته میشود . مشخصهٔ آن خط مستقیمی به شیب L است که از مبداء میگذرد . واحدهای این معادله بترتیب وبر ، هانری[۲] و آمپر است . معادله‌ای که ولتاژ دوسر سلف وجریان درون آن را بهم ارتباط میدهد بآسانی از روی معادلات (۴-۱) و (۴-۲) بدست میآید و داریم :

$$\boxed{v(t) = L\frac{di}{dt}} \qquad (۴-۳)$$

و اگر از معادله (۴-۳) بین صفر و t انتگرال بگیریم بدست میآید :

---

۱ — Inductance ۲ — Henry

$$i(t)=i(o)+\frac{1}{L}\int_{o}^{t} v(t')\,dt' \qquad (۴-۴)$$

گیریم $\Gamma \triangleq \frac{1}{L}$ باشد . Γ را **اندوکتانس معکوس**[1] گویند و داریم :

$$i(t)=i(o)+\Gamma\int_{o}^{t} v(t')\,dt' \qquad (۴-۵)$$

انتگرال موجود درمعادلات (۴-۴) و (۴-۵) مساحت خالص زیر منحنی ولتاژ بین زمان صفر و زمان t میباشد. واضح است که مقدار i درلحظه t ، یعنی $i(t)$ ، بمقداراولیه آن $i(o)$ و همه مقادیر شکل موج ولتاژ $v(\cdot)$ درفاصله زمانی $[o\,,\,t]$ بستگی دارد . به‌این حقیقت، همانطوریکه‌درمورد خازنها هم گفته شد، اغلب با گفتن اینکه « سلفهادارای حافظه میباشند» اشاره میشود .

با توجه به معادله (۴-۴) تذکر این موضوع حائز اهمیت است که یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان بعنوان یک عنصر مدار ، فقط وقتی کاملاً مشخص میشود که جریان اولیه $i(o)$ و اندوکتانس L (شیب مشخصهٔ آن) داده شده باشد . درهمه مطالعات تئوری مدار ما با این واقعیت مهم مواجه خواهیم بود .

بایستی تأکید شود که معادله (۴-۳) یک تابع « خطی » را تعریف میکند که ولتاژ لحظه‌ای $v(t)$ را برحسب مشتق جریان که درلحظه t حساب شود بیان میدارد . معادله (۴-۴) تابعی را تعریف میکند که جریان‌لحظه‌ای $i(t)$ را برحسب $i(o)$ و شکل موج $v(\cdot)$ درفاصله زمانی $[o\,,\,t]$ بیان میدارد . توجه به‌این مطلب حائز اهمیت است که تنها اگر $i(o)=o$ باشد تابعی که بوسیله معادله (۴-۴) تعریف میشود یک « تابع خطی » است که مقدارجریان i درلحظه t ، یعنی $i(t)$ ، را برحسب شکل‌موج‌ولتاژ $v(\cdot)$ درفاصله زمانی $[o\,,\,t]$ بدست میدهد .

تمرین ۱ گیریم منبع جریان $i_1(t)$ یک سلف خطی تغییرناپذیر با زمان با

---

۱ — Reciprocal inductance

اندوکتانس L و $i(o)=o$ وصل شود. شکل موج ولتاژ $v(\cdot)$ دوسر سلف را برای حالتهای زیر تعیین کنید :

الف ـ $i_s(t)=u(t)$

ب ـ $i_s(t)=\delta(t)$

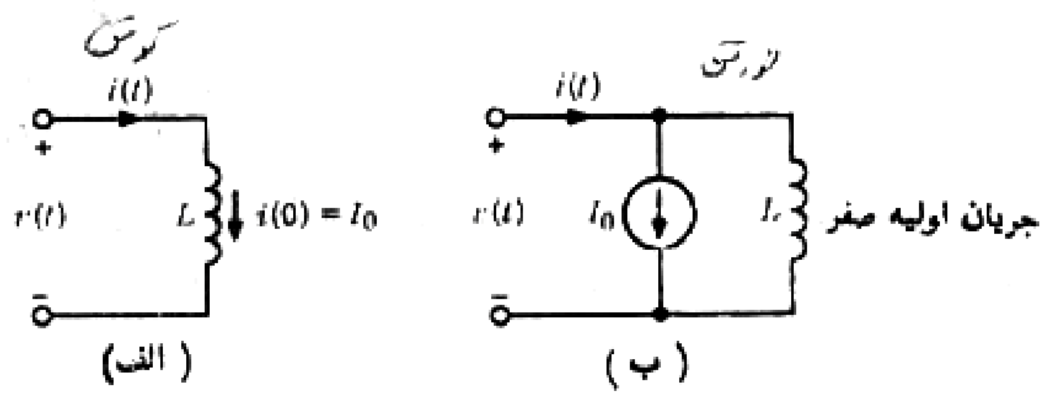
تمرین ۲ گیریم منبع ولتاژ $v_s(t)$ بیک سلف خطی تغییرناپذیر با زمان با اندوکتانس L و $i(o)=o$ وصل شود. شکل موج جریان $i(\cdot)$ در داخل سلف را برای حالتهای زیر تعیین کنید :

الف ـ $v_s(t)=u(t)$

ب ـ $v_s(t)=\delta(t)$

پ ـ $v_s(t)=A\cos\omega t$ که دراینجا A و ω مقادیر ثابت میباشند .

تبصره ۱ـ معادله (٤-٤) بیان‌میکند که درلحظه t ، جریان شاخه $i(t)$ $(t\geqslant o)$ دریک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان از دوجمله تشکیل مییابد . جمله اول جریان $i(o)$ در لحظه $t=o$ ، یعنی جریان‌اولیه در سلف، و جملهٔ دوم جریان سلف L درلحظه t است بشرطیکه در $t=o$ این سلف‌دارای‌جریان اولیه صفر باشد. بنابراین هرسلف‌خطی تغییرناپذیر بازمان باجریان‌اولیه $i(o)$ را میتوان بصورت‌اتصال موازی یک‌منبع جریان دائم $I_0=i(o)$ وهمان سلف باجریان‌اولیه صفر درنظرگرفت، بشکل(٤-٢) مراجعه شود. اغلب درفصلهای بعدی با این نتیجه مفید مواجه خواهیم بود .



شکل ٢-٤ـ سلف با جریان اولیهٔ $i(o)=I_0$ درحالت (الف)، معادل اتصال موازی همان سلف باجریان اولیه‌صفر ومنبع جریان ثابت I_0 درحالت (ب) میباشد .

تبصره ۲- یک سلف خطی تغییرناپذیر با زمان با جریان اولیه صفر، یعنی $i(0)=0$ را درنظر گیرید. این سلف بطور موازی با یک منبع جریان دلخواه $i_s(t)$ مطابق شکل (۳-۴ الف) وصل شده است. این اتصال موازی معادل مدار نشان داده شده درشکل (۳-۴ ب) میباشد که در آن همان سلف بطور سری با منبع ولتاژ $v_s(t)$ وصل شده و داریم:

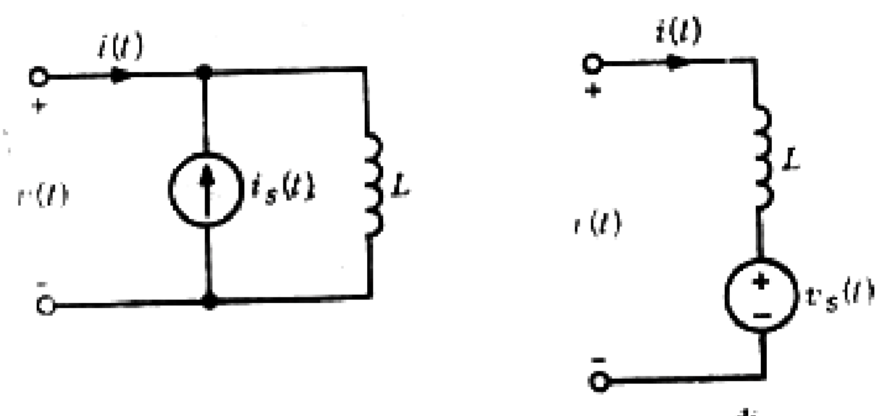
$$\boxed{v_s(t)=L\frac{di_s}{dt}}$$ معادل تونن (۴-۶)

منبع جریان $i_s(t)$ درشکل (۳-۴ الف) (برحسب منبع ولتاژ شکل (۳-۴ ب)) چنین است:

$$\boxed{i_s(t)=\frac{1}{L}\int_0^t v_s(t')\,dt'}$$ معادل نرتن (۴-۷)

نتایج شکلهای (۳-۴ الف و ب) را بترتیب مدارهای معادل نرتن وتونن گویند. بخصوص اگر i_s درشکل (۳-۴ الف) تابع پله واحد باشد منبع ولتاژ v_s درشکل (۳-۴ ب) تابع ضربه $L\delta(t)$ خواهد بود.

تبصره ۳- با تکرار استدلالی مشابه آنچه که درمورد خازنها بکار رفت میتوان در مورد سلف‌ها هم، خاصیت مهم زیر را نتیجه گیری نمود: «اگر برای همه زمانها درفاصله بسته $[0, t]$، ولتاژ v دوسر یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان کراندار بماند، جریان i



$i_s(t)=\frac{1}{L}\int_0^t v_s(t')\,dt'$ (الف)

$v_s(t)=L\frac{di_s}{dt}$ (ب)

شکل ۳-۴- مدارهای معادل نرتن (الف) و تونن (ب) برای سلف با یک منبع

درفاصله زمانی باز (o, t) یک تابع پیوسته میباشد » ، یعنی مادامیکـه ولتاژ دو سر یک سلف کرانـدار بماند جریـان داخل آن سلف نمیتوانـد بطور لحظه‌ای از یک مقدار به مقدار متفاوتی بجهد .

٤-٢ سلف خطی تغییرپذیر بازمان

اگر سلفی خطی ولی تغییرپذیر با زمان باشد، مشخصهٔ آن درهرلحظه، خط مستقیمی است کـه ازمبداء گذشته و شیب آن تـابعی از زمان است . شار برحسب جریان بصورت زیر بیان میشود :

$$\boxed{\Phi(t)=L(t)\ i(t)} \qquad (٤-٨)$$

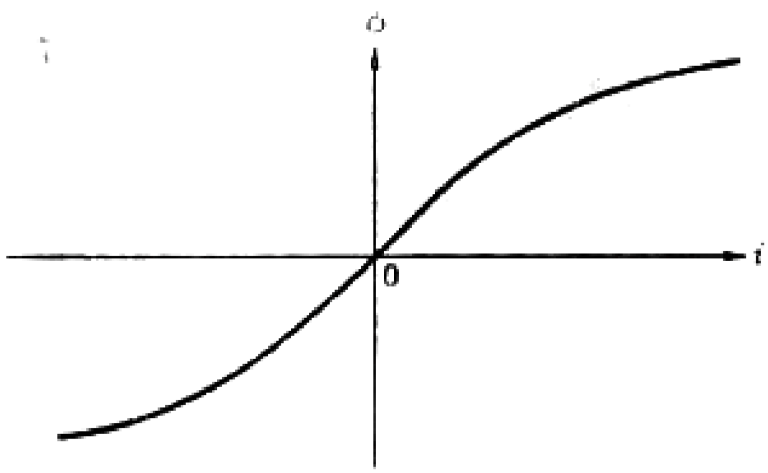
که درآن $L(\cdot)$ یک تابع معینی از زمان میباشد . درواقع تابع $L(\cdot)$ جزو مشخصه سلف تغییرپذیر بازمان است . معادله (٤-١) بصورت زیر درمیآید :

$$\boxed{v(t)=L(t)\,\frac{di}{dt}+\frac{dL}{dt}\,i(t)} \qquad (٤-٩)$$

سلف خطی تغییرپذیر بازمان

٤-٣ سلف غیرخطی

اغلب سلفهـای فیزیکی دارای مشخصه‌هـای غیرخطی هستند و فـقط بـرای دامنهٔ تغییرات خاصی ازجریان، میتوان سلفهای‌خطی تغییرناپذیر بازمان‌را برای سلفها مدل قرار



شکل ٤-٤- مشخصه یک سلف غیرخطی

داد . مشخصهٔ نوعی یک سلف فیزیکی درشکل (۴-۴) نشان‌داده شده است . برای‌جریانهای زیاد شار بحالت اشباع میرسد، یعنی وقتیکه جریان خیلی زیادمیشود شار به مقدار خیلی کم افزایش مییابد .

مثال گیریم مشخصهٔ یک سلف غیرخطی تغییرناپذیر بازمان را بتوان بصورت زیر نمایش داد :

$$\Phi = \tanh i$$

جریان داخل سلف، سینوسوئید $i(t)=A\cos\omega t$ میباشد. ولتاژ دوسرسلف را حساب کنید.
شار سلف عبارتست از :

$$\Phi(t)=\tanh(A\cos\omega t)$$

و از رابطه (۱-۴) داریم :

$$v(t)=\frac{d}{dt}\,\Phi(i(t))=\frac{d\Phi}{di}\bigg|_{i(t)}\frac{di}{dt}$$

$$=\frac{d\tanh i}{di}\bigg|_{i(t)}\frac{d\,A\cos\omega t}{dt}=\frac{1}{\cosh^2(A\cos\omega t)}\,(-A\omega\sin\omega t)$$

و نتیجه میگیریم که :

$$v(t)=-\,A\omega\,\frac{\sin\omega t}{\cosh^2(A\cos\omega t)}$$

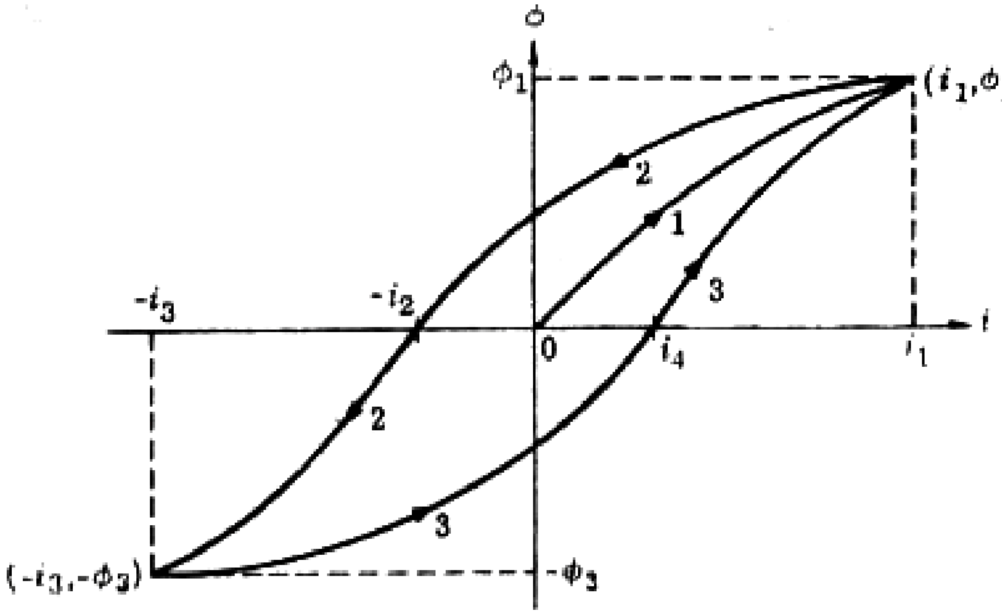
بنابراین با معلوم بودن دامنه A وفرکانس زاویه‌ای ω ، جریان و ولتاژ دوسر سلف بصورت تابعی از زمان کاملاً مشخص میشوند .

۴-۴ پس‌ماند

نوع خاصی ازسلف غیرخطی‌مانند سلف با هسته فرومغناطیسی(۱) مشخصه‌ای دارد که « پدیده پس‌ماند(۲) » را نشان میدهد . مشخصهٔ پس‌ماند برحسب منحنی شار و جریان

---

۱ — Ferromagnetic - core   ۲ — Hysteresis phenomenon

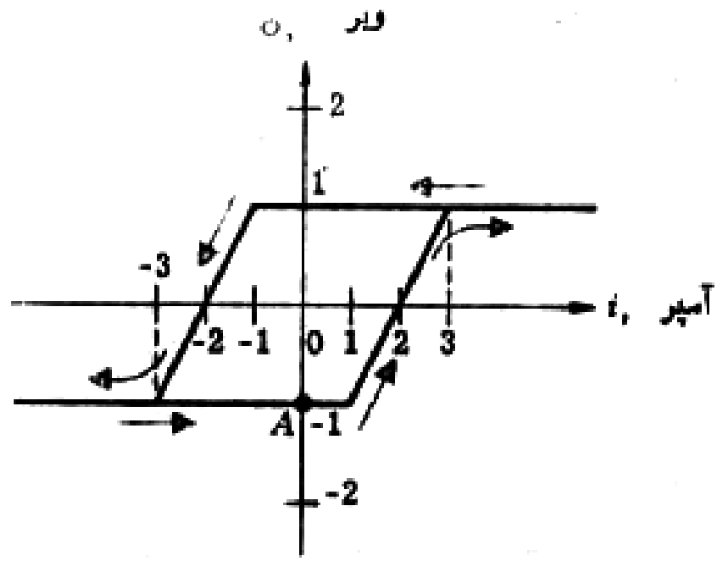


شکل ۵-۴- پدیده پس‌ماند

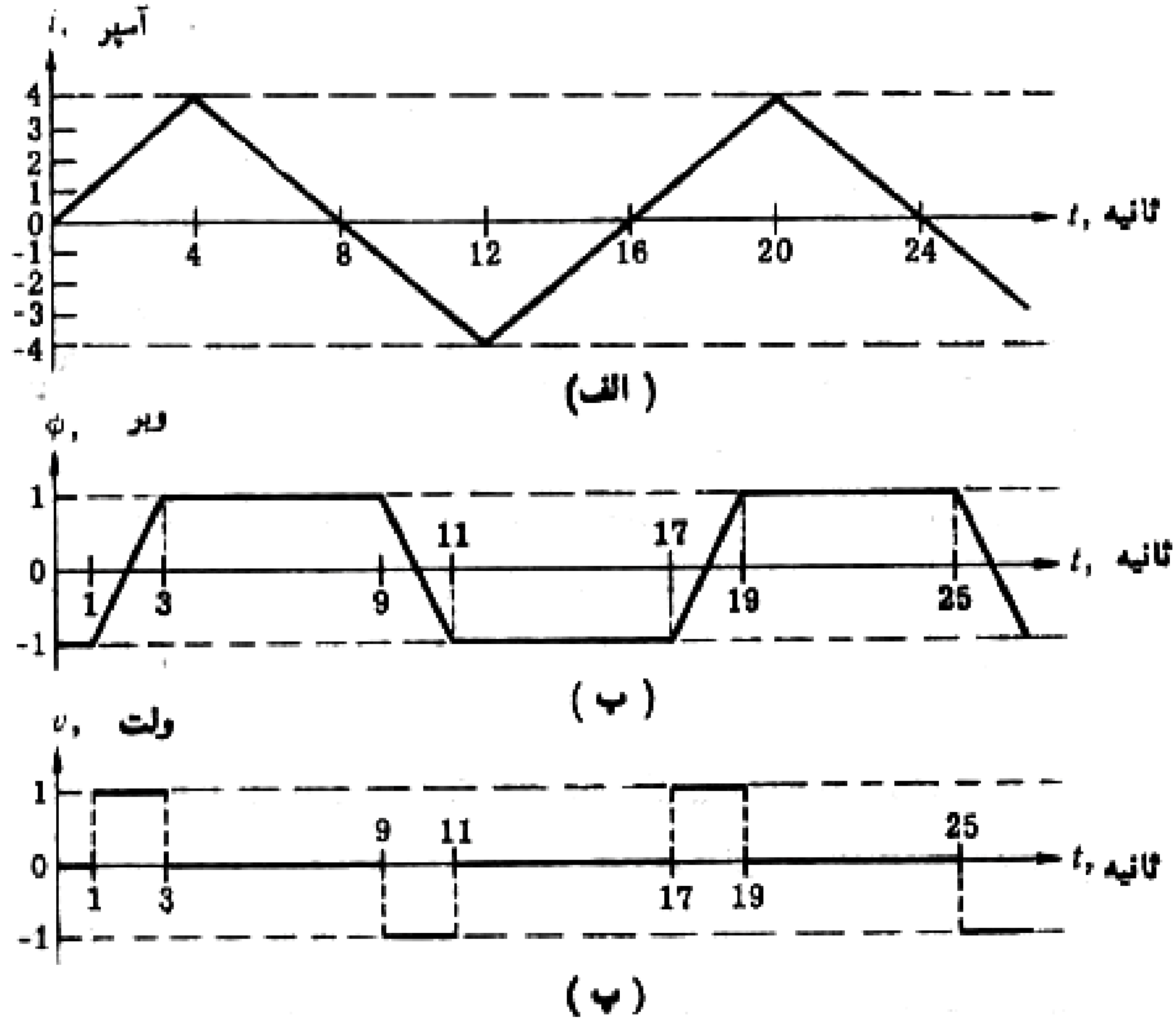
درشکل (۵ ـ ۴) نشان داده شده است . فرض کنید از مبداء صفحه $i\Phi$ شروع نموده و جریان را بتدریج افزایش دهیم شار مطابق منحنی ۱ زیاد میشود . اگر پس از رسیدن به نقطه (i_1 , Φ_1) جریان را کاهش دهیم، شار بجای اینکه منحنی ۱ را بطورمعکوس طی کند روی‌منحنی ۲ قرارمیگیرد و وقتیکه جریان به نقطه $-i_2$ میرسد شار بالاخره مساوی صفر میشود، واگر پس‌از رسیدن به نقطه $(-i_3 , -\Phi_3)$ جریان‌را دوباره افزایش دهیم شار منحنی ۳ را طی‌میکند و وقتیکه جریان به مقدارمثبت i_4 میرسدمقدار شار صفر میگردد .

تعریفی‌که برای سلف بعنوان یک عنصر مدار دادیم حالتی را که سلف فیزیکی پدیده پس‌ماند را نشان دهد شامل نمیباشد زیرا وقتی‌که بطور دقیق صحبت شود مشخصهٔ نشان داده شده درشکل (۵ ـ ۴) یک منحنی نیست . تا آنجا که میدانیم هیچ طریق مؤثری برای توصیف پدیده کلی پس‌ماند وجود ندارد ، معهذا ما درمثال زیر نشان میدهیم که چگونه با ایده‌آل سازی مناسب وبرای نوع معینی ازشکل موج جریان، تعیین ولتاژدوسر سلفی‌که پدیده پس‌ماند را نشان میدهد ساده میباشد .

مثال گیریم یک سلف غیرخطی‌دارای‌مشخصهٔ پس‌ماندایده‌آل شده مطابق شکل (۶-۴) بوده و فرض میکنیم نقطه‌کار درلحظهٔ صفر درنقطه A روی مشخصه باشد که درآن



شکل ۶-۴- مشخصهٔ یک سلف که دارای خاصیت پس‌ماند است .



شکل ۷-۴- شکل‌موجهای i ، Φ و v برای یک سلف غیرخطی که مشخصهٔ پس‌ماندآن درشکل (۶-۴) نشان داده شده است .

$i = 0$ و $\Phi = -1$ است وشکل موج جریان مطابق آنچه درشکل (۷-۴ الف) نشان‌داده شده است باشد ، میخواهیم ولتاژ دوسر سلف را حساب کنیم. بایستی تأکید شود که وقتی ما مشخصهٔ ایده‌آل‌شده را بکار می‌بریم فرض میکنیم که برای $|i| > 2$ شار مقدار ثابتی بوده ودرحالت $|i| < 2$ ، بسته باینکه جریان اضافه یا کم شود، شار ممکن‌است برای هرمقدار i دو مقدار انتخاب کند . میتوان بسهولت با معلوم بودن شکل موج جریان ، منحنی Φ را بصورت تابعی از زمان رسم نمود (شکل(۷-۴ ب) را ببینید) . با مشتق گیری ازتابع Φ که بدین ترتیب بدست‌میآید، ولتاژ دوسرسلف را بدست میآوریم. این نتیجه درشکل (۷-۴ پ) نشان داده شده است. این نوع محاسبه و ایده‌آل سازی، درتجزیه وتحلیل تقویت کننده‌های مغناطیسی و بعضی از مدارهای کامپیوتر مورداستعمال فراوان دارد .

۵ خلاصه عناصر دوسر

دراین بخش کوتاه، میخواهیم بعضی‌ازمفاهیمی‌راکه درتمام عناصر مدار که تا بحال درنظرگرفتیم مشترك هستند، یکجا جمع نمائیم . این عناصر عبارتند از مقاومت‌ها ، منابع نابسته ، خازنها و سلف‌ها .

اینها همگی « عناصر دوسر » هستند . مقاومتها و منابع نابسته توسط منحنی‌هائی درصفحه iv مشخص میشوند، درحالیکه خازنها بوسیله یک منحنی درصفحه vq و سلف‌ها بوسیله یک‌منحنی درصفحه $i\Phi$ مشخص‌میگردند . درهرحالت‌این‌منحنی‌را « مشخصهٔ عنصر دوسر در لحظه t گویند» . این مشخصه‌ها مجموعه‌ای از همه مقادیر ممکن را که جفت متغیرها (مناسب آن عنصر دوسر) ممکن است درلحظه t دارا باشند ، معین میکنند .

اگر ، تقسیم‌بندی چهارگانه را درنظرگیریم ملاحظه میکنیم که مفهومهای زیر را بکار برده‌ایم :

۱- یک عنصر دوسر را « خطی » گویند، اگر مشخصهٔ آن درهرلحظه، خط مستقیمی باشدکه ازمبداء میگذرد. بعبارت دیگر ، مقدارلحظه‌ای یکی ازمتغیرها تابع خطی مقدار لحظه‌ای متغیر دیگر باشد .

۲- یک عنصر دوسر را « تغییرناپذیر بازمان » گویند، اگرمشخصهٔ آن با زمان‌تغییر نکند، و بالنتیجه یک عنصر دوسر را « خطی تغییرناپذیر بازمان » گویند، اگر این عنصر هم‌خطی و هم تغییرناپذیر با زمان باشد، و بنابه تعریف این بدین‌معنی‌است که مشخصهٔ آن

خط مستقیم ثابتی است که از مبداء میگذرد . این مشخصه بوسیله یک عدد یعنی شیب آن کاملاً مشخص میشود .

درجدول (۱ - ۲) عبارتهای جبری معین کننده مشخصه‌ها و معادلات ارتباط دهنده ولتاژ و جریان برای هریک ازعناصر دوسر داده شده‌است. چنانکه قبلاً گفته شد، خازنهای فیزیکی معمولی دارای یک مشخصه vq است که بطور یکنوا افزایش می‌یابد و بنابراین مقدار لحظه‌ای بار $q(t)$ را میتوان همیشه توسط یک تابع تک ارز برحسب مقدار لحظه‌ای ولتاژ $v(t)$ بیان نمود . بنابراین اگر خازنی تغییرناپذیر با زمان باشد میتوان مشخصهٔ آنرا بصورت $q=f(v)$ نوشت و اگر خازن تغییرپذیر با زمان باشد بصورت :

$$q(t)=f(v(t)\ ,\ t)$$

نوشت . اگر پدیده پس‌ماند را درنظر نگیریم ، میتوان توضیحات مشابهی هم برای سلفها بیان نمود. برای سلفهای تغییرناپذیر بازمان، میتوان‌مشخصه را همواره بصورت $\Phi=f(i)$ و برای حالت تغییرپذیر بازمان بصورت $\Phi(t)=f(i(t)\ ,\ t)$ نوشت .

درمورد مقاومتها وضع پیچیده‌تری وجود دارد . با مراجعه به شکل (۱-۹) ملاحظه میشود که مشخصهٔ یک دیود تونلی را میتوان بوسیله معادله‌ای بشکل $i=f(v)$ نوشت که درآن f یک تابع تک ارز میباشد . در واقع برای هرمقدار ولتاژ v ، مشخصه یک وتنها یک مقدار برای جریان لحظه‌ای i مجاز میدارد . چنین مقاومتی را « کنترل شده با ولتاژ » گویند . ازطرف دیگر ، اگر بشکل (۱-۱۰) مراجعه کنیم ملاحظه میکنیم که مشخصهٔ یک حباب گازدار دارای این خاصیت است که برای هرمقدار جریان i ، مشخصه یک و تنها یک مقدار برای v مجاز میدارد و داریم $v=f(i)$ ، که درآن f یک تابع تک ارز میباشد . چنین مقاومتی را « کنترل‌شده با جریان » گویند. بعضی مقاومتها مانند دیود ایده‌آل ، نه کنترل شده باجریان و نه کنترل شده با ولتاژ هستند. اگر $v=o$ باشد ، جریان میتواند هرمقدار نامنفی را داشته باشد (ازاینرو نمیتواند مقاومت کنترل شده با ولتاژ باشد) و اگر $i=o$ باشد ولتاژ میتواند هرمقدار نامثبت را داشته باشد (ازاینرو نمیتواند مقاومت کنترل شده با جریان باشد) . یک مقاومت خطی بشرطیکه $o<R<\infty$ باشد، هم کنترل شده با ولتاژ وهم کنترل شده با جریان میباشد .

جدول ۱-۲   خلاصهٔ طبقه بندی چهارگانهٔ عناصر دوسر

	خطی		غیر خطی	
	تغییر ناپذیر بازمان	تغییر پذیربا زمان	تغییر ناپذیر بازمان	تغییر پذیربا زمان
مقاومتها 	$v(t) = Ri(t)$ $i(t) = Gv(t)$ $R = 1/G$	$v(t) = R(t)i(t)$ $i(t) = G(t)v(t)$ $R(t) = 1/G(t)$	$v(t) = f(i(t))$ Current-controlled $i(t) = g(v(t))$ Voltage-controlled	$v(t) = f(i(t),t)$ Current-controlled $i(t) = g(v(t),t)$ Voltage-controlled
خازنها $i = \frac{dq}{dt}$ 	$q(t) = Cv(t)$ $i(t) = C\frac{dv}{dt}$ $v(t) = v(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t')\,dt'$	$q(t) = C(t)v(t)$ $i(t) = \frac{dC}{dt}v(t) + C(t)\frac{dv}{dt}$	$q(t) = f(v(t))$ $i(t) = \frac{df}{dv}\Big\|_{op}\frac{dv}{dt}$	$q(t) = f(v(t),t)$ $i(t) = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial v}\Big\|_{op}\frac{dv}{dt}$
سلفها $v = \frac{d\phi}{dt}$ 	$\phi(t) = Li(t)$ $v(t) = L\frac{di}{dt}$ $i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t v(t')\,dt'$	$\phi(t) = L(t)i(t)$ $v(t) = \frac{dL}{dt}i(t) + L(t)\frac{di}{dt}$	$\phi(t) = f(i(t))$ $v(t) = \frac{df}{di}\Big\|_{op}\frac{di}{dt}$	$\phi(t) = f(i(t),t)$ $v(t) = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial i}\Big\|_{op}\frac{di}{dt}$

۶- توان وانرژی

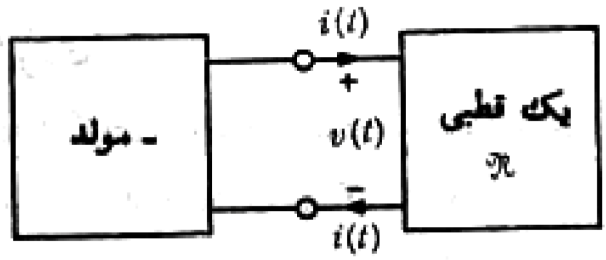
در درس فیزیک یاد گرفتیم که یک مقاومت هیچگونه انرژی ذخیره نکرده بلکه انرژی الکتریکی را جذب میکند، اما یک خازن در میدان الکتریکی خود، و یک سلف در میدان مغناطیسی خود انرژی ذخیره مینمایند. دراین بخش، توان[۱] و انرژی[۲] را از نقطه نظری که برای مدارهای فشرده بسیار راحت باشد مورد بحث قرار خواهیم داد.

دربررسی مدارهای فشرده، تا بحال توجه خود را به عناصر دوسر متمرکز کرده‌ایم. حال میخواهیم بررسی وسیعتری انجام دهیم. فرض کنید مداری دراختیار داشته و دوسیم ازاین مدار بیرون آورده و آنرا به مدار دیگری که مولد[۳] میناميم وصل کنیم (به شکل (۱-۶) مراجعه شود). مثلاً مداری که با آن شروع میکنیم ممکن است یک بلندگو باشد که آنرا بدوسر کابلی که از یک تقویت کننده قدرت بیرون آمده وصل کنیم. بنابراین تقویت کننده قدرت بعنوان یک مولد درنظر گرفته میشود. مداری را که درنظر گرفته‌ایم **مدار دوسر**[۴] خواهیم گفت، زیرا از نقطه نظرما، فقط ولتاژ و جریان دوسر آن و انتقال توانی که دراین سرها انجام میگیرد موردتوجه است.

دراصطلاح جدید، یک مدار دوسر را **یك قطبی**[۵] گویند. لفظ «یک قطبی» دراینجا کاملاً مناسب است زیرا منظور از **قطب**، یک جفت ازسرهای یک مدار است که درآن، درهرلحظه از زمان، جریان لحظه‌ای که وارد یکی ازاین سرها میشود مساوی جریان لحظه‌ای است که از سر دیگر خارج میشود. این واقعیت درشکل (۱-۶) تشریح شده‌است. توجه کنید که جریان $i(t)$ که وارد سربالائی یک‌قطبی $\mathcal{N}$ میشودمساوی جریان $i(t)$ است که ازسرپائینی یک‌قطبی $\mathcal{N}$ خارج‌میشود. جریان $i(t)$ را که واردقطب میشود **جریان قطب** و ولتاژ $v(t)$ دوسر قطب را **ولتاژ قطب** گویند. درنظریه مدارها، مفهوم قطب بسیار حائز اهمیت‌است و وقتیکه کلمهٔ یک قطبی را بکار می‌بریم، میخواهیم نشان دهیم که فقط ولتاژ وجریان قطب موردتوجه ما است. سایر متغیرهای شبکه که مربوط به عناصر داخل یک قطبی‌است قابل دسترس نیستند. وقتیکه شبکه $\mathcal{N}$ را به عنوان یک قطبی درنظر

---

۱ — Power
۲ — Energy
۳ — Generator
۴ — Two Terminal
۵ — One port



شکل ۱-۶- توان لحظه‌ای که در زمان t وارد یک قطبی $\mathcal{N}$ میشود مساوی $p(t)=v(t)\,i(t)$ است

میگیریم، تا آنجائیکه مورد توجه ما است، منظور ازقطب، یک جفت سیمی است که ازیک **جعبه سیاه**[۱] بیرون آمده باشد. این جعبه بدان‌جهت سیاه گفته میشود که ما مجاز نیستیم محتویات داخل آنرا ببینیم ! با بخاطر سپردن این مفهوم، واضح است که مقاومتها، منابع ولتاژ ثابسته، خازنها و سلفها مثالهای ساده وخاصی از « یک قطبی‌ها » هستند که فقط از یک عنصر تشکیل می‌یابند .

یک مطلب اساسی‌فیزیک این‌است که **توان لحظه‌ای** « که وارد یک قطبی میشود مساوی حاصلضرب ولتاژ قطب درجریان قطب‌است» ، بشرطیکه جهت‌های قراردادی ولتاژ قطب و جریان قطب، جهت‌های قراردادی متناظر نشان داده شده درشکل (۱-۶) باشند. گیریم $p(t)$ نشان دهنده توان لحظه‌ای (برحسب وات[۲]) باشد که در زمان t توسط مولد به یک قطبی تحویل داده میشود . دراینصورت :

$$\boxed{p(t)=v(t)\,i(t)} \qquad (۶-۱)$$

که درآن v برحسب ولت و i برحسب آمپر است. چون انرژی (برحسب ژول[۳]) انتگرال توان (برحسب وات) میباشد، نتیجه میشود که « **انرژی تحویل داده شده** » «مولد به یک قطبی از t_0 تا زمان t عبارتست از» :

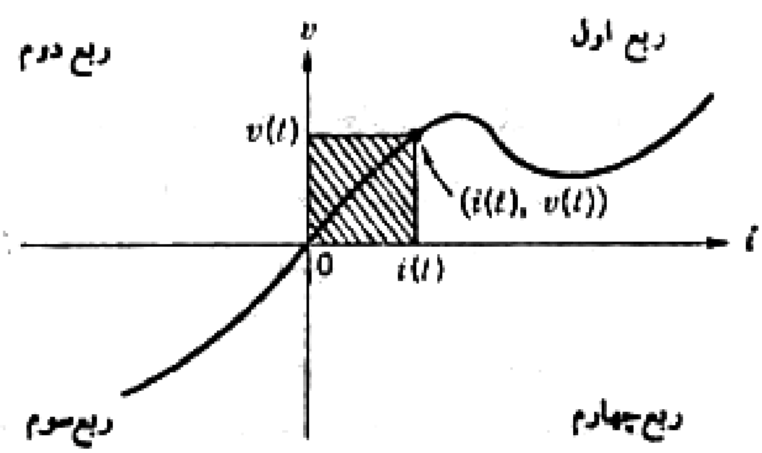
$$\boxed{W(t_0\,,\,t)\triangleq\int_{t_0}^{t}p(t')\,dt'=\int_{t_0}^{t}v(t')\,i(t')\,dt'} \qquad (۶-۲)$$

---

۱ — Black box ۲ — Watt ۳ — Joule

۶-۱ توان ورودی به یک مقاومت - پسیو بودن

ازآنجائیکه یک مقاومت بوسیله یک منحنی درصفحه vi (یا صفحه iv) مشخص میشود ، هرگاه « نقطه کار[۱] » $(i(t), v(t))$ در روی مشخصه معین شود ، توان لحظه‌ای که در زمان t وارد مقاومت میشود بطور یکتائی معین میگردد . توان لحظه‌ای مساوی مساحت مستطیلی‌است که توسط نقطه کار ومحورهای صفحه iv مطابق شکل (۲-۶) تشکیل میشود . هرگاه نقطه کار در ربع اول یا سوم باشد (بنابراین $iv > o$) ، توان وارد شده به مقاومت مثبت‌است، یعنی مقاومت از دنیای خارج توان دریافت مینماید. اگر نقطه کار در ربع دوم یا چهارم باشد (بنابراین $iv < o$) توانی که وارد مقاومت میشود منفی است یعنی مقاومت بدنیای خارج توان تحویل میدهد. ازاین‌جهت، اگر برای هرلحظه t از زمان‌مشخصهٔ مقاومتی در ربع اول وسوم قرارگیرد این مقاومت‌را پسیو[۲] گویند . دراینجا ربع های اول‌وسوم محورهای i و v را نیز شامل میشود . محدودیت هندسی‌مشخصهٔ یک مقاومت پسیو معادل این است که درهرلحظه از زمان، صرفنظر ازشکل موج جریانی که از داخل آن میگذرد $p(t) \geqslant o$ میباشد . این خاصیت اساسی مقاومتهای پسیو است . « یک مقاومت پسیو هیچوقت بدنیای خارج توانی تحویل نمیدهد » . بسادگی میتوان



شکل ۲-۶- توانی که درزمان t وارد مقاومت میشودمساوی $v(t)\, i(t)$ است

---

۱ — Operating point

۲ — Passive

ملاحظه کرد که یک دیود ژرمانیوم و یک دیود تونلی* ، یک مدار باز ، یک مدار اتصال کوتاه و یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان با $R \geqslant 0$ مقاومتهای پسیو هستند .

مقاومتی راکه پسیو نباشد اکتیو(۱) گویند مثلاً" هرمنبع ولتاژ (که درآن v_s متحد باصفر نباشد) و هرمنبع جریان (که درآن i_s متحد باصفر نباشد) یک مقاومت اکتیو است زیرا که مشخصه آن درهرلحظه، موازی‌محور i ها یامحور v ها میباشد وبنابراین به‌ربع‌های اول و سوم محدود نشده است . تذکر این نکته قابل توجه است که برای یک « مقاومت خطی » (تغییرپذیر بازمان یا تغییرناپذیر بازمان) « اگر وتنها اگر ، برای بعضی‌از زمان t رابطه $R(t) < 0$ برقرار باشد اکتیو است » . دلیل این موضوع این است که مشخصه یک مقاومت خطی ، خط مستقیمی است که از مبداء گذشته و شیب آن مساوی مقاومت R میباشد، ازاینرو اگر $R < 0$ باشد مشخصه در ربعهای دوم و چهارم قرار میگیرد. ازاینجا نتیجه میشود که اگر جریانی از داخل این مقاومت بگذرد (مثلاً توسط یک منبع جریان) و $R(t) < 0$ باشد، مقاومت به‌دنیای خارج توانی بمیزان $|R(t)|\, i^2(t)$ وات تحویل میدهد . حقیقت این است که بندرت میتوان یک عنصر فیزیکی پیدا نمود که مانند یک مقاومت‌خطی‌اکتیو طبق تعریف بالا رفتار نماید، معهذا مدل یک مقاومت خطی اکتیو حائز اهمیت است زیرا یک مقاومت غیرخطی مانند دیود تونلی درتجزیه و تحلیل سیگنالهای کوچک بصورت یک مقاومت خطی اکتیو رفتار مینماید و این مطلب درفصل بعد توضیح داده خواهد شد .

۶-۲ انرژی ذخیره شده درخازنهای تغییر ناپذیر بازمان

اکنون‌معادله(۲-۶) را برای محاسبه انرژی ذخیره شده دریک خازن بکارمی‌بریم . برای سادگی فرض میکنیم که خازن، تغییرناپذیر با زمان‌است ولی‌میتواند غیرخطی‌باشد** .

---

* یک دیود تونلی دارای مشخصه‌ای در ربع اول وسوم میباشد وازاینرو یک عنصر پسیواست. در فصل سوم ملاحظه میکنیم که تنها زمانی میتوان آنرا بصورت تقویت کننده بکار بردکه یک عنصر اکتیو خارجی به‌آن وصل شود . درعمل ، این‌کار توسط یک مدار با یاس‌کننده‌که شامل یک باتری است انجام میگیرد .

** انرژی ذخیره شده در خازنها و سلفهای تغییرپذیر با زمان مستلزم محاسبات دقیقی است . محاسبه آنها درفصل ۱۹ انجام خواهد شد .

۱ — Active

فرض کنید یک قطبی شکل (۱ - ۶) که به یک مولد وصل است یک خازن باشد . جریان درون خازن عبارتست از :

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \qquad (۶ - ۳)$$

گیریم مشخصهٔ خازن بوسیله تابع $\hat{v}(\cdot)$ توصیف شده باشد یعنی :

$$v = \hat{v}(q) \qquad (۶ - ۴)$$

بنابراین انرژی که از زمان t_0 تا t توسط مولد به خازن تحویل داده میشود عبارتست از :

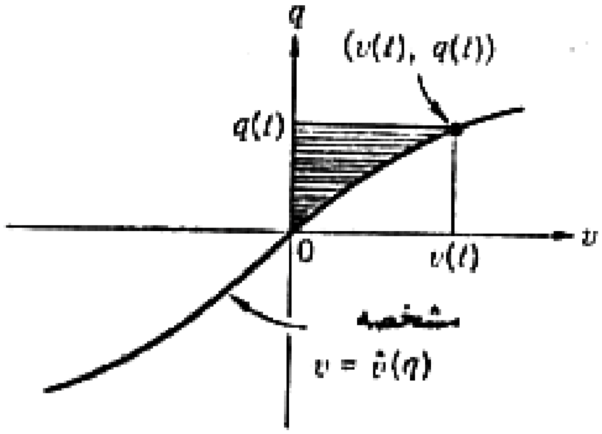
$$W(t_0 , t) = \int_{t_0}^{t} v(t')\, i(t')\, dt' = \int_{q(t_0)}^{q(t)} \hat{v}(q_1)dq_1 \qquad (۶ - ۵)$$

برای بدست آوردن معادله (۵ - ۶) ابتدا معادله (۳ - ۶) را بکار برده و طبق آن نوشتیم:

$$i(t')\, dt' = dq_1$$

که درآن q_1 ، متغیر ساختگی انتگرال گیری و نشان دهنده بار الکتریکی میباشد . معادله (۴ - ۶) را برای بیان ولتاژ $v(t')$ بصورت مشخصهٔ خازن یعنی تابع $\hat{v}(\cdot)$ برحسب متغیر انتگرال گیری q_1 بکار بردیم، و بنابراین حدهای پائین و بالای انتگرال گیری هم متعاقباً از t_0 به $q(t_0)$ و از t به $q(t)$ تغییر کردند. حال فرض میکنیم که بار اولیه خازن صفر باشد، یعنی $q(t_0) = o$. بکار بردن حالت بدون بارخازن بعنوان حالتی که متناظر با انرژی ذخیره شده صفر درخازن باشد کاملاً طبیعی است . ازآنجائیکه خازن فقط انرژی ذخیره نموده و هیچگونه انرژی اتلاف نمی‌نماید، نتیجه میگیریم که انرژی ذخیره شده درزمان t ، یعنی $\mathcal{E}_E(t)$ مساوی انرژی $W(t_0 , t)$ است که از زمان t_0 تا t توسط مولد به خازن تحویل داده شده است. بنابراین **انرژی ذخیره شده درخازن** از روی رابطه (۵ - ۶) بدست میآید :

$$\mathcal{E}_E(t) = \int_{o}^{q(t)} \hat{v}(q_1)\, dq_1 \qquad (۶ - ۶)$$



شکل ۳-۶- سطح هاشورخورده انرژی ذخیره شده در زمان t دریک خازن را نشان میدهد .

برحسب مشخصه خازن درصفحه vq، مساحت هاشورخورده درشکل(۳ ـ ٦) انرژی ذخیره شده را نشان میدهد (توجه کنید که دراین شکل q محور عرضها و v محور طولها میباشد و بنابراین انتگرال (٦ ـ ٦) سطح هاشورخورده « بالای» منحنی را نشان میدهد). واضح است که اگر مشخصه ازمبداء صفحه vq گذشته و در ربع های اول و سوم قرارگیرد، انرژی ذخیره شده همیشه نامنفی است. هرگاه انرژی ذخیره شده دریک خازن همیشه نامنفی باشد خازن را پسیو گویند . برای یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان، معادله مشخصه بصورت زیر است :

$$q = Cv \qquad (٦-٧)$$

که درآن C ثابتی است که به t و v بستگی ندارد . معادله (٦ ـ ٦) تبدیل به عبارت آشنای زیر میگردد :

$$\boxed{\mathcal{E}_E(t) = \int_0^{q(t)} \frac{q_1}{C}\, dq_1 = \frac{1}{2}\,\frac{q^2(t)}{C} = \frac{1}{2}\, Cv^2(t)} \qquad (٦-٨)$$

بنابراین خازن خطی تغییرناپذیر با زمان وقتی پسیو است که ظرفیت آن نامنفی باشد و زمانی اکتیو است که ظرفیت آن منفی باشد. یک خازن اکتیو انرژی منفی ذخیره مینماید، یعنی به‌خارج انرژی تحویل میدهد . البته این عمل از لحاظ فیزیکی تحقق‌پذیر نیست . معهذا میتوان دریک فاصله کارکوچک و باند باریکی از فرکانس ، بوسیله مدارهای

الکترونیکی که بطور مناسبی طرح شده باشند یک خازن با ظرفیت منفی تهیه نمود .

درفصل ۱۹ خواهیم دید که یک‌خازن خطی تغییرپذیر با زمان حتی اگر $C(t)$ برای تمام t مثبت باشد ممکن است اکتیو باشد .

۶-۳ انرژی ذخیره شده درسلفهای تغییر ناپذیر بازمان

محاسبه‌انرژی ذخیره شده دریک سلف، مشابه محاسباتی‌است که درموردخازن انجام گرفت و در واقع اگر درمحاسبات قبلی متغیرها را بطورمناسبی تغییر دهیم (i را به v ، q را به Φ و v را به i تبدیل کنیم) نتایج متناظر را برای یک سلف بدست‌میآوریم . این عمل که جنبه‌ای از روش‌دوگانی[1] است درنظریه مدارا همیت زیادی دارد . مبحث‌دوگانی بعداً با تشریح کافی بررسی خواهد شد .

قانون فاراده درمورد یک سلف بیان میکند که :

$$v(t) = \frac{d\Phi}{dt} \qquad (۶-۹)$$

گیریم مشخصهٔ سلف بوسیله تابع $\hat{i}(\cdot)$ توصیف شده باشد یعنی :

$$i = \hat{i}(\Phi) \qquad (۶-۱۰)$$

فرض کنید که سلف یک قطبی‌ای باشد که مطابق شکل (۱ - ۶) به مولد وصل شده است دراینصورت انرژی تحویل داده شده به سلف بوسیله مولد از زمان t_0 تا t عبارتست از :

$$W(t_0\,,\,t) = \int_{t_0}^{t} v(t')\, i(t')\, dt' = \int_{\Phi(t_0)}^{\Phi(t)} \hat{i}(\Phi_1)\, d\Phi_1 \qquad (۶-۱۱)$$

برای بدست آوردن (۱۱ - ۶) معادله (۹ - ۶) را بکار برده و نوشتیم :

$$v(t')\, dt' = d\Phi_1$$

که درآن متغیر ساختگی انتگرال Φ_1 ، شار را نشان میدهد . برای بیان جریان برحسب

---

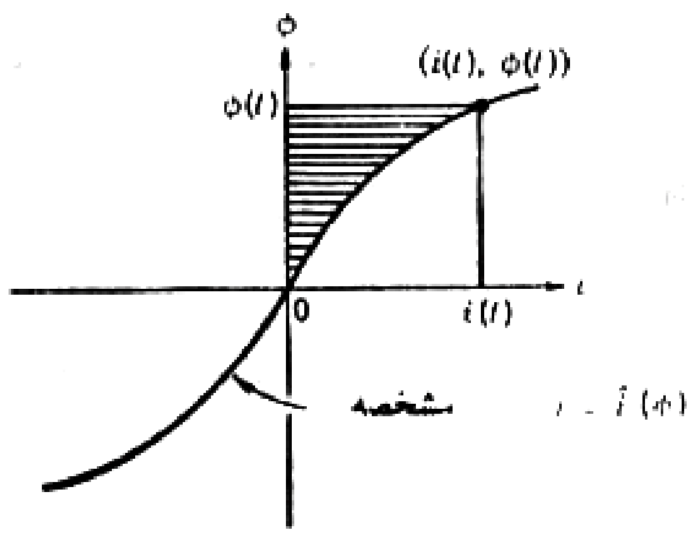
1 — Duality

شارمعادله(۱۰-۶) بکار رفت. روش عمل، مشابه‌روش بدست‌آوردن‌معادله (۵-۶)میباشد. فرض کنید که شاراولیه صفر باشد یعنی $\Phi(t_0)=0$. مجدداً انتخاب‌این‌حالت سلف، متناظر باحالتی‌است که انرژی ذخیره شده مساوی‌صفر باشد و با مشاهده اینکه یک سلف فقط انرژی ذخیره‌کرده وهیچگونه انرژی تلف نمیکند، نتیجه میگیریم که انرژی‌مغناطیسی‌ذخیره شده در زمان t یعنی $\mathcal{E}_M(t)$ مساوی انرژی تحویل داده شده $W(t_0, t)$ مولد به سلف از زمان t_0 تا t میباشد و بنابراین **انرژی ذخیره شده درسلف** عبارتست از :

$$\boxed{\mathcal{E}_M(t)=\int_0^{\Phi(t)} \hat{i}(\Phi_1)\, d\Phi_1} \qquad (۱۲-۶)$$

سطح هاشور زده شکل(۴-۶) ، انرژی ذخیره شده درسلف را برحسب مشخصهٔ آن درصفحه $i\Phi$ نمایش میدهد وبطریق مشابه، اگر مشخصهٔ صفحه $i\Phi$ از مبداء گذشته ودر ربع‌های اول وسوم قرار گیرد انرژی ذخیره شده همیشه نامنفی است . اگر انرژی ذخیره شده یک سلف همیشه نامنفی باشد آنرا **پسیو** گویند. یک سلف خطی تغییرناپذیر با زمان دارای مشخصه‌ای بصورت زیر میباشد .

$$\Phi=Li \qquad (۱۳-۶)$$



شکل ۴-۶- سطح هاشورخورده انرژی ذخیره شده درزمان t درسلف را نشان میدهد

که درآن L ثابتی است که به i و t بستگی ندارد . ازاینرو معادله (۱۲ - ۶) بصورت آشنای زیر منجر میشود :

$$\boxed{\mathcal{E}_M(t) = \int_0^{\Phi(t)} \frac{\Phi_1}{L}\, d\Phi_1 = \frac{1}{2}\, \frac{\Phi^2(t)}{L} = \frac{1}{2} L i^2(t)} \qquad (6-14)$$

و بنابراین یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان وقتی پسیو است که اندوکتانس آن نامنفی باشد و زمانی اکتیو است که اندوکتانس آن منفی باشد .

۷- عناصر فیزیکی درمقابل اجزاء مدار

چنانکه درابتدای این فصل بیان شد اجزاء مدارکه تعریف‌آنها داده شد ، مدلهای مداری با مشخصه‌های ساده ولی دقیق هستند . این مدلهای مداری مشابه ذره و جسم سخت یک فیزیکدان می‌باشند . مدلهای مداری درتجزیه و تحلیل و ترکیب مدارها و سیستمهای فیزیکی‌ضروری هستندهرچند باید دانست که « اجزاء فیزیکی » مانند مقاومتهای فیزیکی (که باید از مقاومتهای مدلی متمایز شوند) ، دیودها ، سیم‌پیچ ها و ظرفیت‌ها که ما با آنها درآزمایشگاه سروکارداشته یاآنهارادرمدارهای‌عملی بکارمیبریم فقط میتوانندتوسط مدلهای‌مداری ما تقریب شوند. علم مهندسی برخلاف ریاضیات‌موضوع دقیقی نیست وتقریباً درحل‌تمام مسائل بکار بردن تقریب لازم واساسی است. مسأله اساسی شناختن مدل‌مناسب و بکار بردن تقریب معتبر درحل مسائل است .

دراین بخش به بحث مختصری درباره مسأله مدل سازی بعضی از عناصر فیزیکی که معمولاً بکار میروند می‌پردازیم. بسیاری از عناصر فیزیکی را میتوان، کم و بیش دقیق، با مشخصهٔ اصلی فیزیکی آنها مدل سازی کرد . مثلاً یک ظرفیت با صفحات موازی را در شرایط عادی کار (که شرح‌داده خواهد شد)، میتوان با یک خازن‌خطی تغییرناپذیر بازمان مدل نمود. درفرکانسهای پائین میتوان یک‌دیود پیوندی را بعنوان یک مقاومت غیرخطی درنظرگرفته وسپس آنرا بصورت ترکیبی ازیک دیود ایده‌آل ومقاومت‌خطی تقریب نمود . معهذا دربکار بردن این عناصر بایستی متوجه شویم که تحت چه شرایطی این مدلها معتبر است و مهمتر ازآن درچه صورتی لازم است اصلاحاتی درمدل بعمل آید . درمطالب زیر

سه موضوع اساسی را که درمدل سازی برای عناصر فیزیکی اهمیت فراوان دارند مورد بحث قرار میدهیم .

« دامنه کار » هرعنصر فیزیکی برحسب دامنهٔ کار(۱) طبیعی خود مشخص میشود . ولتاژ حداکثر ، جریان حداکثر وتوان حداکثر تقریباً همواره برای هردستگاهی معین میشود و اگر درمداری ولتاژ ، جریان یا توان از مقدار معین شده تجاوز نماید نمیتوان برای عنصر بطریق معمولی خود مدل سازی کرد و اگر عنصری در چنین شرایطی بکار برده شود ممکن است عملاً از کار بیافتد .

دامنهٔ کار دیگری که معمولاً معین میشود ، دامنه تغییرات فرکانس میباشد . مثلاً درفرکانسهای خیلی بالا نمیتوان یک مقاومت را برای یک مقاومت فیزیکی مدل قرارداد . وقتی بطور دقیق صحبت شود، هرزمان که اختلاف ولتاژی موجود باشد یک میدان الکتریکی بوجود می‌آید و ازاینرو مقداری انرژی الکترواستاتیکی ذخیره میشود . بطریق مشابه، وجود یک جریان لازم میدارد که مقداری انرژی مغناطیسی هم ذخیره شود . درفرکانسهای پائین این گونه آثار قابل صرفنظر است و بنابراین میتوان یک مقاومت فیزیکی را بعنوان ، تنها یک عنصر مدار ، یعنی یک مقاومت مدل نمود . درحالیکه در فرکانسهای بالا ، یک مدل خیلی دقیق باید علاوه برمقاومت شامل سلف وخازن نیز باشد . بنابراین بمنظور مدل ساختن برای یک عنصر فیزیکی ، دو یا چند جزء مدار را بکار می‌بریم . با مشخص کردن دامنهٔ تغییرات فرکانس، میدانیم که درداخل این فاصله، یک مقاومت فیزیکی را تنها میتوان بوسیله یک مقاومت مثلاً ۱۰۰ اهمی مدل سازی کرد .

« اثر درجه حرارت » مقاومت‌ها ، دیودها و تقریباً همه عناصر مدار درمقابل درجه حرارت حساس هستند و اگر آنها را درمحیط‌هائی که درجه حرارت آنها تغییر میکند بکار ببرند مشخصهٔ آنها تغییرپذیر با زمان خواهد بود . دستگاههائی که با نیمه هادی‌ها(۲) کار میکند درمقابل تغییر درجه حرارت بسیار حساس هستند و مدارهائی که از دستگاههای نیمه‌هادی تشکیل میشود، اغلب قسمتهای اضافی دیگری مانند فیدبک(۳) همراه دارند که آثار ناشی از تغییر درجه حرارت را ازبین میبرد .

---

۱ — Range of Operation
۲ — Semiconductor
۳ — Feedback

« اثر پارازیتی(۱) » وقتیکه جریانی از یک سلف فیزیکی میگذرد ، شاید مهمترین پدیده قابل ملاحظه علاوه برمیدان مغناطیسی، اتلاف آن باشد. سیم‌پیچی یک سلف فیزیکی دارای مقاومتی است که دربعضی مدارها ممکن است آثار عمده‌ای داشته باشد . بنابراین درمدل سازی یک سلف فیزیکی، اغلب ازاتصال سری یک سلف و یک مقاومت استفاده میکنیم . بطریق مشابه درفرکانسهای بالا برای یک دیود پیوندی بایستی مدلی بصورت اتصال موازی یک مقاومت غیرخطی و یک خازن درنظر گرفته شود . وجود خازن اساساً بعلت بار ذخیره شده درپیوند میباشد. قبلاً گفته شده است که یک باتری عملی، یک منبع ولتاژ (ایده‌آل) نیست ، معهذا میتوان برای تقریب نمودن رفتار خارجی باتری ، مدلی که اثر مقاومت پارازیتی را نیز شامل باشد بکاربرد .

مهندسین باید درانتخاب عناصر فیزیکی تجربه و عقل سلیم خود را بکار ببرند مثلاً سیم‌پیچی‌های باکیفیت بسیار عالی واتلاف قابل صرفنظر وجود دارند،ولی ممکن است دریک طرح عملی از لحاظ اقتصادی مقرون بصرفه نباشند و بجای آن اجباراً از مدار پیچیده‌تری با عناصر ارزان که همان منظور را برآورده نماید استفاده شود .

بطورخلاصه، تشخیص تفاوت میان یک جزء مدار که یک مدل ایده‌آل بوده ویک عنصر فیزیکی که شیئی از دنیای واقعی است اهمیت بسیار دارد . ما بایستی فرضیه‌هائی راکه تحت‌آنها مدلهائی برای نمایش عناصر فیزیکی انتخاب میشود بخوبی بدانیم ، هرچند منظور اصلی ما دراین کتاب بررسی نظریه مدارهائی است که از مدلها تشکیل می‌یابند . همچنین دانستن این موضوع نیز حائز اهمیت است که تنها ازطریق مدل‌سازی قادر هستیم روشهای تجزیه وتحلیل دقیق ، قضایای‌محکم و درک عمیقی از مدارها و سیستمهای‌فیزیکی بدست آوریم .

« اندازه معمولی اجزاء مدار » دراینجا بطور خلاصه اندازه مقادیر اجزاء مدار که درعمل با آنها مواجه میشویم بیان میکنیم . درمورد مقاومتها مقادیری که معمولاً بکار میرود از چند اهم تا چند مگا اهم تغییر میکند و دقت مقادیر مشخص شده بستگی به مورد استعمال خاص آن دارد . برای یک آزمایش فیزیکی دقیق شاید بخواهیم مقاومتها را تا چند دهم و یا صدم اهم اندازه بگیریم درحالیکه درطرح مدار بایاس کننده یک تقویت کننده صوتی، یک دقت ۱۰ درصد درمقدار مقاومتها معمولاً کفایت میکند .

---

۱ — Parasitic

حدودمفید اندازه خازنها ازچندپیکوفاراد ($۱۰^{-۱۲}$ فاراد) درمورد ظرفیتهای پارازیتی دستگاههای الکترونیکی تا چند میکروفاراد ($۱۰^{-۶}$ فاراد) است . مقادیر عملی یک سلف از چند میکروهانری درمورد اندوکتانس پوشش[۱] یک سیم کوتاه ، تا چند هانری درمورد ترانسفورماتورهای قدرت تغییر میکند .

درموردمثالهائی که دراین کتاب گفته میشود پیوسته اعداد ساده و روند شده‌ای مانند مقاومت ۱۰ اهم، خازن یک فاراد وسلف $\frac{۱}{۲}$ هانری بکار می‌بریم . دانستن اینکه این مقادیر متناظر با مقادیر عملی اجزاء فیزیکی نیستند حائز اهمیت است. البته منظور از بکار بردن این اعداد آن است که توجه خود را بجای محاسبات عددی مفصل به‌روشها و ایده‌ها متمرکزکنیم. درفصل هفتم بحث مختصری درباره نرمالیزه‌کردن[۲] مقادیر عناصر که در تجزیه و تحلیل و طرح مدارها مفید هستند خواهد شد . بکمک نرمالیزه کردن اجزاء مدار میتوان یک مدار عملی را با انجام دادن تمام محاسبات روی مقادیر نرمالیزه شده نظیر ۱ فاراد و ۰٫۷ هانری ، طرح نمود . مزیت دیگری که این روش دارا میباشد کم کردن اثر خطای روند کردن درمحاسبات عددی است .

خلاصه

● اجزاء مدار، مدلهای ایدآلی هستند که درتجزیه و تحلیل وطرح مدارها بکارمیروند. عناصر فیزیکی را میتوان بطور تقریبی با اجزاء مدار تقریب نمود .

● هرعنصر دوسر با یک مشخصه یعنی با یک منحنی که درصفحه مناسبی رسم شده است تعریف میشود. هرجزء مدار را برحسب خطی بودن و تغییرناپذیر بازمان بودن میتوان به‌چهار طبقه تقسیم نمود . هرگاه مشخصه عنصری بازمان تغییر نکند آنرا « تغییرناپذیر بازمان » و اگر تغییرکند « تغییرپذیر بازمان » گویند . اگر برای هرزمان t ، مشخصه عنصری خط مستقیمی باشد که از مبداء میگذرد آنرا « خطی » و درغیراینصورت آنرا « غیرخطی » گویند .

۱ — Lead inductance
۲ — Normalization

● برای هرزمان t ، یک‌مقاومت بوسیله یک‌منحنی‌درصفحه iv (یا vi) مشخص میشود . یک منبع ولتاژ نابسته باخطی‌موازی‌محور i ها ، ویک‌منبع جریان نابسته باخطی موازی محور v ها ، مشخص میشود .

● برای هرزمان t ، یک خازن با یک‌منحنی درصفحه vq و یک سلف با یک منحنی درصفحه $i\Phi$ مشخص میشود .

● یک « یک قطبی » (یامدار دوسر) بوسیله دوسر ازیک مدار مشخص میشود بشرطیکه درهرلحظه از زمان جریانیکه از یک سر وارد میشود مساوی جریانی باشد که ازسر دیگر خارج میشود . وقتیکه کلمه « یک قطبی » را بکاربیبریم ، ما تنها به ولتاژ وجریان قطب علاقمند هستیم . « توان لحظه‌ای » که وارد یک قطبی میشود بوسیله رابطه :

$$p(t)=v(t)\,i(t)$$

و « انرژی تحویل داده شده » به یک قطبی ، از زمان t_0 تا زمان t توسط رابطه :

$$W(t_0, t)= \int_{t_0}^{t} v(t')\, i(t')\, dt'$$

داده میشود .

● میتوان اجزاء مدار را بسته به پسیو بودن آنها هم طبقه بندی نمود . عنصری را « پسیو » گویند که هرگز انرژی خالصی بدنیای خارج تحویل ندهد . عنصری را که پسیو نباشد « اکتیو » گویند .

● مقاومتها ، خازنها و سلفهای خطی تغییرناپذیر بازمان پسیو هستند ، اگر و تنها اگر، روابط زیر بترتیب برای آنها برقرار باشد . $R \geqslant 0$ و $C \geqslant 0$ و $L \geqslant 0$

● انرژی مغناطیسی ذخیره شده دریک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان عبارتست‌از:

$$\mathcal{E}_M = \frac{۱}{۲} L i^{۲} = \frac{۱}{۲} \frac{\Phi^{۲}}{L}$$

● انرژی الکتریکی ذخیره شده دریک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان عبارتست‌از:

$$\mathcal{E}_E = \frac{۱}{۲} C v^{۲} = \frac{۱}{۲} \frac{q^{۲}}{C}$$

مسائل

۱- خواص مقاومت غیرخطی فرض کنید مقاومت غیرخطی R دارای مشخصه‌ای باشد که بوسیله معادله زیر مشخص شود .

$$v=20\,i+i^{2}+\frac{1}{2}\,i^{3}$$

الف - برای جریان $i(t)=\cos\omega_1 t+2\cos\omega_2 t$ ، v را بصورت مجموع سینوسوئید ها بیان کنید .

ب - اگر $\omega_2=2\omega_1$ باشد چه فرکانسهائی در v وجود دارند ؟

۲- مشخص کردن مقاومتها معادلات زیر مشخصه‌های بعضی مقاومتها را بیان میدارند. تعیین کنید که آیا آنها خطی ، غیرخطی ، تغییرپذیر با زمان ، تغییرناپذیر با زمان، دوطرفه ، کنترل شده با ولتاژ ، کنترل شده با جریان ، پسیو یا اکتیو هستند .

الف - $v+10\,i=0$

ب - $v=(\cos 2t)\,i+2$

پ - $i=e^{-t}$

ت - $v=i^{2}$

ث - $i=\tanh v$

ج - $i+3v=10$

چ - $i=2+\cos\omega t$

ح - $i=\ln(v+2)$

خ - $i=v+(\cos 2t)\,\dfrac{v}{|v|}$

۳- شکل موجها شکل موجهای تعیین شده زیر را رسم کنید .

الف - $2\delta(t-2)$

ب - $\delta(t)-\delta(t-1)+\delta(t-2)$

پ - $u(2t)$

ت - $u(t)\cos(2t+60°)$

ث - $u(-t)$

ج - $u(3-2t)$

چ - $u(t)e^{-t}$

ح - $2p_2(t)$

خ - $p_{\frac{1}{2}}(t-2)$

د - $e^{2t}\cos t$

ذ - $u(t)-2u(t-1)$

ر - $r(t)\sin t$

ز - $u(t)e^{-2t}\sin(t-90°)$

۴- شکل موجها نمایش تابعی شکل موجهای داده شده درشکل (مسأله ۴-۲) را بنویسید (شکلهای صفحه ۸۸ و ۸۹ را ببینید) .

۵- خازن وسلف خطی تغییر ناپذیر بازمان بفرض اینکه شکل موجهای داده شده درشکل (مسأله ۴-۲) جریان‌های شاخه‌ها باشد ولتاژ شاخه‌ها را درحالتهای زیر روی کاغذ میلیمتری رسم کنید :

الف ـ عنصر ، یک سلف خطی تغییرناپذیر با زمان با اندوکتانس یک هانری است.

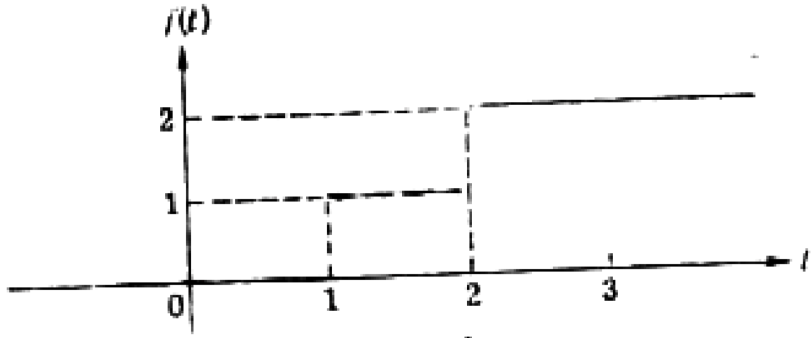
ب ـ عنصر ، یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان باظرفیت یک فاراد است $(v(0)=0)$

۶- خازن وسلف خطی تغییر ناپذیر بازمان بفرض اینکه شکل موجهای داده شده درشکل (مسأله ۴-۲) ولتاژهای شاخه‌ها باشد جریان‌های شاخه‌ها را درحالتهای زیر روی کاغذ میلیمتری رسم کنید :

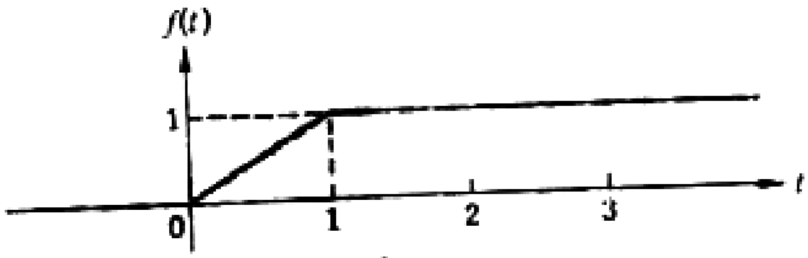
الف ـ عنصر ، یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان با اندوکتانس ۲ هانری است $(i(0)=0)$

ب ـ عنصر ، یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان باظرفیت ۲ فاراد است .

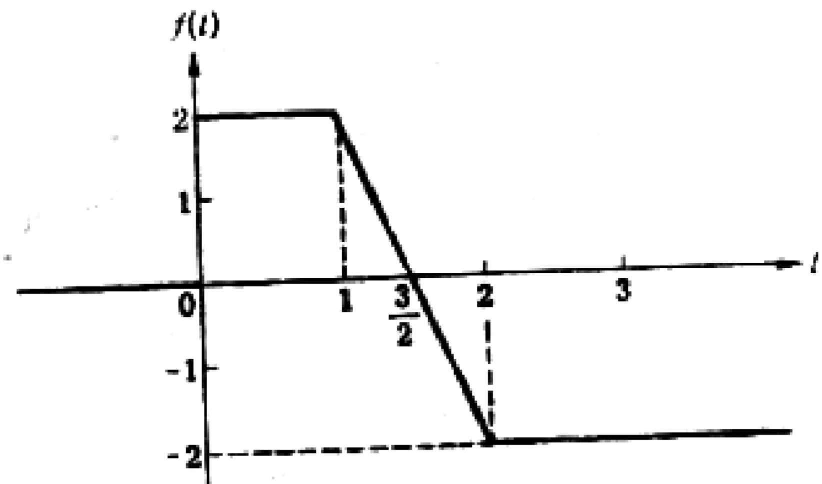
۷- مقاومتهای خطی ومنابع برای هریک ازسه مدار نشان داده شده درشکل (مسأله ۷-۲) ولتاژ دوسرمقاومت خطی را تعیین کنید .



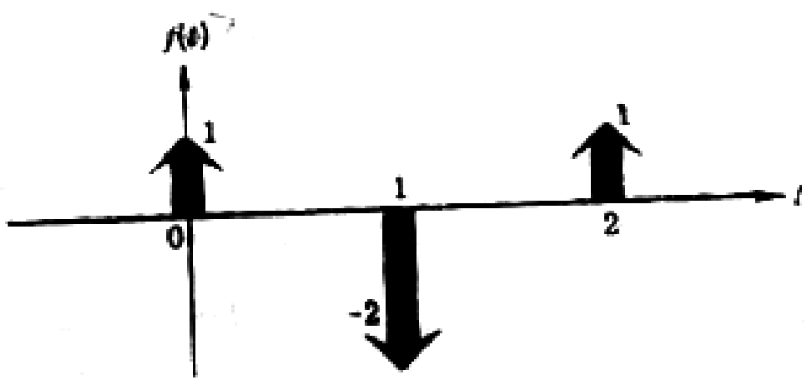
(الف)



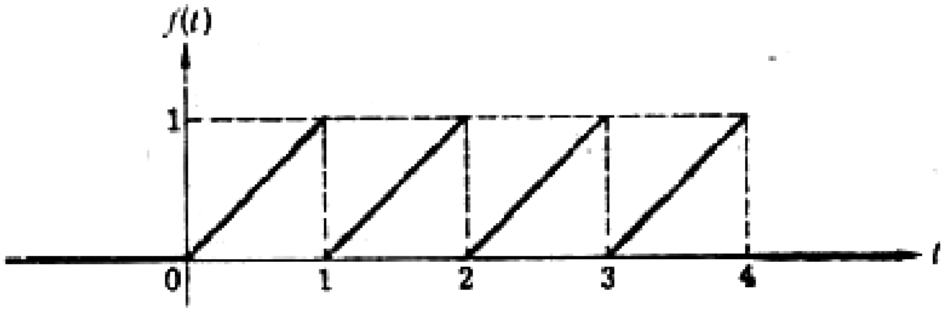
(ب)



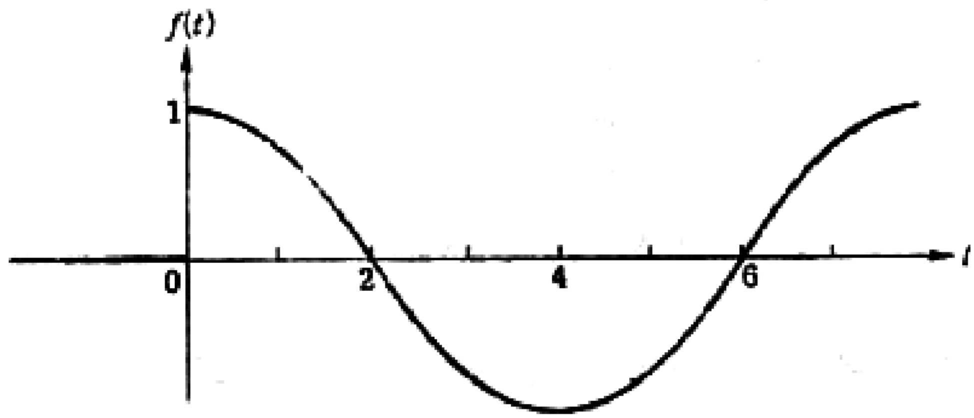
(پ)



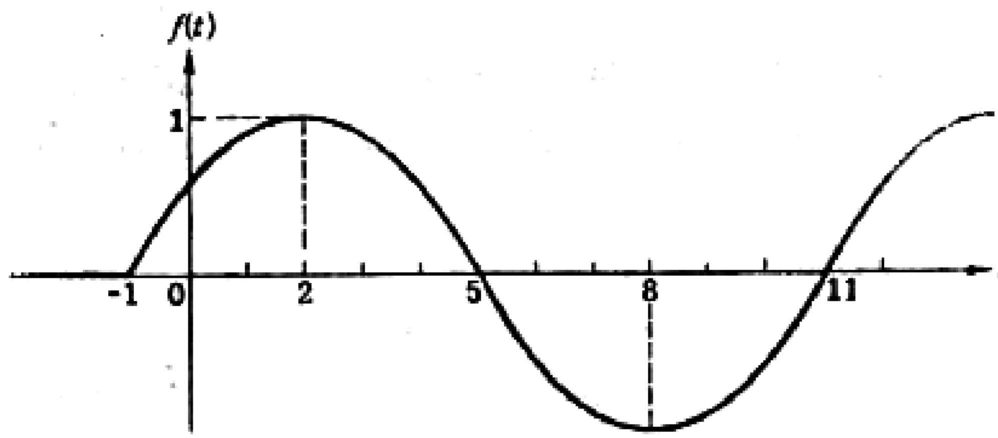
(ت)



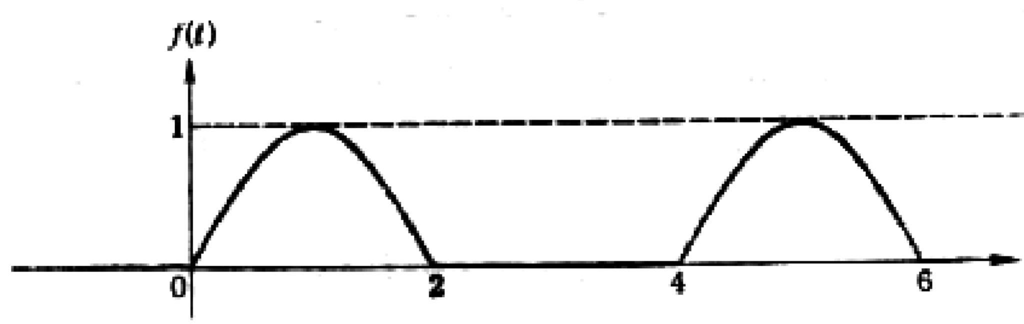
(ث)



(ج)

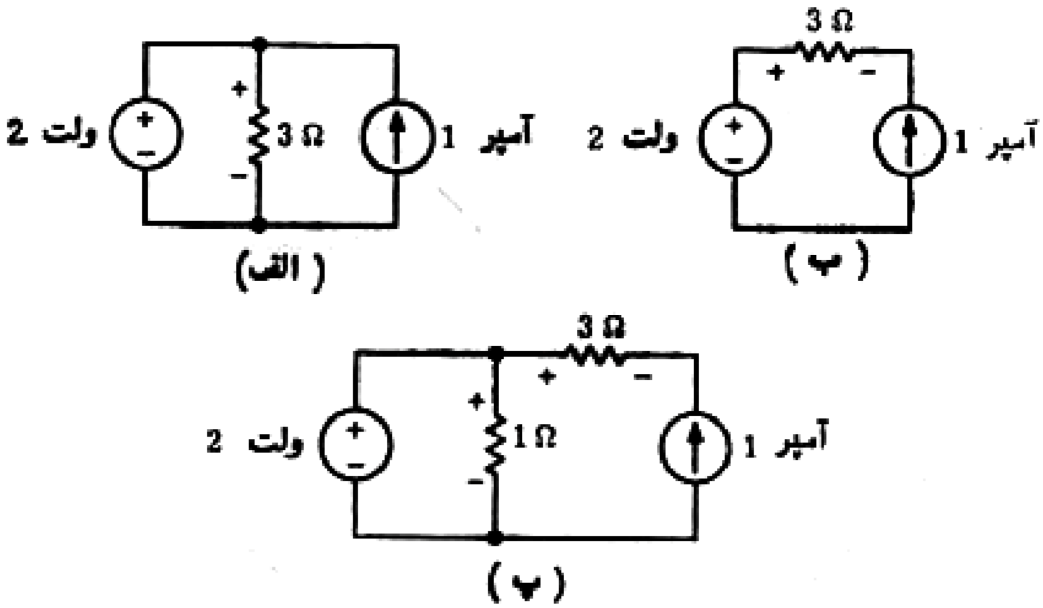


(چ)



(ح)

شکل (مساله ٤-۲)



شکل (مسأله ۷-۲)

۸- **توان** برای سه مدار شکل (مسأله ۷ - ۲) توان تلف شده درهرمقاومت را حساب کنید . با محاسبه سهم‌های ناشی از منبع ولتاژ و منبع جریان تعیین کنید که این توان ازکجا تأمین میشود .

۹- **توان وانرژی** ولتاژ و جریان شاخه عنصری نسبت به‌جهت‌های قراردادی متناظر اندازه‌گیری شده‌اند (برای همه زمان t) و نتیجه چنین است :

$$i=\cos(2t+40^\circ) \qquad v=\cos 2t$$

توان تحویل داده شده به‌این عنصر را محاسبه و رسم کنید. انرژی تحویل‌داده شده به‌این شاخه را از زمان $t=0$ تا $t=10$ ثانیه تعیین کنید .

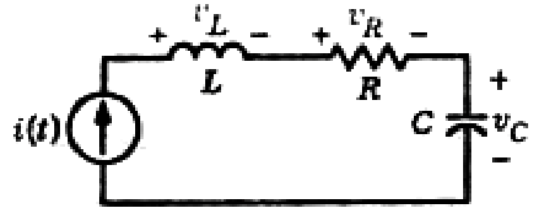
۱۰- **عناصر RLC خطی و تغییر ناپذیر بازمان** مدار نشان داده شده در شکل (مسأله ۱۰-۲ الف) ازعناصر خطی و تغییرناپذیر بازمان تشکیل شده است . برای هریک از جریانهای ورودی زیر (که برحسب آمپر داده شده‌اند) v_R ، v_L ، v_C را برای $t>0$ محاسبه کرده و شکل موجهای متناظر را رسم کنید .

الف - $i(t)=0.2\cos\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)$

ب ـ $i(t)=e^{-\frac{1}{2}t}$

پ ـ $i(\circ)$ درشکل (مسأله ۱۰ ـ ۲ ب) داده شده است .

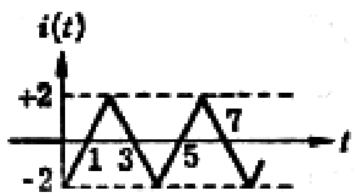
ت ـ $i(\circ)$ درشکل (مسأله ۱۰ ـ ۲ پ) داده شده است .



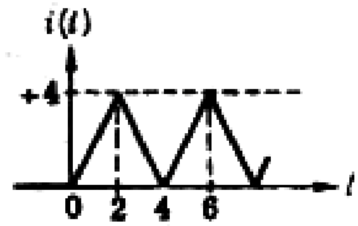
$L = 5$ H, $R = 10\ \Omega$, $C = 0.1$ F

توجه کنید : $v_C(0) = 0$

(الف)



(ب)



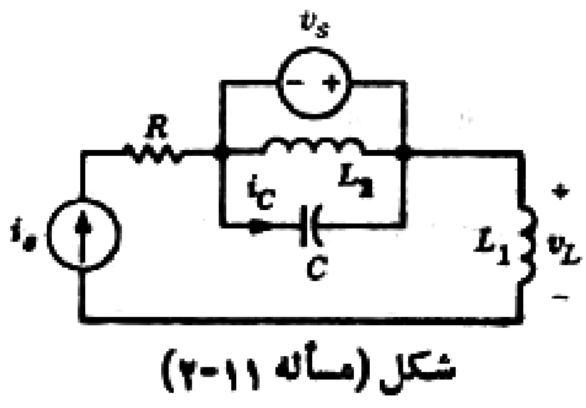
(پ)

شکل (مسأله ۱۰-۲)

۱۱- **مدار RLC خطی تغییر ناپذیر بازمان بامنابع** درمدار خطی تغییر ناپذیر با زمان نشان داده شده درشکل (مسأله ۱۱ ـ ۲) ولتاژ $v_s(t)$ و جریان $i_s(t)$ بصورت زیر داده شده‌اند :

$$i_s(t)=Be^{-\alpha t} \qquad \text{و} \qquad v_s(t)=A\cos\omega t$$

(که درآن A و B و α و ω مقادیر ثابتی میباشند) $v_L(t)$ و $i_C(t)$ را محاسبه کنید .



شکل (مسأله ۱۱-۲)

۱۲- تقریب خطی سلف غیرخطی فرض کنید که سلفی دارای مشخصهٔ $\Phi = 10^{-2}(1 - i^2)i$ باشد .

الف - اگر جریان داخل سلف (برحسب آمپر) بصورت :

$$i(t) = 2 \times 10^{-2} \cos 2\pi 60 t$$

باشد ولتاژ دوسرسلف را حساب کنید .

ب - فرض کنید که دقت مقادیر عناصر درکاربرد موردنظر ، یک درصد باشد یعنی تولرانس[1] مقادیر عناصر یک درصد باشد . آیا باجریان بکار رفته :

$$i(t) = 2 \times 10^{-2} \cos 2\pi 60 t$$

و تولرانس فوق میتوان سلف بالا را بعنوان سلف خطی درنظرگرفت ؟

۱۳- اندوکتانس و ظرفیت در سیگنالهای کوچک الف - یک سلف غیرخطی تغییرناپذیر بازمان دارای مشخصه‌ای بصورت زیر است :

$$\Phi = 10^{-2} \tanh i + 10^{-4} i$$

مقدار اندوکتانس سیگنال کوچک (خطی) را نسبت به‌جریان بایاس رسم کنید .

ب - یک خازن غیرخطی تغییرناپذیر با زمان دارای مشخصه‌ای بصورت زیر است :

$$q = 1 - e^{-|v|}$$

این معادله فقط برای آن مقادیر v که از چند دهم ولت بزرگترباشد معتبر است . مقدار ظرفیت سیگنال کوچک (خطی) را نسبت به ولتاژ بایاس رسم کنید .

۱۴- سلف غیرخطی مشخصهٔ $i\Phi$ یک سلف‌داده شده باتقریب خوبی برمنحنی تابع زیر منطبق است .

$$\Phi = \beta \tanh \alpha i$$

که درآن $\alpha = 10^{2} \frac{1}{\text{آمپر}}$ و $\beta = 10^{-7}$ وبر ، است . با بکار بردن تقریب مناسبی ،

---

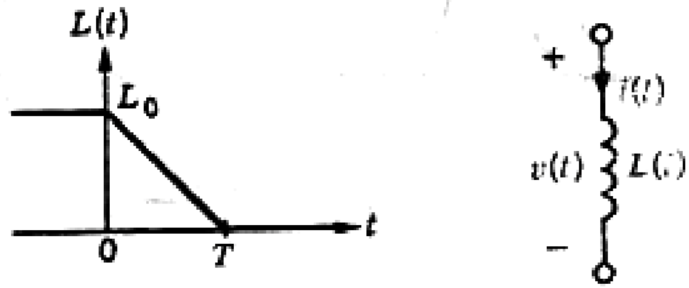
1 — Tolerance

ولتاژ ناشی از برقراری جریانهای همزمان سینوسی و ثابت (به‌ترتیب i_{ac} و i_{dc}) که بصورت جفت‌های زیر داده شده‌اند را تعیین کنید :

الف - $I_{dc}=۱۶\times ۱۰^{-۴}$ آمپر ، $I_{ac}(t)=۱۰^{-۴}\sin ۱۰^{۷}t$ آمپر

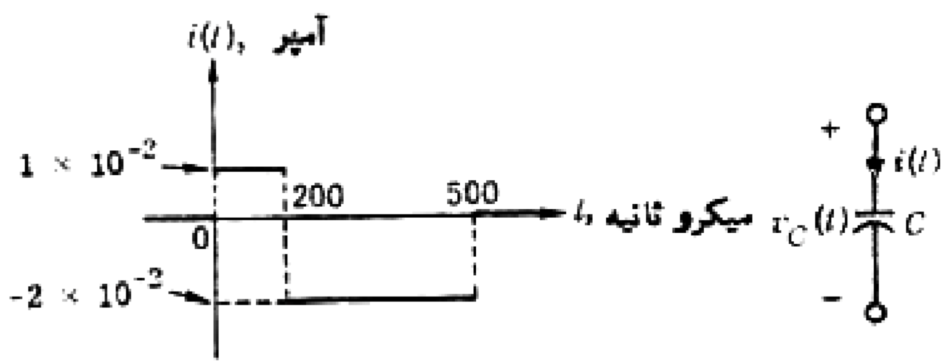
ب - $I_{dc}=-۴\times ۱۰^{-۴}$ آمپر ، $I_{ac}(t)=۱۰^{-۴}\sin ۱۰^{۷}t$ آمپر

۱۵- سلف خطی تغییرپذیر بازمان از یک سلف‌خطی‌تغییرپذیر بازمان که وابستگی با زمان آن توسط منحنی نشان داده شده درشکل (مسأله ۱۰ - ۲) مشخص میشود جریان ثابت $i(t)=I_o$ آمپر میگذرد (I_o مقدار ثابتی بوده و $-\infty<t<\infty$) . $v(t)$ را محاسبه کنید .



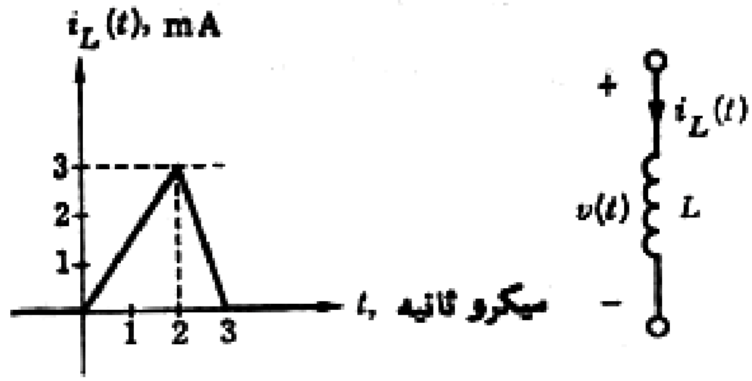
شکل (مسأله ۱۵-۲)

۱۶- انرژی ذخیره شده درخازن‌خطی جریان $i(t)$ که توسط منحنی‌نشان داده شده درشکل (مسأله ۱۶ - ۲) مشخص میشود از یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان باظرفیت $C=۲\mu F$ میگذرد . اگر داشته باشیم $v_C(o)=o$ ، ولتاژ $v_C(t)$ ، توان لحظه‌ای $p(t)$ ، تحویل‌داده شده بوسیله منبع وانرژی ذخیره شده $\mathcal{E}_E(t)$ ، درخازن‌رابرای $t\geqslant o$ محاسبه و رسم کنید .



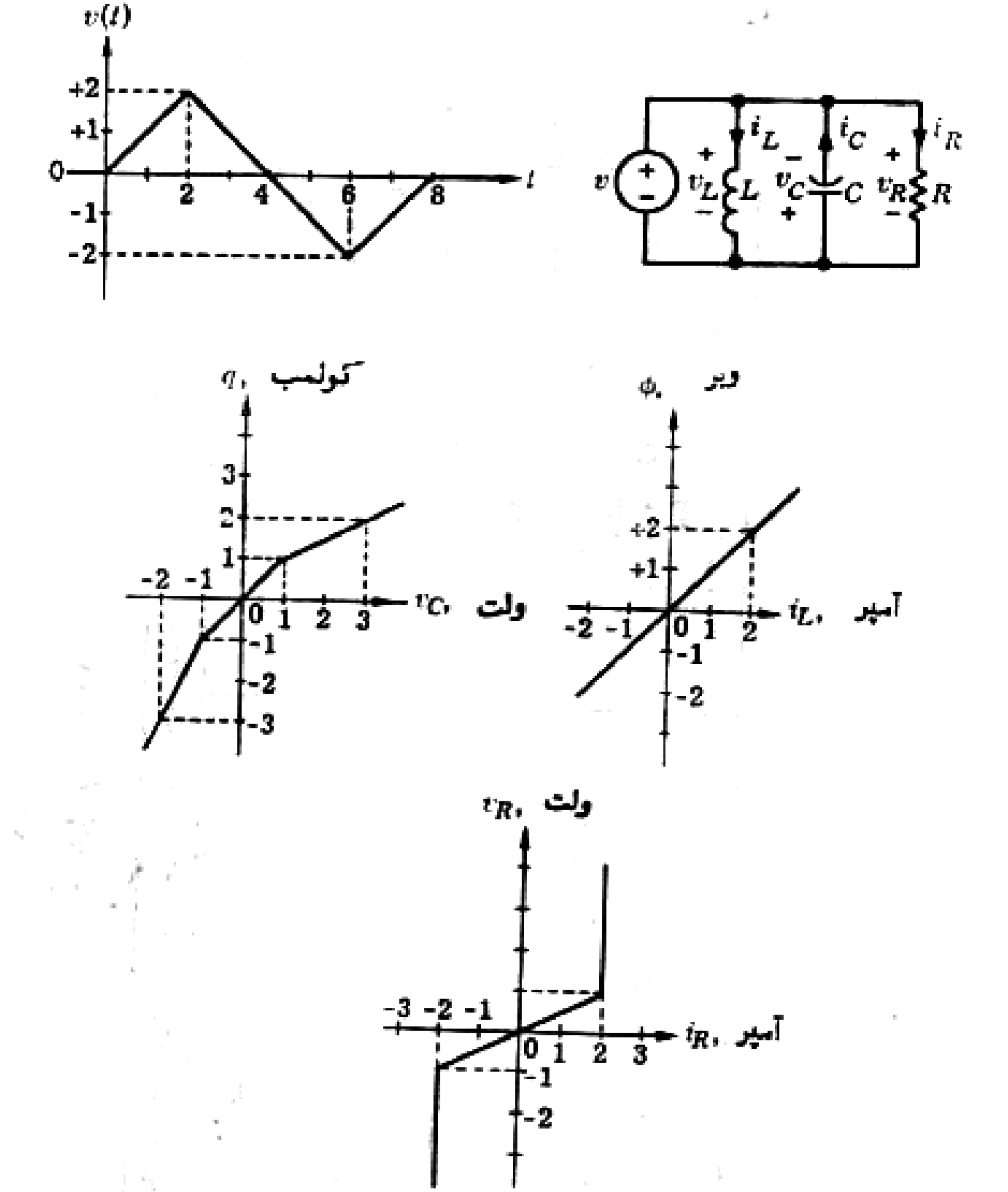
شکل (مسأله ۱۶-۲)

۱۷- **توان و انرژی ذخیره شده در سلف خطی** یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان با اندوکتانس $L=10$ میلی‌هانری درمداری که جریان وابسته بزمان $i_L(t)$ نشان داده شده درشکل (مسأله ۱۷ - ۲) ازآن میگذرد، کار میکند. ولتاژ $v_L(t)$، توان لحظه $p(t)$ تحویل داده شده بوسیله منبع وانرژی‌ذخیره شده $\mathcal{E}_M(t)$ درسلف را برای $t \geqslant 0$ محاسبه و رسم کنید.



شکل (مسأله ۱۷-۲)

۱۸- **عناصر RLC غیرخطی و تغییرناپذیر بازمان** ولتاژ $v(t)$ که بوسیله منحنی نشان داده شده درشکل (مسأله ۱۸ - ۲) مشخص میشود بیک مدار موازی RLC تغییرناپذیر بازمان که هریک از اجزاء آن با یک منحنی مشخصه تعیین شده‌اند وصل شده است با فرض اینکه $i_L(0)=0$ باشد. جریانهای $i_L(t)$ و $i_C(t)$ و $i_R(t)$ را محاسبه و رسم کنید.



شکل (مسأله ۱۸-۲)

۱۹- مدل سازی دسته‌ای از عناصر مداری‌دوسر، که ناشناخته‌اند (مقاومتها ، خازنها ، سلفها ومنابع) برای تشخیص‌موردآزمایش قرارمیگیرند. نمونه‌ای از ورقه‌آزمایش که متناظر با چهار عنصر میباشد درجدول (مسئله ۱۹ - ۲) عرضه شده است . مشخصه هریک از عناصر را تعیین کنید .

جدول (مسأله ۱۹-۲)

توضیح آزمایش	اندازه‌گیریها (جریانها برحسب آمپر ، ولتاژها برحسب ولت)			
	عنصر ۱	عنصر ۲	عنصر ۳	عنصر ۴
۱ـ آزمایشهای dc منبع ولتاژ $v(t)=V_0$ که درآن برای V_0 مقادیر ثابت مختلفی در نظرگرفته شده است	$i(t)=0$	$i(t)=10^{-2}V_0(2+\sin\Omega t)$	$i(t)=10^{-3}V_0^3$	$i(t)=10^{-3}$
۲ ـ آزمایشهای ac منبع ولتاژ $v(t)=A\sin\omega t$ که درآن برای دامنه A مقادیر مختلفی درنظرگرفته شده است	$i(t)=\begin{cases}5\times10^{-6}A\omega\cos\omega t & \text{for } (2n-1)\pi\le\omega t\le 2n\pi \text{ and}\\ 2\times10^{-6}A\omega\cos\omega t & \text{for } 2n\pi\le\omega t\le(2n+1)\pi\end{cases}$	$i(t)=2\times10^{-2}A\sin\omega t+5\times10^{-3}A[\cos(\Omega-\omega)t-\cos(\Omega+\omega)t]$	$i(t)=10^{-3}A^3\sin^3\omega t$	$i(t)=10^{-3}$