

۱ - با توجه به بحثی که در کلاس مطرح شد؛ ابعاد یک اتم را تخمین بزنید. جوابتان را با ابعاد تقریبی اتم‌ها مقایسه کنید (راهنمایی: فرض کنید رابطه‌ی عدم قطعیت را می‌دانید؛ حال فرضی برای ابعاد اتم، منتهی به رابطه‌ای برای انرژی جنبشی الکترون می‌شود. اتم در جایی پایدار می‌شود که انرژی کل الکترون کمینه شود!)

۲ - ذره‌ای در نظر بگیرید که در آنی معادله‌ی موج  $\psi(x) = Ae^{-\alpha x^2}$  رفتار ذره را توصیف می‌کند. ( $-\infty < x < \infty$ )  
الف) مقدار  $A$  را بدست آورید.

ب)  $\langle x \rangle$  و  $\langle x^2 \rangle$  و  $\sigma_x^2$  را محاسبه کنید.

ج)  $\langle p \rangle$ ،  $\langle p^2 \rangle$  و  $\sigma_p^2$  را محاسبه کنید.

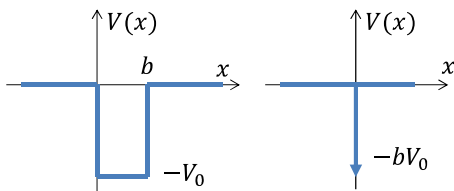
د) نشان دهید با تغییر  $\alpha$  می‌توان  $\sigma_x$  و یا  $\sigma_p$  را بدخواه کوچک کرد ولی این دو را هم‌زمان نمی‌توان کم کرد. حاصلضرب  $\sigma_x \cdot \sigma_p$  را بدست آورید.

۳ - ذره‌ای به جرم  $m$  در یک چاه پتانسیل با عرض  $L$  گرفتار آمده است و تابع موج آن بصورت  $\psi(x) = Ax(L-x)$  قابل نمایش است.  
الف) مقدار  $A$  چقدر است؟

ب) توزیع احتمال برای هر کدام از انرژی‌های مجاز ذره و میانگین انرژی ذره را بدست آورید.

ج) فرض کنید انرژی اندازه‌گیری شده  $E = 4\hbar^2\pi^2/2ma^2$  باشد. مکان متوقع (متوسط مکان) ذره دقیقاً بعد از اندازه‌گیری کدام است؟ (راهنمایی:  $\psi(x)$  را می‌توان بصورت ترکیب خطی جواب‌های ذره در چاه پتانسیل نوشت)

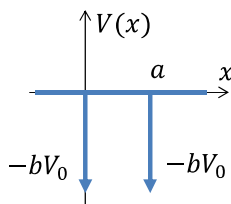
۴ - نشان دهید  $\frac{d}{dt}\langle x \rangle = -j\frac{\hbar}{m}\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\frac{\partial}{\partial x}\psi dx$  و با استفاده از آن نشان دهید  $\frac{d}{dt}\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\left(-\frac{\partial V}{\partial x}\right)\psi dx$   
اگر  $-\frac{\partial V}{\partial x}$  را به نیرو  $(F(x))$  تعبیر کنیم آیا می‌توان این رابطه را معادل قانون دوم نیوتون دانست؟



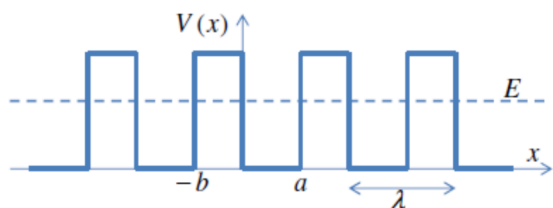
۵- الکترون مقید به اتم را می‌توان به ذره‌ای گرفتار در چاه پتانسیل تشبیه نمود. فرض کنید پتانسیل یک‌بعدی همه جا صفر و در فاصله  $b$  مطابق شکل روبرو  $-V_0$  است. برای ساده‌سازی حالت حدی  $V_0 \rightarrow 0$  و  $b \rightarrow \infty$  در نحوی که  $bV_0$  ثابت بماند. در این حالت  $V(x) = -bV_0\delta(x)$ .

الف) نشان دهید که الکترون مقید در این وضعیت تنها یک انرژی مجاز ( $E$ ) دارد.  $E$  را بدست آورید. (دقت کنید اینجا  $E$  منفی است!) شکل تابع موج را رسم کنید.

ب) نزدیک شدن اتم دیگر را می‌توان مطابق شکل روبرو با تابع ضربه دیگری در فاصله  $a$  مدل کرد. نشان دهید انرژی‌های مجاز به دو انرژی  $E - \Delta E$  و  $E + \Delta E$  تبدیل می‌شوند.  $\Delta E$  را بدست آورید. شکل تابع موج متناظر هر کدام از انرژی‌ها را رسم کنید.



۶- (تمرین اضافی) ذره‌ای به جرم  $m$  و انرژی  $E$  به سمت دیواری با ارتفاع پتانسیل  $V_0$  و عرض  $b$  پرتاب شده. احتمال عبور ذره ( $T$ ) را بر حسب  $E$  برای  $0 < E < 10V_0$  و به ازای  $\beta = 2, 5$  ( $\beta = b\sqrt{3mV_0}/\hbar$ ) رسم کنید. در حالتی که  $E = V_0$  احتمال عبور چقدر است و به چه پارامترهایی بستگی دارد.



۷- (تمرین اضافی) باندهای انرژی مجاز برای ذره‌ای که در یک پتانسیل پریودیک مطابق شکل روبرو حرکت می‌کند را بدست آورید.  
برای ساده‌تر شدن مساله را در حالت حدی  $V_0 \rightarrow \infty$  و  $b \rightarrow 0$  میل می‌کند حل کنید، به نحوی که  $bV_0$  ثابت بماند. مساله در حالی که  $E < V_0$  حل کنید (اگر  $E > V_0$  جواب‌ها چگونه‌اند؟)

(راهنمایی: در یک ساختار پریودیک  $V(x) = V(x + \lambda)$  پاسخهای معادله شرودینگر بصورت  $\psi(x) = \psi(x + \lambda)e^{-i\lambda k}$  خواهد بود.  
در حل مساله شاید لازم شود قسمتی از تابع بدست آمده را توسط Matlab یا نرم‌افزار مشابهی رسم کنید.