



دانشکده‌ی مهندسی برق  
دانشگاه صنعتی شریف

آزمون جامع دکتری مهندسی برق-الکترونیک  
گرایش ادوات میکرو و نانو  
تاریخ: ۱۳۸۸/۹/۴

### مکانیک کوانتومی کاربردی

مدت امتحان: ۸۵ دقیقه

استفاده از مراجع و رایانه‌ی شخصی آزاد است

۱- مقدار چشم‌داشتی انرژی پتانسیل  $\langle U \rangle$  و جنبشی  $\langle T \rangle$  را برای حالت مقید پتانسیل پوشر-تلا بیابید. نشان دهید  
 $\langle U \rangle + \langle T \rangle = E$ ، و  $\langle U \rangle = -4\langle T \rangle$ .

۲- تابع بسته‌ی موج سه‌بعدی در خلاء زیر را در نظر بگیرید:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \iiint a(\mathbf{k}) \exp\{-j[\omega(\mathbf{k})t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}]\} d^3k$$

که در آن  $\omega(\mathbf{k}) = \frac{1}{2m} \hbar \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}$  و نیز:

$$a(\mathbf{k}) = \frac{1}{(\sqrt{\pi} \Delta k)^3} \exp\left[-\frac{|\mathbf{k} - \mathbf{k}_0|^2}{\Delta k^2}\right]$$

و برداری است ثابت. ابتدا نشان دهید  $\iiint a(\mathbf{k}) d^3k$  مقداری است ثابت. انحراف معیار تابع موج در فضای اندازه حرکت  $\Delta p = \sqrt{\Delta p_x \Delta p_x + \Delta p_y \Delta p_y + \Delta p_z \Delta p_z}$  با  $\Delta \mathbf{p} = \Delta p_x \hat{x} + \Delta p_y \hat{y} + \Delta p_z \hat{z}$  چقدر است؟ سپس رابطه‌ای برای شار احتمال بیابید و آن را حتی‌الامکان ساده نمایید. آنگاه شکل فضایی تابع موج  $\psi(\mathbf{r}, t)$  را با ارزیابی مستقیم انتگرال بدست آورید. هنگامی  $t \rightarrow 0^+$  یا  $\Delta k \rightarrow 0^+$  باشد شکل تابع موج چگونه است؟