



دانش کدهی مهندسی برق، دانش گاه صنعتی شریف

مکانیک کوانتومی کاربردی

امتحان میان ترم

پنجشنبه ۲۲ آبان ۱۳۹۳، ۹:۳۰ صبح

موعد تحویل اوراق امتحانی شنبه ۲۴ آبان ماه راس ساعت ۱:۳۰ عصر در محل کلاس می باشد. هیچ تاخیری پذیرفته نیست.

۱. زیر مجموعه ای از کت های متعامد بهنجار مانند $\{|\circ\rangle, |\Delta\rangle, |\nabla\rangle, |\diamond\rangle\} \subset \mathcal{K}$ را به همراه عمل گر \mathbb{A} با تعریف زیر در نظر بگیرید:

$$\mathbb{A}|\circ\rangle = |\diamond\rangle$$

$$\mathbb{A}|\Delta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\Delta\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\nabla\rangle$$

$$\mathbb{A}|\nabla\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\Delta\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\nabla\rangle$$

$$\mathbb{A}|\diamond\rangle = |\circ\rangle$$

کت های ویژه و مقادیر ویژهی عمل گر \mathbb{A} را بیابید. آیا مقادیر ویژه تبهگن هستند؟

۲. در خلاء، بستهی موجی یک بعدی با دامنهی $a(k) = b \operatorname{sech}\left(\frac{k - k_0}{\Delta k}\right)$ داریم، که $\Delta k \in \mathbb{R}^+$, $k_0 \in \mathbb{R}$ اعدادی ثابت اند و حقیقی.

الف) انتگرال بستهی موج را با کمک زوج روابط (۴.۲۸) بنویسید (در حالت کلی قابل ساده سازی نیست).

ب) ثابت b را طوری بیابید که تابع موج بهنجار باشد.

پ) بستهی موج در مکان و زمان در حد $\Delta k \rightarrow 0^+$ چه شکلی دارد و چگونه تغییر می کند؟ سرعت گروه و فاز چقدر است؟

ت) انرژی کل بستهی موج چقدر است؟ عدم قطعیت در مکان Δx و اندازه حرکت Δp را محاسبه نمایید.

ث) آیا این بستهی موج کمینهی عدم قطعیت را ارضا می کند؟

ج) برای حالتی که این بستهی موج به جای الکترون ها با رابطهی (۴.۲۸.۲)، ذراتی را با پاشندگی $\omega(k) = v_F k$ که رفتاری بدون جرم دارند (شبه

به حامل های گرافین و یا فوتون ها در یک بُعد) بیان می کند انتگرال بستهی موج را ساده نمایید. سپس مراحل فوق را تکرار کنید.

چ) نتایج فوق برای حالتی که $\omega(k) = v_F |k|$ باشد چه تغییراتی می کنند؟

راهنمایی: محاسبات را در فضای اندازه حرکت انجام دهید. از انتگرال های معین زیر کمک بگیرید:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{igu} \operatorname{sech}(u) du = \pi \operatorname{sech}\left(\frac{\pi g}{2}\right)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sech}^2(u) du = 2, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} u^2 \operatorname{sech}^2(u) du = \frac{\pi^2}{6}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sech}(u) \operatorname{sech}''(u) du = -\frac{2}{3}$$