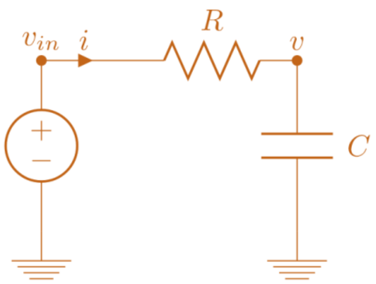
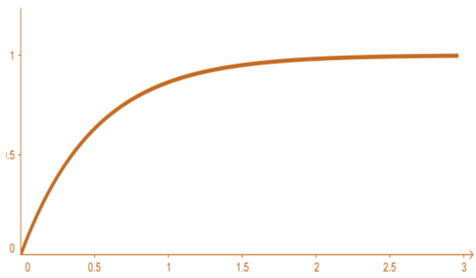
# تحلیل عملکرد مدار RC در حالت گذرا

- خازن در حال شارژ شدن



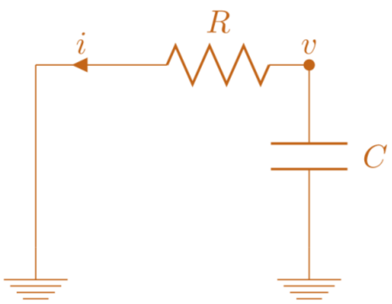

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{v_{in}-v}{R}=i\\ i=C\dfrac{dv}{dt}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{v_{in}-v}{R}=C\frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{v_{in}-v}=\frac{dt}{RC}\Rightarrow \int_{v_0}^{v_{t_1}}\frac{dv}{v_{in}-v}=\int_0^{t_1}\frac{dt}{RC}$$

$$\Rightarrow -\ln(v_{in}-v_{t_1})+\ln(v_{in}-v_0)=\frac{t_1}{RC}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{v_{in}-v_{t_1}}{v_{in}-v_0}\right)=-\frac{t_1}{RC}\Rightarrow v_{in}-v_{t_1}=(v_{in}-v_0)\,e^{-\frac{t_1}{RC}}$$

$$\Rightarrow v_{t_1}=v_{in}-(v_{in}-v_0)e^{-\frac{t_1}{RC}}$$




- خازن در حال دشارژ

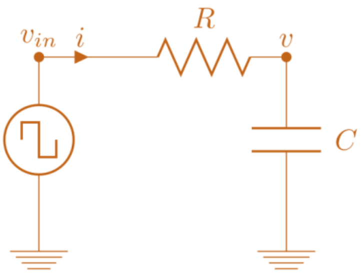
ولتاژ اولیه‌ی خازن : $v^*$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{0-v}{R}=i\\ i=C\dfrac{dv}{dt}\end{array}\right\}\Rightarrow -\frac{v}{R}=C\frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow -\frac{dv}{v}=\frac{dt}{RC}\Rightarrow -\int_{v^*}^{v}\frac{dv'}{v'}=\int_0^t\frac{dt'}{RC}$$

$$\Rightarrow -\ln v+\ln v^*=\frac{t}{RC}\Rightarrow \ln v=\ln v^*-\frac{t}{RC}$$

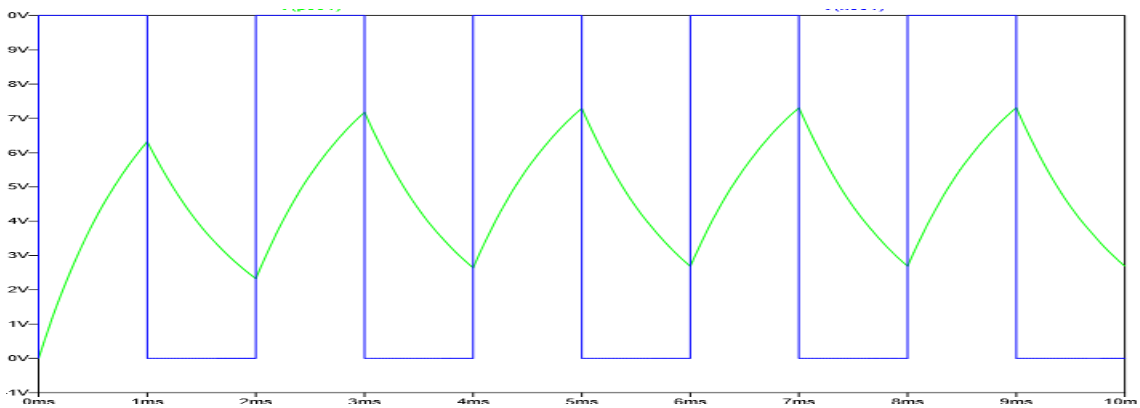
$$\Rightarrow v=v^*e^{-t/_{RC}}$$




- اگر موج مربعی متناوب با اطلاعات زیر داشته باشیم :

$$A = v_{in}\ ,\qquad T = 2t_1$$

ابتدا حالتی را بررسی می‌کنیم که خازن ولتاژ اولیه $v_0$ دارد و سپس به مدار یک ولتاژ $Vin$ اعمال می‌کنیم.طبق

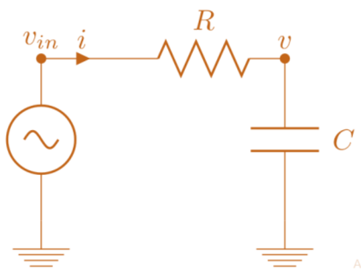



محاسبات گذشته داریم :

$$v_{t_1} = v_{in} - (v_{in} - v_O)e^{-\frac{t_1}{RC}}$$

و به همین ترتیب اگر در حالتی که ورودی صفر می‌شود ، خازن از $V_{t_1}$ شروع به تخلیه می‌کند. که مقدار آن با معادلات صفحه‌ی قبل قابل محاسبه است.

تمرین: پس از مدتی خازن بین دو ولتاژ شروع به نوسان می‌کند. آن دو ولتاژ را محاسبه کنید.




پاسخ فرکانسی با نگاه ساده

در جلسه گذشته به صورت شهودی این مسئله را حل کردیم.

یکبار دیگر نگاه کنیم.

- اگر ولتاژ متناوب داشته باشیم و خازن در حالت پایدار (پس از دوران گذرا) باشد، فرض می‌کنیم:

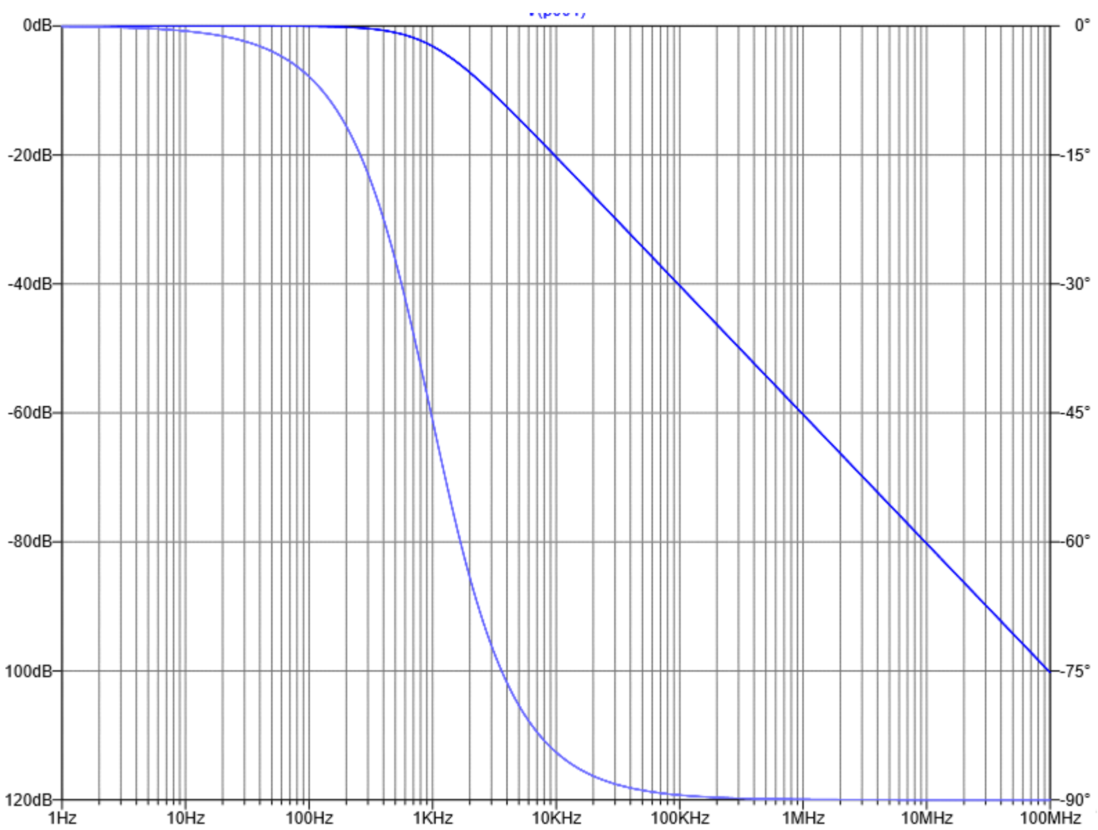
$$v = A\sin\omega t$$
$$i = C\frac{dv}{dt} \Longrightarrow i = A\omega C\cos\omega t$$
$$\frac{v_{in} - v}{R} = i \Longrightarrow v_{in} = A\sin\omega t + AR\omega C\cos\omega t$$
$$\frac{v}{v_{in}} = \frac{A\sin\omega t}{A\sin\omega t + AR\omega C\cos\omega t}$$
$$\left|\frac{v}{v_{in}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2\omega^2C^2}}$$

نسبت دامنه‌ها : $\left|\frac{v}{v_{in}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+R^2\omega^2C^2}}$

اختلاف فاز: $\Delta\phi = -\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}\right)$

حال نمودار پاسخ فرکانسی را بررسی می کنیم؛ محور $x$ این نمودار $\log f$ و محور $y$ این نمودار $20\log\left|\frac{v}{v_{in}}\right|$ است.

تحلیل نمودار : جایی که پاسخ فرکانسی 3 dB- می‌شود (نسبت دامنه‌ها برابر ۰,۷۰۷ است) افت دامنه آغاز می‌شود. این مدار در فرکانس‌های بسیار بالاتر از 3 dB- شروع به کم کردن دامنه سیگنال می‌کند. به همین دلیل به این مجموعه low-pass filter می‌گویند.


0dB
-20dB
-40dB
-60dB
-80dB
100dB
120dB
0°
-15°
-30°
-45°
-60°
-75°
-90°
1Hz
10Hz
100Hz
1KHz
10KHz
100KHz
1MHz
10MHz
100MHz