

۱- دو پوسته رسانای کروی و هم مرکز در نظر بگیرید. شعاع داخلی و خارجی رسانای درونی برابر R_1 و R_2 است. شعاع داخلی و خارجی رسانای بیرونی برابر R_3 و R_4 است. فضای میان دو رسانا از دی الکتریکی با ضریب گذردهی $\epsilon = \epsilon_0(1 + \frac{A}{R^2})$ پر شده است (R فاصله از مرکز است، و A یک عدد ثابت با دیمانسیون مجذور طول است).

الف) ظرفیت بین دو رسانا را بیابید.

ب) فرض کنید رسانای درونی بار Q_1 ، و رسانای بیرونی بار Q_2 دارد. انرژی الکتروستاتیکی سیستم را به دو روش بیابید (روش اول با استفاده از مفهوم ظرفیت، و روش دوم با استفاده از انتگرال گیری مستقیم از مجذور میدان).

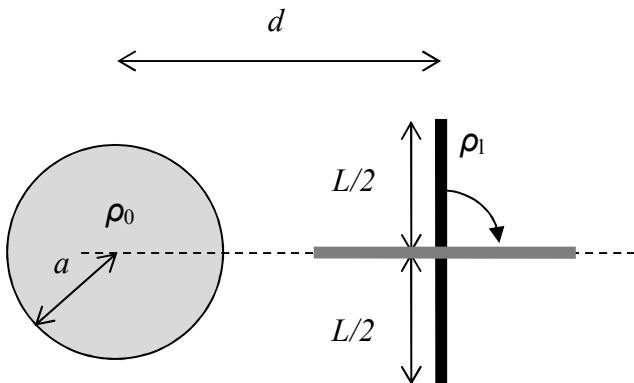
ج) فرض کنید رسانای درونی پتانسیل V_1 ، و رسانای بیرونی پتانسیل V_2 دارد (پتانسیل فواصل بی نهایت دور برابر صفر قرارداد شده است). انرژی الکتروستاتیکی سیستم را به دو روش بیابید (روش اول با استفاده از مفهوم ظرفیت، و روش دوم با استفاده از انتگرال گیری مستقیم از مجذور میدان).

2. دو شی دلخواه A, B در فضای آزاد حاوی بار الکتریکی با چگالی ثابت ρ_A و ρ_B میباشند.

الف) فرض کنید که ایندو شی ابتدا در فاصله بسیار دور از یکدیگر قرار دارند. نشان دهید که کار الکتریکی لازم

برای قرار دادن ایندو شی در موقعیت نهایی آنها برابر است با $W = \rho_B \int_{v_B} V_A(\mathbf{R}) dv$ که در آن v_B حجم

شی B و $V_A(\mathbf{R})$ پتانسیل ایجاد شده توسط شی A در فضا، در غیاب شی B میباشد.



ب) حال مطابق شکل میله ای نازک بطول L و چگالی

بار خطی ρ_1 را در حضور کره ای به شعاع a با

چگالی بار حجمی ρ_0 در نظر بگیرید (ρ_1 و ρ_0)

ثابت میباشند). کار لازم برای چرخاندن میله مطابق

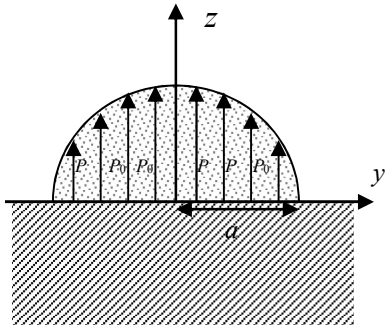
شکل چقدر است؟ (در صورت استفاده از فرمول قسمت

الف، برای بار خطی انتگرال روی حجم تبدیل به

انتگرال روی خط میشود.)

3. ناحیه $z < 0$ هادی است. یک خط بار بینهایت طویل با چگالی خطی ثابت ρ_l و به موازات محور x در ارتفاع h از سطح هادی ($z = 0$) قرار دارد. میدان الکتریکی در فضا و بار سطحی القا شده روی هادی را بدست آورید.

4. نیم کره ای عایق به شعاع a روی یک صفحه تخت هادی (مطابق با شکل) قرار گرفته است. بردار چگالی دو قطبی الکتریکی در داخل عایق یکنواخت و برابر $\vec{P} = P_0 \hat{z}$ است. مطلوب است:



الف. محاسبه توزیع پتانسیل الکترواستاتیکی روی محور z ها برای $z > 0$

ب. محاسبه مولفه میدان الکتریکی در راستای $\hat{\phi}$ روی محور z ها برای $z > 0$

راهنمایی: $\int \frac{x}{\sqrt{a-x}} dx = -\frac{2}{3} \sqrt{a-x} (2a+x)$

