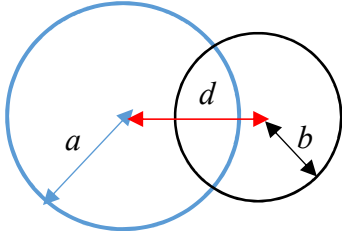


(1) میدان مغناطیسی ناشی از جریان سطحی یکنواخت $J_s = J_0 \mathbf{a}_x$ را که روی کل صفحه $x - y$ جریان دارد حساب کنید.



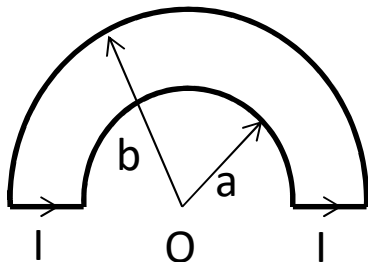
(2) شکل روبرو سطح مقطع دو استوانه بینهایت طویل به شعاع a و b را نشان میدهد که به ترتیب حاوی جریان حجمی $J_0 \mathbf{a}_z$ و $-J_0 \mathbf{a}_z$ هستند. نشان دهید که میدان مغناطیسی در ناحیه تلاقی دو استوانه یکنواخت است.

(3) به دلیل اینکه $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ میتوان میدان مغناطیسی را به صورت $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ نوشت و پتانسیل برداری \mathbf{A} را میتوان به گونه ای انتخاب کرد که $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$. حال استوانه ای بینهایت طویل به شعاع a در راستای محور z و حاوی جریان حجمی $J_0 \mathbf{a}_z$ را در نظر بگیرید و با استفاده از میدان مغناطیسی آن پتانسیل برداری \mathbf{A} را حساب کنید. \mathbf{A} روی محور z صفر است و فقط تابعی از r در مختصات استوانه ای است.

(4) شار مغناطیسی که از سطح دلخواه S عبور میکند بنا به تعریف برابر $\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ است. نشان دهید که $\Phi = \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$ که در آن C منحنی مرزی S میباشد.

(5) پتانسیل برداری در فضا در مختصات استوانه ای توسط $\mathbf{A} = (v/r) \mathbf{a}_\phi$ داده شده است که در آن v یک ثابت است. میدان مغناطیسی در فضا را حساب کنید. سپس با استفاده از مسئله قبل شار مغناطیسی را حساب کنید که از سطح دایره ای با شعاع دلخواه a که روی صفحه $x - y$ قرار دارد و مرکز آن بر مبدا مختصات منطبق است میگذرد. آیا تناقضی میبینید؟

(6) یک حلقه متشکل از دو نیم دایره به شعاع درونی a و شعاع بیرونی b را که مطابق شکل با دو تکه سیم مستقیم به هم متصل شده اند را در نظر بگیرید. اگر جریان I از این حلقه عبور کند پتانسیل برداری را در مبدا (نقطه O) محاسبه کنید.



$$\vec{A}(R) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \frac{d\vec{l}'}{|R - R'|}$$