

تمرین سری یازدهم – موعد تحویل: شنبه ۱۳۸۷/۱۰/۷

۱. میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی (حقیقی) یک موج تخت تک‌فام با دامنه‌ی E_0 ، بسامد ω و زاویه فاز صفر را در شرایط زیر بنویسید.
 الف) حرکت موج در جهت منفی X و قطبش آن در جهت Z باشد.
 ب) حرکت موج از مبدا بطرف نقطه‌ی $(1, 1, 1)$ و قطبش به موازات صفحه‌ی XZ باشد.
 در هر دو مورد، بردار موج را رسم کنید و مولفه‌های صریح دکارتی \mathbf{k} و \hat{n} را پیدا کنید.

*۲. می‌دانیم امواج مسطح یکنواخت اگر قطبی شدگی خطی و دایروی نداشته باشند، حتماً بیضوی هستند. این مطلب را بصورت ریاضی نشان دهید. (راهنمایی: معادله‌ی کلی امواج را بنویسید و از دوران دستگاه مختصات استفاده کنید.)

*۳. عبارات کلی و بدون تقریب را برای ثابتهای فاز و تضعیف در یک محیط هادی بیابید.

*۴. یک پوسته کاملاً رسانا به شعاع a حول محور Z با سرعت زاویه‌ای ω در میدان ثابت B_0 در جهت Z می‌چرخد. emf حاصل بین قطب شمال و استوا را پیدا کنید.

۵. با استفاده از شباهت بین قانون فارادی و قانون آمپر و همراه با قانون بیوساوا نشان دهید برای میدان الکتریکی القایی داریم:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int [\mathbf{B}(\mathbf{r}', t) \times \mathbf{R}] / R^3 dv'$$

که در آن داریم $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ نشان دهید

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{A}$$

۶. می‌دانیم که درون ابررسانا میدان مغناطیسی وجود ندارد ($\mathbf{B} = 0$). فرض کنید که یک دو قطبی مغناطیسی ($\mathbf{M} = m\hat{z}$) در ارتفاع h بالای یک سطح ابر رسانا قرار گرفته باشد (فرض کنید نیم فضای $z < 0$ ابر رسانا باشد).

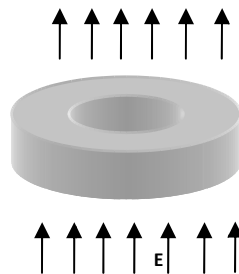
الف) ثابت کنید $B_z|_{z=0^+} = 0$

ب) این شرایط مرزی را می‌توان با یک دو قطبی مغناطیسی تصویری (در نیم فضای $z < 0$) ارضا کرد. آن دو قطبی در کجا قرار می‌گیرد و چه جهتی دارد؟

ج) نیروی وارد بر دو قطبی واقعی چه مقدار است؟ آیا این نیرو جاذبه است یا دافعه؟

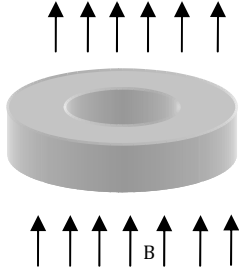
۷. الف) در رسانای کامل رسانندگی بی‌نهایت است، بنابراین میدان الکتریکی وجود ندارد ($\mathbf{E} = 0$). اگر یک حلقه‌ی رسانای کامل

داشته باشیم ثابت کنید شار مغناطیسی ثابت می‌ماند. (راهنمایی: $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$)





ب) در ابر رسانا میدان مغناطیسی وجود ندارد ($\mathbf{B} = 0$). اگر یک حلقه‌ی ابررسانا داشته باشیم ثابت کنید شار الکتریکی ثابت می ماند. (راهنمایی: وقتی جریانی از سطح حلقه نگذرد: $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$)



۸. با توجه به معادلات ماکسول می‌دانیم که هر میدان الکتریکی و مغناطیسی متغیر با زمان و دلخواهی نمی‌توانند توأم وجود داشته باشند. برای مثال وقتی در فضای خلا که جریان و بار الکتریکی نداریم هر تابعی را برای \mathbf{E} و \mathbf{B} نمی‌توانیم داشته باشیم. حال برای توابع زیر بگویید که با کدام یک از قوانین ماکسول تناقض دارند:

$$\begin{cases} \mathbf{E} = E_0 \sin(kx) \hat{x} \\ \mathbf{B} = 0 \end{cases} \quad \text{(الف)}$$

$$\begin{cases} \mathbf{E} = E_0 \hat{x} \end{cases} \quad \text{(ب)}$$

$$\begin{cases} \mathbf{B} = B_0 \cos(\omega t + kx) \hat{x} \end{cases} \quad \text{(پ)}$$

$$\begin{cases} \mathbf{E} = E_0 \sin(\omega t - kx) \hat{y} \end{cases} \quad \text{(ت)}$$

$$\begin{cases} \mathbf{B} = B_0 \sin(\omega t + kx) \hat{z} \end{cases}$$

برای اینکه $\mathbf{E} = E_0 \sin(\omega t - kx) \hat{y}$ یک جواب معادلات ماکسول باشد، $\frac{\omega}{k}$ باید چه مقداری داشته باشد؟