



تمرین سری دوازدهم – موعد تحویل: شنبه ۱۳۸۷/۱۰/۱۴

۱. فرض کنید در مرز $z=0$ بین دو دی‌الکتریک غیر مغناطیسی با ضرایب گذردهی ϵ_1 و ϵ_2 یک لایه نازک بار سطحی با رسانایی سطحی σ_s قرار گرفته است، به گونه‌ای که $\mathbf{J}_s = \sigma_s \mathbf{E}_{||}$ برقرار باشد، که در اینجا $\mathbf{E}_{||}$ مولفه موازی با سطح میدان الکتریکی است؛ به چنین مرزی، مرز رسانا (Conducting Interface) گفته می‌شود.

- الف) ضرایب انعکاس و گذردهی را با رعایت ناپیوستگی میدان $\mathbf{H}_{||}$ بدست آورید برای دو قطبش TE و TM بدست آورید.
 ب) نشان دهید ضرایب بدست آمده در حد $\sigma_s = 0$ به روابط استاندارد تبدیل می‌شوند.
 پ) محاسبه را به حالتی که دو دی‌الکتریک دارای ویژگی مغناطیسی و ضرایب گذردهی μ_1 و μ_2 باشند تعمیم دهید.

۲. دو دی‌الکتریک مغناطیسی با ضرایب گذردهی الکتریکی و مغناطیسی ϵ_1, μ_1 و ϵ_2, μ_2 را با مرز $z=0$ در نظر بگیرید.
 الف) در مسئله انکسار مایل نشان دهید زاویه‌ای موسوم به زاویه بروستر وجود دارد که برای آن ضریب انعکاس دقیقاً صفر است.

- ب) مقدار زاویه بروستر را برای قطبش‌های TE و TM محاسبه کنید. (رابطه مربوط به TM با جایگشت $\mu \leftrightarrow \epsilon$ از رابطه TE محاسبه می‌شود؛ چرا؟)
 پ) نشان دهید اگر دو دی‌الکتریک غیرمغناطیسی باشند، زاویه بروستر تنها برای قطبش TM وجود دارد.

۳. نشان دهید اگر در برخورد مایل با یک مرز مسطح هادی، هادی به اندازه $\frac{\lambda_1}{2 \cos \theta_i}$ حرکت کند، تغییری در الگوی موج ایجاد نمی‌شود.

۴. یک ماده‌ی عایقی غیر متجانس با تانسور ضریب نفوذ الکتریکی به شکل زیر را در نظر بگیرید:

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_x & a & 0 \\ b & \epsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{bmatrix}$$

ارتباطی میان a و b برای محیط بدست آورید که به ازای آن محیط بدون تلفات باشد. فرض کنید a و b مختلط و ϵ_x حقیقی باشد.

۵. برای تعریف ضرایب انعکاس و گذردهی قطبش TM بین دو دی‌الکتریک مغناطیسی با ضرایب ϵ_1, μ_1 و ϵ_2, μ_2 و مرز $z=0$ دو صورت رایج وجود دارد.

- الف) در تعریف اول، نسبت میدان‌های مماسی مغناطیسی مطلوب است. ویژگی این تعریف آن است که تعریف ضرایب دوگان تعریف ضرایب قطبش TE خواهند بود. همچنین جایگشت‌های $\mu \leftrightarrow \epsilon$ و $r_{TM} \leftrightarrow r_{TE}$ و $t_{TM} \leftrightarrow t_{TE}$ برقرارند.

$$r_{TM} = \frac{H_r}{H_i}$$

$$t_{TM} = \frac{H_t}{H_i}$$

ضرایب را بدست آورید. آیا رابطه $1 + r = t$ کماکان صحیح است؟

- ب) در فرم رایج بعدی، ضرایب بر اساس نسبت میدان الکتریکی مماسی سنجیده می‌شوند. ضرایب را مجدداً محاسبه کنید.

$$r_{TM} = \frac{\mathbf{E}_{r||}}{\mathbf{E}_{i||}}$$

$$t_{TM} = \frac{\mathbf{E}_{t||}}{\mathbf{E}_{i||}}$$