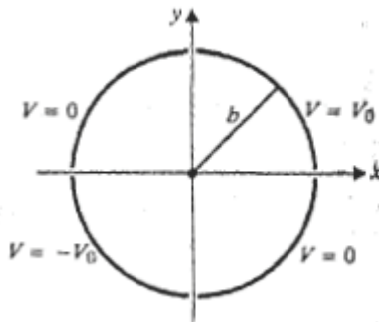


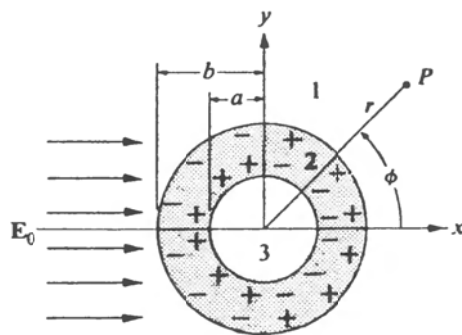
**تمرین سری پنجم - موعد تحویل: شنبه ۱۳۸۲/۸/۲۵**

۱. شکل زیر یک استوانه‌ی هادی بی‌نهایت طول به شعاع  $b$  را نشان می‌دهد که به چهار ربع استوانه تقسیم شده است. پتانسیل هر یک از این چهار قسمت در شکل مشخص است. توزیع میدانها را در داخل و بیرون استوانه بیابید.

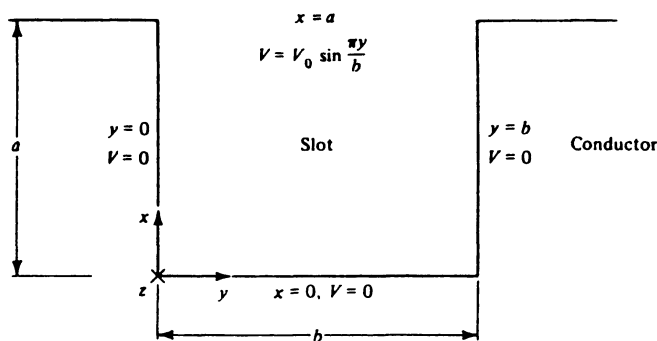


۲. فرض کنید چگالی بار سطحی روی یک کره‌ی هادی از  $\sigma = \sigma_0 \cos(2\theta)$  بدست می‌آید. تابع پتانسیل را بیرون کره بدست آورید.

۳. یک پوسته‌ی استوانه‌ای بی‌نهایت طول به شعاع داخلی  $a$  و شعاع خارجی  $b$  در یک میدان الکتریکی یکنواخت در جهت  $x$  قرار می‌گیرد. توزیع پتانسیل را در تمامی نقاط فضا پیدا کنید.



۴. مطابق شکل، یک شکاف مستطیلی شکل به طول بی‌نهایت در یک نیم‌فضای بی‌نهایت از جنس رسانا قرار دارد. پتانسیل دیواره‌ها معلوم است و در  $x=a$  توزیع پتانسیل  $V = V_0 \sin \frac{\pi y}{b}$  وجود دارد. توزیع میدان درون شکاف را بیابید.



۵. بار الکتریکی  $q$  در درون دی‌الکتریک که نیم‌فضای  $z < 0$  را با ضریب گذردهی  $\epsilon_1$  پر کرده واقع شده است. چنانچه نیم‌فضای  $z > 0$  با دی‌الکتریک دیگری با ثابت گذردهی  $\epsilon_2$  پر شده و فاصله بار تا مرز برابر  $d$  باشد، میدان الکتریکی را در درون دو دی‌الکتریک بیابید.

\*۶. دو کره با چگالی بار حجمی  $\rho$  و  $-\rho$  در داخل یکدیگر فرو رفته‌اند. شعاع هر کره  $R$  و فاصله مراکز آنها  $b$  می‌باشد.

(الف) میدان را در قسمت مشترک دو کره به دست آورید.

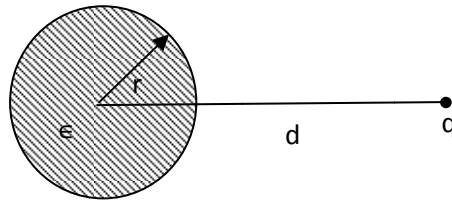
(ب) روی کره‌ای چگالی بار سطحی  $\sigma = \sigma_0 \cos\theta$  قرار داده‌ایم. ثابت کنید این پیکربندی حالت حدی (الف) می‌باشد و میدان را در داخل این کره محاسبه کنید.

(ج) حال معادله لاپلاس را در داخل کره قسمت (ب) بنویسید و جواب خود را با قسمت قبلی مقایسه کنید.

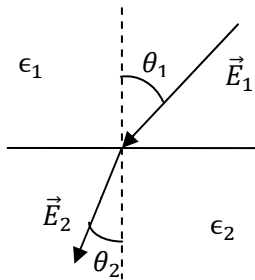
\*۷. بار  $q$  در مرز مشترک دو دی‌الکتریک با ضریب گذردهی  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  قرار داده‌ایم. پتانسیل و میدان را در فضا با استفاده از حل معادله لاپلاس به دست آورید.

۸. سه صفحه رسانا یکدیگر را با زاویه قائمه در مبدا قطع کرده‌اند (سه وجه از یک مکعب مستطیل). اضلاع این صفحات را  $a, b, c$  بگیرید. صفحات در پتانسیل  $V_0$  نگه داشته شده‌اند. پتانسیل را در کل فضا بیابید.

\*۹. فرض کنید بار  $q$  در فاصله  $d$  از یک کره دی‌الکتریک با گذردهی  $\epsilon$  قرار گرفته باشد. میدان الکتریکی را در داخل و خارج از کره بیابید.



۱۰. میدان الکتریکی در سطح بین دو ماده دی‌الکتریک خطی شکسته می‌شود (مطابق شکل).



$$\tan \theta_2 / \tan \theta_1 = \epsilon_2 / \epsilon_1 \quad \text{ثابت کنید:}$$

\*۱۱. فرض کنید کره‌ی دی‌الکتریک به شعاع  $r$  و ضریب گذردهی  $\epsilon$  در یک میدان یکنواخت  $\vec{E}$  قرار گرفته است.

(الف) برای مرحله‌ی اول فرض کنید میدان ناشی از بارهای القایی را در نظر بگیریم.  $\vec{P}_0$  و  $\sigma_0$  (چگالی بار سطحی القا شده) را به دست آورید.

(ب)  $\sigma_0$  به دست آمده در قسمت قبل چه  $\vec{E}_1$  و  $\vec{P}_1$  و  $\sigma_1$  ایجاد می‌کند؟ این دنباله را ادامه دهید و  $\vec{E}_{tot}$  را به دست آورید.

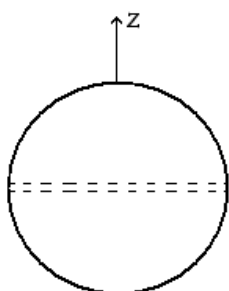


۱۲. \* روی دو پوسته کروی هم مرکز به شعاع  $a$  و  $2a$  بترتیب بار الکتریکی صفر و  $q$  توزیع شده است. اگر پوسته هادی داخلی ( $R=a$ ) را زمین کنیم، مطلوب است:

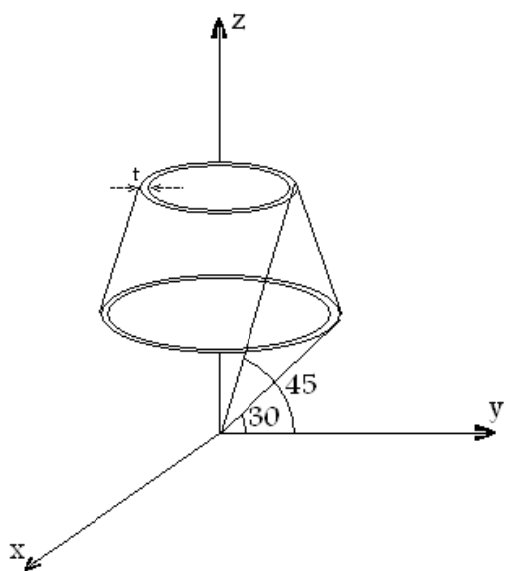
- (الف) پتانسیل سطح پوسته هادی بیرونی ( $R=2a$ )  
 (ب) انرژی الکتریکی ذخیره شده بین دو پوسته هادی  
 (پ) انرژی الکتریکی ذخیره شده در کل فضا

۱۳. \* یک کره به شعاع  $2a$  با ضریب گذردهی  $\epsilon_0$  و ضریب هدایت  $\sigma_0$  در نظر بگیرید. در لحظه  $t=0$  بار  $Q$  را به طور یکنواخت در حجم آن توزیع می‌کنیم انرژی تلف شده در کره به شعاع  $R=a$  پس از گذشت زمان  $t_1 = \left(\frac{\epsilon_0}{\sigma_0}\right) \ln 2$  (sec) را محاسبه کنید.

۱۴. \* کره‌ای به شعاع  $a$  از رسانای کامل در فضای آزاد دارای بار ساکن  $q$  می‌باشد. این کره را مطابق شکل به دو نیم کره تقسیم می‌کنیم و همچنان در محل قبلی خود ثابت نگه می‌داریم. نیرویی که به هر یک از دو نیم کره وارد می‌شود را محاسبه کنید.



۱۵. پوسته نازکی به ضخامت  $t$  به صورت مخروط ناقص مطابق شکل دارای بردار پلاریزاسیون  $\mathbf{P} = P_0 \hat{z}$  می‌باشد. پتانسیل الکتریکی ایجاد شده در مبدا مختصات را محاسبه کنید.



۱۶. یک لوله‌ی مستطیل که موازی محور  $Z$  (از  $-\infty$  تا  $+\infty$ ) است، دارای ۳ وجه فلزی متصل به زمین است. یکی در  $y=0$  و  $x=0$  و وجه چهارم در  $x=b$  در پتانسیل مشخص  $V_0(y)$  نگه داشته شده است.  
 (الف) یک فرمول کلی برای پتانسیل درون لوله بیابید.

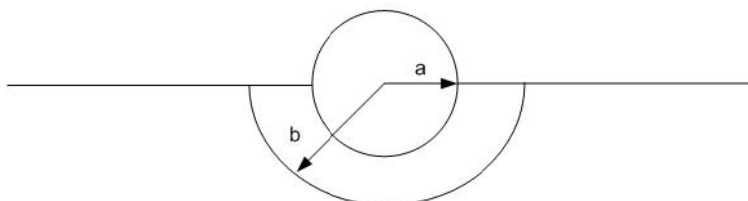


(ب) پتانسیل را بطور صریح در مورد  $V_0(y) = V_0$  (ثابت) بیابید.

۱۷. یک جعبه مکعبی (با وجوه بطول  $a$ ) متشکل از ۵ صفحه فلزی است که به هم جوش خورده و به زمین متصل شده‌اند. وجه بالایی از یک ورقه‌ی فلزی مجزا تشکیل شده است که با بقیه عایق‌کاری شده و توسط باتری در پتانسیل ثابت  $V_0$  نگه داشته شده است. پتانسیل را درون جعبه بیابید.

۱۸. \* پتانسیل را خارج یک لوله فلزی نامتناهی به شعاع  $R$  که عمود بر میدان خارجی  $E_0$  است، بیابید. بار سطحی القایی روی لوله را مشخص کنید.

۱۹. \* کره‌ای فلزی به شعاع  $a$  تا نیمه در زمین فرو رفته است. رسانایی ویژه‌ی زمین تا شعاع کره داخلی برابر  $\sigma_2$  و از آن به بعد  $\sigma_1$  است. مقاومت بین کره و نقاط دور را به دست آورید.



۲۰. \* بار  $q$  به فاصله‌ی  $\frac{l}{2}$  از مرکز یک کره‌ی هادی زمین شده به شعاع  $R$  قرار دارد ( $l \ll R$ ). توزیع بار روی کره و نیروی وارد بر بار را بیابید.

۲۱. \* دو کره‌ی هادی به شعاع  $a$  به فاصله‌ی  $r$  از هم قرار دارند ( $r \gg a$ ). ظرفیت بین دو کره را بیابید.

۲۲. \* یک خازن کروی دارای کره‌هایی است که با یکدیگر هم مرکز نیستند. انحراف از هم مرکز بودن خیلی کوچک است. ظرفیت خازن کروی را برای این حالت تصحیح کنید.