

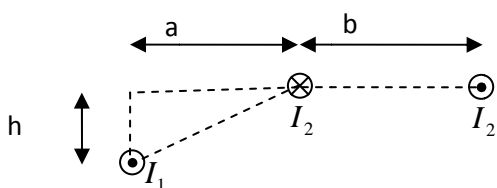


تمرین سری نهم - موعد تحویل: شنبه ۱۳۸۷/۹/۲۳

۱. * یک ماده‌ی فرومگنتیک به شکل یک پوسته‌ی استوانه‌ای (دستگاه (ρ, φ, z)) به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b طوری مغناطیس شده است که بردار چگالی دوقطبی مغناطیسی در $a < \rho < b$ برابر $\mathbf{M} = \frac{A}{\rho} \hat{\varphi}$ می‌باشد. میدان \mathbf{H} و چگالی شار مغناطیسی \mathbf{B} را در $a < \rho < b$ را بدست آورید.

۲. * کره‌ای به شعاع a بطور دائم با بردار مغناطیس‌شوندگی $\mathbf{M} = M_0 \hat{z}$ مغناطیس شده است. میدان مغناطیسی را در مرکز کره پیدا کنید.

۳. * یک رشته سیم مستقیم بی‌نهایت طویل حامل جریان I_1 موازی یک خط تلفن دوسیمی که جریان I_2 از آن می‌گذرد، قرار دارد. مطلوب است ضریب القاء متقابل بین سیم حامل جریان I_1 و خط تلفن در واحد طول و نیروی وارد بر واحد طول سیم تلفن.



۴. * فضای بین $0 < z < d$ را ماده‌ای که ضریب نفوذ مغناطیسی آن به طور خطی از μ_0 در $z = 0$ تا $3\mu_0$ در $z = d$ تغییر می‌کند، پر کرده است. اگر میدان مغناطیسی در بیرون ماده و فضای آزاد $\mathbf{H}_1 = 2\hat{x} - \hat{y} + 3\hat{z}$ باشد، چگالی سطحی جریان مغناطیسی در $z = d$ چقدر است؟

۵. دو حلقه‌ی بسیار کوچک حامل جریان I به شعاع a در یک صفحه به فاصله‌ی d از هم قرار دارند. ضریب القاء متقابل را بدست آورید.

۶. * ناحیه‌ی $|y| \leq \frac{a}{2}$ دارای جریانی به چگالی $\mathbf{J} = J_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \hat{z}$ می‌باشد. پتانسیل مغناطیسی برداری در این ناحیه کدام است؟

۷. * چگالی جریان لازم برای ایجاد پتانسیل برداری $\mathbf{A} = k\hat{\varphi}$ را در مختصات استوانه‌ای پیدا کنید.

(الف) پتانسیل برداری را در فاصله r از یک سیم طویل بیابید. واگرایی و کرل \mathbf{A} را چک کنید

(ب) پتانسیل برداری را در داخل سیم در حالیکه شعاع آن R و دارای توزیع جریان یکنواخت است بیابید

۸. * یک سیم طویل با جریان I در محیط μ_1 در فاصله d از مرز مشترک این محیط با محیط دیگری با ضریب گذردهی μ_2 قرار دارد. میدان را در کل فضا بیابید. (جریانهای تصویری را بیابید)

۹. (الف) نشان دهید که میدان مغناطیسی یک دو قطبی را می‌توان به صورت مستقل از مختصات زیر نوشت:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu}{4\pi r^3} [3(\mathbf{m} \cdot \hat{r})\hat{r} - \mathbf{m}]$$

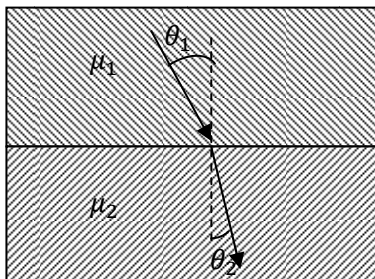
(ب) یک دو قطبی مغناطیسی (\mathbf{m}) در مرکز یک کره‌ی مغناطیسی خطی با گذردهی μ قرار گرفته است. میدان را در داخل

و خارج از کره حساب کنید. (راهنمایی: در حد $r \rightarrow 0$ انتظار داریم که میدان به دوقطبی ساده مانند فوق تبدیل شود).

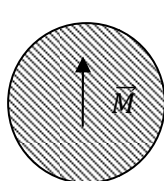
۱۰. * پتانسیل برداری مغناطیسی یک طول محدود از سیم مستقیم حامل جریان I را بیابید.

۱۱. * در سطح مشترک بین دو ماده‌ی مغناطیسی خطی خطوط میدان مغناطیسی می‌شکنند. (مطابق شکل) ثابت کنید:

$$\frac{\tan(\theta_2)}{\tan(\theta_1)} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$



۱۲. * راجع به میدان \mathbf{H} (در حالت میدان‌های مستقل از زمان) می‌دانیم که $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{free}}$. بنابراین در نقاطی که جریان آزاد الکتریکی نداشته باشیم داریم $\nabla \times \mathbf{H} = 0$. این نکته به این معنی است که می‌توان برای \mathbf{H} پتانسیل نرده‌ای تعریف کرد به طوری که $\mathbf{H} = -\nabla\chi$ و به این ترتیب از تمام تکنیک‌هایی که در مورد پتانسیل الکتریکی و حل مسائل مقدار مرزی یاد گرفتیم استفاده کرد. با توجه به مطالب بالا میدان \mathbf{H} را برای کره‌ای که قطبش ثابت و دائمی \mathbf{M} دارد و در محیط خلا (μ_0) قرار گرفته است حساب کنید. (شکل زیر)



μ_0

۱۳. آیا قانون آمپر با این قاعده‌ی کلی که واگرایی کرل همواره صفر است، سازگار است؟ نشان دهید که قانون آمپر نمی‌تواند به طور کلی، خارج از محدوده‌ی مغناطوستاتیک صادق باشد.

۱۴. * یک حلقه سیم دایره که مرکزش در مبدأ، شعاعش R و حامل جریان I پادساعتگرد از دید ناظری در جهت مثبت Z است در صفحه‌ی XY قرار دارد. گشتاور دو قطبی مغناطیسی آن و میدان مغناطیسی تقریبی در نقاط دور از مبدأ چقدر است؟

۱۵. * یک صفحه‌ی گرامفون به شعاع R و دارای بار سطحی با چگالی ثابت σ با سرعت زاویه‌ای ثابت ω می‌چرخد. گشتاور دو قطبی مغناطیسی آن را بیابید.

۱۶. * یک پوسته کروی به شعاع R دارای بار سطحی با چگالی ثابت σ را با سرعت زاویه‌ای ثابت ω می‌چرخاند. پتانسیل برداری حاصل را در فاصله‌ی شعاعی r بیرون از کره بیابید.

۱۷. نیروی جاذبه‌ی مغناطیسی بین دو نیمکره‌ی شمالی و جنوبی یک پوسته کروی به شعاع R دارای بار سطحی با چگالی ثابت σ که با سرعت زاویه‌ای ثابت ω می‌چرخد را بیابید.