تکلیف سری دوم
درس روشهای عددی بهینه‌سازی

مسعود بابایی‌زاده

- مسائل زیر از کتاب Nocedal چاپ ۱۹۹۹ (برای مسأله 2.12 از تعریف خود نوسدال برای مرتبه همگرایی استفاده کنید):

  2.3, 2.9, 2.12, 2.14, 2.15

- مسائل زیر از کتاب چانگ (چاپ ۲۰۰۱):

  3.10, 3.11, 3.12(a), 3.13

- ثابت کنید اگر تابع چندمتغیره $f(\mathbf{x})$ مشتقات مرتبه دوم پیوسته داشته باشد، آنگاه ($\mathbf{p}$ و $\mathbf{x}$ دلخواه هستند):

$$\nabla f(\mathbf{x}+\mathbf{p}) = \nabla f(\mathbf{x}) + \int_{0}^{1} \nabla^2 f(\mathbf{x}+\alpha\mathbf{p})\,\mathbf{p}\,d\alpha$$

- مسأله زیر (که مسأله 1.6 از کتاب Fletcher است): فرض کنید $\mathbf{x}(\alpha)$ یک خم دوبار مشتق‌پذیر باشد و $f(\mathbf{x}(\alpha))$ را به عنوان تابعی بر حسب α در نظر بگیرید ($f(\alpha)$). تعریف می‌کنیم:

$$\mathbf{s} = \frac{d\,\mathbf{x}}{d\,\alpha}(\alpha_0), \qquad \mathbf{t} = \frac{d^2\mathbf{x}}{d\,\alpha^2}(\alpha_0),$$

  با استفاده از قاعده زنجیر، عبارتهایی برای $\frac{d\,f}{d\,\alpha}(\alpha_0)$ و $\frac{d^2 f}{d\,\alpha^2}(\alpha_0)$ بر حسب $\mathbf{s}$ و $\mathbf{t}$ بدست آورید.

- نامساوی رایلی را اثبات کنید: اگر $\mathbf{Q}$ یک ماتریس مثبت معین باشد، آنگاه (اعداد همگی حقیقی):

$$\forall \mathbf{x}, \qquad \lambda_{min} \leq \frac{\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\,\mathbf{x}}{\|\mathbf{x}\|^2} \leq \lambda_{max}$$

  که در آن λ_{min} و λ_{max} به ترتیب کوچکترین و بزرگترین مقدار ویژه ماتریس $\mathbf{Q}$ هستند.