اثبات قسمت (الف) قضیه ۲ :

اگر $\underline{x}^*$ جواب لوکال P_1 باشد، آنگاه $\underline{x}^*_{new} = \begin{bmatrix} \underline{x}^* \\ \underline{z}^* \end{bmatrix}$ (که در آن $\forall i \in I: z_i^* \triangleq \sqrt{c_i(\underline{x}^*)}$)
یک جواب لوکال مسأله P_2 است. بنابراین قسمت (الف) قضیه ۱ (قضیه شرایط لازم برای مسأله با قیود تساوی)
می‌توان نتیجه گرفت بردار $\underline{\lambda}^*$ ای هست بطوریکه:

$\frac{\partial}{\partial \underline{x}_{new}}$

$$\nabla_{\underline{x}_{new}} \mathcal{L}_{new}(\underline{x}^*_{new}, \underline{\lambda}^*) = \underline{0} \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial \underline{x}} \mathcal{L}_{new}(\underline{x}^*, \underline{z}^*, \underline{\lambda}^*) = \underline{0} \\ \frac{\partial}{\partial \underline{z}} \mathcal{L}_{new}(\underline{x}^*, \underline{z}^*, \underline{\lambda}^*) = \underline{0} \end{cases} \qquad (1)$$

که در آن:

$$\mathcal{L}_{new}(\underline{x}, \underline{z}, \underline{\lambda}^*) = f(\underline{x}) - \sum_{i \in \mathcal{E}} \lambda_i^* c_i(\underline{x}) - \sum_{i \in I} \lambda_i^* \left(c_i(\underline{x}) - z_i^2\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial \underline{x}} \mathcal{L}_{new}(\underline{x}, \underline{z}, \underline{\lambda}^*) = \nabla f(\underline{x}) - \sum_{i \in \mathcal{E}} \lambda_i^* \nabla c_i(\underline{x}) - \sum_{i \in I} \lambda_i^* \nabla c_i(\underline{x}) \\ \frac{\partial}{\partial z_i}(\text{—//—}) = 2 z_i \lambda_i^* \end{cases} \qquad (2)$$

پس طبق ① و ② داریم:

$$\begin{cases} \nabla f(\underline{x}^*) = \sum_{i \in \mathcal{E} \cup I} \lambda_i^* \nabla c_i(\underline{x}^*) \\ z_i^* \lambda_i^* = 0 \quad \forall i \in I \end{cases}$$

$\longrightarrow$ با توجه به اینکه $z_i^* = \sqrt{c_i(\underline{x}^*)}$ این عبارت معادل است با $\underbrace{\lambda_i^* c_i(\underline{x}^*) = 0}_{\text{complementary slackness condition}}$

برای اتمام قسمت (الف) در قضیه ۲ تنها باید اثبات شود:

① LICQ در مسأله P_2، LICQ در مسأله P_1 را نتیجه می‌دهد. ← اثبات ساده

② $\forall i \in I \quad : \quad \lambda_i^* \geq 0$ ← در کتاب مرجع کامل خوانده شود.

← برای اثبات این قسمت (که در واقع مستقل به قسمت الف قضیه ۲ است)، به قسمت (ب) قضیه ۱ نیاز خواهد بود و در نتیجه محدودیت $f, c_i \in C^2$ برای قسمت (الف) قضیه ۲ از اینجا می‌آید.