



دانشکده‌ی مهندسی برق
دانشگاه صنعتی شریف

آزمون جامع دکتری مهندسی برق-الکترونیک

گرایش ادوات میکرو و نانو

تاریخ: ۱۳۸۸/۹/۴

بلورهای فوتونی

مدت امتحان: ۸۵ دقیقه

استفاده از مراجع آزاد است

۱. یک بلور فوتونی در فضای دوبعدی $\mathbf{r} = x\hat{x} + y\hat{y}$ دارای تابع گذردهی الکتریکی به فرم زیر است:

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = f(x+y) + f(x-y)$$

که در آن $f(l) = f(l+L)$. دستگاه معادلاتی را بنا کنید که بتوان از آن به ساختار باند فوتونی دقیق برای قطبش الکتریکی دست یافت.

۲. فرض کنید یک بلور فوتونی دو بعدی غیرمغناطیسی دارای تابع گذردهی الکتریکی $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r} + p\mathbf{a} + q\mathbf{b})$ باشد. ویژه‌مودهای قطبش الکتریکی را با مجموعه توابع $E_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ نشان می‌دهیم که در آن n شماره‌ی باند و \mathbf{k} بردار موج بلوخ-فلوکه است. نشان دهید این توابع شرط تمامیت زیر را راضی می‌کنند:

$$\int_{BZ} \sqrt{\varepsilon(\mathbf{r}_1)\varepsilon(\mathbf{r}_2)} E_{n_1\mathbf{k}}^*(\mathbf{r}_1) E_{n_2\mathbf{k}}(\mathbf{r}_2) d^2\kappa = \delta_{n_1n_2} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$$

حال توابع شبه‌ونیر زیر را تعریف می‌کنیم:

$$V_{n\mathbf{G}}(\mathbf{k}) = \frac{1}{V_{UC}} \int_{UC} \exp(-j\mathbf{r} \cdot \mathbf{G}) E_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}) d^2r$$

که در آن $\mathbf{G} = p\mathbf{a}^* + q\mathbf{b}^*$ و V_{UC} حجم یاخته‌ی واحد است. نشان دهید این توابع خواصی شبیه به توابع ونیر را دارا می‌باشند. تبدیلی را نشان دهید که بتوان از مجموعه توابع ونیر $W_{n\mathbf{R}}(\mathbf{r})$ ، توابع $V_{n\mathbf{G}}(\mathbf{k})$ را یافت.