

فصل اول

یاد آوری مطالب لازم

۱-۱ هدف

به طور خلاصه هدف از آرایه این درس موارد زیر است، که برای این منظور در این فصل به ذکر

مطالب دروس قبل - که در این درس به دانستن آنها به طور مستقیم نیاز است - می پردازیم:

- آشنایی با برخی از مدارهای استاندارد پایه الکترونیکی نظیر طبقه تفاضلی، منابع جریان، پوش

پول، ...

- ایجاد توانایی تجزیه و تحلیل مدارها و سیستم‌های الکترونیکی نظیر مدار داخلی تقویت کننده

های عملیاتی، تقویت کننده های صوتی، ...

- طراحی و ساخت سیستم های ساده الکترونیکی، از قبیل منبع تغذیه آزمایشگاهی، فانکشن

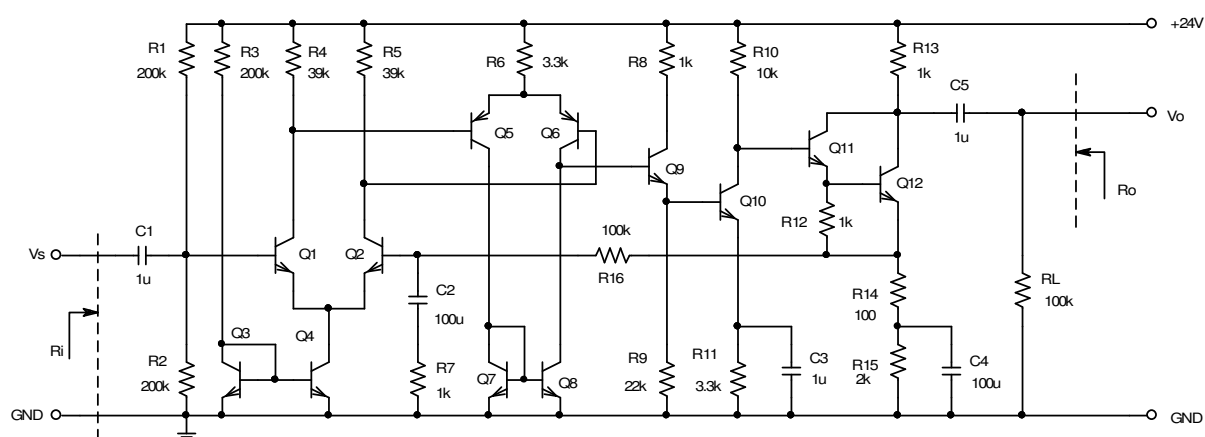
ژنراتور، ...

- تسلط در استفاده از قوانین و قضایای مداری (KVL ، KCL ، تونن، ...) جهت بدست آوردن مقادیر دقیق پارامترهای مدارها (بهره، مقاومت ورودی، ...)

- تسلط در محاسبه سریع و تقریبی مشخصات مدارهای مفصل. برای مثال در پایان ترم

دانشجویان باید قادر باشند در کمتر از یک دقیقه مشخصات خواسته شده‌ی مدار شکل ۱-۱

را بدست آورند.



شکل ۱-۱ مثالی برای بدست آوردن بهره، مقاومت ورودی و مقاومت خروجی

در این مدار (مقادیر شبیه سازی شده توسط *PSpice* در داخل پرانتز نوشته شده اند):

$$R_i \approx R_1 \parallel R_2 = 100k\Omega \quad (99.999k\Omega)$$

$$R_o \approx R_{13} \parallel R_L \approx 1k\Omega \quad (990.099\Omega)$$

$$A_{v_s} \approx \frac{R_{13} \parallel R_L}{R_{14}} \cdot \left(1 + \frac{R_{15}}{R_7} \right) \approx 1000 \quad (1000.8)$$

۲-۱ یاد آوری مفاهیم پایه

در این بخش به توضیح مختصر مفاهیم پایه می پردازیم.

• سیگنال

به کمیات فیزیکی متغیر با زمان (و (یا) مکان)، در صورتیکه حاوی اطلاعات مفید باشند، سیگنال^۱ گویند. در غیر اینصورت به آن نویز^۲ گفته میشود، سیگنال و نویز هر دو حامل انرژی هستند. سیگنالها می توانند پریودیک^۳ باشند؛ مانند سیگنال سینوسی یا مربعی، ضربان قلب، ... یا غیرپریودیک باشند؛ مانند سیگنالهای صوتی، تصویری، فشار یا دمای محیط و... علاوه بر آن سیگنالها می توانند پیوسته^۴ یا گسسته^۵ در زمان یا دامنه باشند (سیگنالهای آنالوگ^۶ یا دیجیتال^۷).

سادهترین سیگنال بصورت:

$$s(t) = A \sin(\omega t + \varphi), \quad \omega = 2\pi f$$

تعریف میشود. در این رابطه A دامنه^۸، f فرکانس^۹ و φ فاز^{۱۰} سیگنال نام دارد.

در این درس عمدتاً با سیگنالهای الکتریکی و آنالوگ سر و کار خواهیم داشت. برای بررسی

سیگنال الکتریکی، توان، ولتاژ، یا جریان آنرا در نظر می گیرند. بنابراین مثلاً: $v(t) = V_p \sin(\omega t + \varphi)$

^۱ علامت, Signal

^۲ همهمه, اغتشاش, نوفه, Noise

^۳ متناوب, Periodical

^۴ Continuous

^۵ Discrete

^۶ تشابهی, Analog

^۷ رقمی, Digital

^۸ Amplitude, Magnitude

^۹ بسامد, Frequency

^{۱۰} Phase

برای تبدیل سیگنال‌های غیر الکتریکی به الکتریکی یا بالعکس، مبدل‌ها^۱ به کار گرفته میشوند. برای مثال یک سیگنال صوتی - که ماهیتاً یک سیگنال مکانیکی است - توسط میکروفن، تبدیل به سیگنال الکتریکی شده، پس از تقویت - توسط تقویت کننده الکتریکی - مجدداً توسط بلندگو، تبدیل به سیگنال صوتی میشود.

• سیستم

هرگاه اجزای یک مجموعه، در ارتباط با یکدیگر، از یک ورودی^۲ مشخص، طبق یک دستورالعمل خاص، یک خروجی معین ایجاد کند؛ به آن مجموعه یک سیستم^۳ گویند. گاهی اوقات به سیگنال ورودی، تحریک^۴ و به سیگنال خروجی، پاسخ^۵ گفته می‌شود.

برای بررسی سیستم‌ها، آنها را - با توجه به مشخصات ذاتیشان - به چند گروه تقسیم می‌کنند. از جمله: خطی^۶ یا غیر خطی^۷، آنالوگ^۸ یا دیجیتال^۹، مستقل^{۱۰} یا وابسته به زمان^{۱۱}، علی^{۱۲} یا غیر علی^{۱۳}. تمام سیستم‌هایی که در این درس بررسی می‌شوند، علی و مستقل از زمان و اکثر سیستم‌ها آنالوگ و خطی هستند.

^۱ تراگردان, Transducer

^۲ توجه شود که ورودی و خروجی خود نیز یک مجموعه هستند؛ که برای مفهوم تر بودن جمله، از ذکر "مجموعه" بعد از "ورودی و خروجی" خودداری شده است.

^۳ سامانه, System

^۴ Excitation

^۵ Response

^۶ Linear Systems

^۷ Nonlinear Systems

^۸ Analog Systems

^۹ Digital Systems

^{۱۰} Time Invariant Systems

^{۱۱} Time Variant Systems

^{۱۲} Causal Systems

^{۱۳} Non-Causal Systems

• مدل

برای بررسی علمی سیستم‌ها و اجزای آن معمولاً سعی میشود خاصیت عناصر و ارتباط بین خروجی و ورودی سیستم را بکمک روابط ریاضی توصیف نمود، به این عمل *مدلسازی*^۱ گویند. تابع ریاضی که سیستم یا عنصر را توصیف می‌کند، *مدل*^۲ نامیده می‌شود.

• عناصر اصلی مدارهای الکتریکی

یک سیستم الکتریکی، طبق تعریف از مجموعه‌ای از اجزای الکتریکی تشکیل شده است. به این اجزاء، *عناصر*^۳ الکتریکی گویند. تنوع اجزای الکتریکی بسیار زیاد است. غالب این عناصر را نیز می‌توان بعنوان یک سیستم الکتریکی فرض نمود، که خود از اجزای کوچکتری تشکیل شده‌اند. در عمل می‌توان تمامی اجزای الکتریکی را بکمک مجموعه‌ای از فقط ۵ عنصر اصلی مدلسازی نمود. به این ۵ جزء، که عبارتند از: *مقاومت*^۴، *خازن*^۵، *خود القا*^۶، *منبع ولتاژ*^۷ و *منبع جریان*^۸، عناصر اصلی مدارهای الکتریکی گویند. دسته بندی عناصر اصلی سیستمهای الکتریکی در شکل ۱-۲ نمایش داده شده است.

¹ Modeling

² Model

³ اجزاء، قطعات، المان‌ها، Components, Elements, Devices

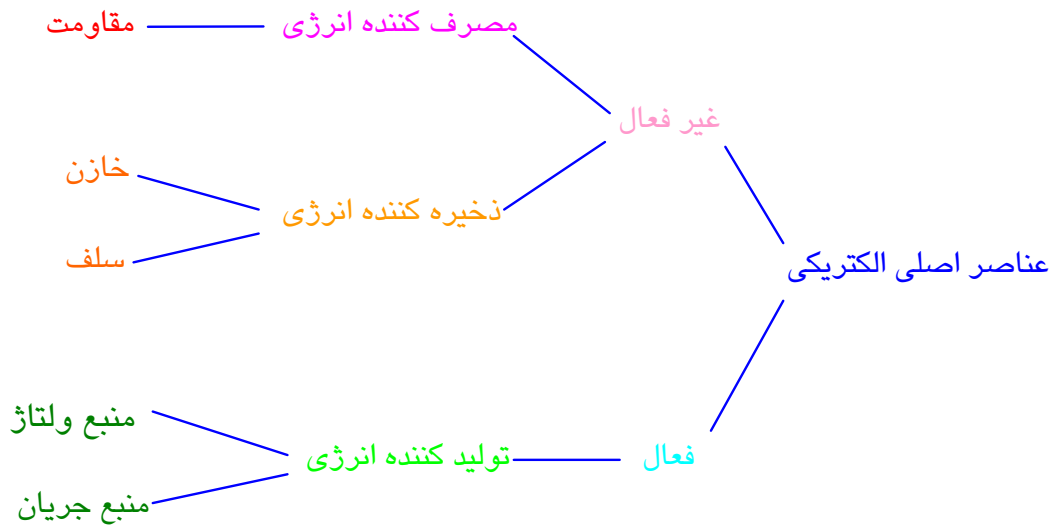
⁴ Resistor

⁵ Capacitor

⁶ سلف، القاگر، بوبین، سیم پیچ، پیچک، Inductor

⁷ Voltage Source

⁸ Current source



شکل ۱-۲ عناصر اصلی سیستم‌های الکتریکی

هر کدام از این عناصر، می‌توانند مستقل^۱ (غیر وابسته) یا وابسته^۲ (غیر مستقل) و خطی^۳ یا غیرخطی^۴ باشند. عناصر غیر وابسته به صورت المان‌های دو سری^۵ مدل می‌شوند، که مشخصه آنها همواره مقدار ثابتی است. عناصر وابسته به صورت المان‌های چهار سری^۶ مدل می‌شوند، که مشخصه خروجی آنها تابعی از پارامترهای ورودی آنها است.

- مقاومت

یک مقاومت الکتریکی ثابت ایده‌آل، یک دوقطبی است که مشخصه‌ی $v-i$ آن از رابطه

(۱-۱) بدست می‌آید.

$$v = R.i, \quad R \equiv \frac{v}{i}, \quad R = R_N = \text{const} \quad (1-1)$$

^۱ نا بسته، Independent

^۲ Controlled, Dependent

^۳ Linear

^۴ Nonlinear

^۵ یک دریچه ای، دو قطبی، Two Pole, One Port

^۶ دو دریچه ای، چهار قطبی، Four Pole, Two Port

در این رابطه v ولتاژ دو سر مقاومت، i جریان گذرنده از آن و R مقدار^۱ مقاومت است. همانطور که در شکل ۲-۱ مشاهده می‌شود، مقاومت جزو المانهای پسیو^۲ به حساب می‌آید و مصرف کننده است، یعنی انرژی الکتریکی را تبدیل به انرژی غیر الکتریکی (عمدتاً حرارت) می‌نماید. مقدار توان تبدیل شده، از رابطه (۲-۱) قابل محاسبه است.

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} R \cdot i^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} \frac{v^2(t)}{R} dt \quad (2-1)$$

از این رابطه، برای جریان‌های DC :

$$P = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R} \quad (2-1 \text{ الف})$$

و برای جریان‌های سینوسی با دامنه V_p بعبارت دیگر I_p :

$$P = \frac{R \cdot I_p^2}{2} = \frac{V_p^2}{2R} \quad (2-1 \text{ ب})$$

محاسبه می‌شود.

- خازن

خازن یک دو قطبی است که مشخصه $v-i$ آن از رابطه (۳-۱) بدست می‌آید. برای یک خازن ایده‌آل $C = Const$ ظرفیت^۳ خازن است.

$$v = \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt + V_1 \quad i = C \frac{dv}{dt} \quad (3-1)$$

^۱ در فارسی هم به شیئی که خاصیت مقاومتی دارد (Resistor) و هم به خاصیت آن (Resistance)، "مقاومت" گفته می‌شود.

^۲ غیرفعال، Passive

^۳ Capacitance

خازن نیز جزو عناصر پسیو به حساب می‌آید ولی مصرف کننده انرژی نیست، بلکه انرژی را در میدان الکتریکی خود ذخیره میکند، یا انرژی ذخیره شده را به مدار بر می‌گرداند. میزان تغییرات انرژی خازن از رابطه (۴-۱) بدست می‌آید.

$$W_c = \int_{t_1}^{t_2} v_c \cdot i_c \cdot dt + W_0 \quad (4-1)$$

برای جریانهای متناوب متقارن، انرژی ذخیره شده در یک نیم پریود، در نیم پریود بعد به مدار بر گردانیده میشود. بنابراین انرژی ذخیره شده در یک پریود کامل، صفر خواهد بود. برای جریانهای DC:

$$W_c = \frac{1}{2} CV^2 \quad (5-1)$$

اگر از یک خازن، جریان سینوسی $i_c(t) = I_p \sin \omega t$ عبور کند، طبق رابطه (۳-۱) ولتاژ دو سر آن:

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int I_p \sin \omega t \cdot dt$$

بعبارت دیگر:

$$v_c(t) = \frac{I_p}{C\omega} \cdot \cos \omega t = \frac{I_p}{C\omega} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

خواهد بود. با مقایسه با یک ولتاژ سینوسی $v_c = V_p \sin(\omega t + \varphi)$ نتیجه میشود:

$$V_p = \frac{I_p}{C\omega}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad (6-1)$$

یعنی ولتاژ دو سر خازن نسبت به جریان گذرنده از آن 90° پس فاز^۱ (اختلاف فاز منفی)، تأخیر فاز دارد. دامنه ولتاژ متناسب با دامنه جریان و متناسب با عکس ظرفیت خازن و فرکانس

Lag¹

سیگنال است. در ضمن فرکانس جریان و ولتاژ یکسان است. از مقایسه دو رابطه (۱-۱) و

(۶-۱)

$$V_c = \frac{1}{C\omega} \cdot I_c, \quad V_R = R \cdot I_R$$

نتیجه می‌گیریم که خازن، برای ولتاژهای سینوسی، مانند یک مقاومت عمل میکند که مقدار آن وابسته به ظرفیت خازن و فرکانس ولتاژ است. ولی از آنجایی که بین ولتاژ و جریان اختلاف فاز وجود دارد و تلفاتی هم روی این مقاومت وجود ندارد، پس به آن یک مقاومت حقیقی نمی‌توان گفت؛ به همین دلیل به آن مقاومت ظاهری می‌گویند. البته چون هر نسبت ولتاژ به جریان یک مدار دو سر را، می‌توان مقاومت ظاهری نامید؛ در صورتی که فقط یک خازن داشته باشیم، به مقاومت ظاهری آن راکتانس^۱ خازنی گویند و آنرا با X_C نمایش میدهند. لذا خازن برای فرکانس های کم ($\omega \rightarrow 0$) مانند مدار باز^۲ ($X_C \rightarrow \infty$)، و برای فرکانس های زیاد ($\omega \rightarrow \infty$) مانند اتصال کوتاه^۳ ($X_C \rightarrow 0$) عمل میکند.

- سلف

سلف یک دو قطبی است که مشخصه $v-i$ آن از رابطه (۷-۱) بدست می‌آید:

$$v = L \frac{di}{dt}, \quad i = \frac{1}{L} \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt + I_1 \quad (۷-۱)$$

برای یک سلف ایده آل $L = const.$ مقدار^۴ آن می‌باشد.

Reactance¹
 O.C.: Open Circuit²
 S.C.: Short Circuit³
 Inductance، خودالقایی،⁴

سلف نیز جزو عناصر پسیو به حساب می‌آید ولی مصرف کننده انرژی نیست، بلکه انرژی را در میدان مغناطیسی خود ذخیره می‌سازد، یا انرژی ذخیره شده را به مدار باز می‌گرداند. میزان تغییرات انرژی سلف از رابطه (۸-۱) بدست می‌آید:

$$W_L = \int_{t_1}^{t_2} v_L \cdot i_L dt + W_o \quad (8-1)$$

برای جریانهای متناوب متقارن، انرژی ذخیره شده در یک نیم پریود، در نیم پریود بعد به مدار بر گردانیده میشود. لذا انرژی ذخیره شده در یک پریود کامل، صفر خواهد بود. برای جریانهای DC:

$$W_L = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_L^2 \quad (9-1)$$

سایر مطالبی که برای خازن (و مقاومت) گفته شد، برای سلف هم کم و بیش صادق است منجمله برای جریان سینوسی:

$$V_p = L\omega \cdot I_p, \quad \varphi = +\frac{\pi}{2} \quad (10-1)$$

یعنی ولتاژ دو سر سلف، نسبت به جریان گذرنده از آن 90° پیش فاز^۱ (اختلاف فاز مثبت، تقدم فاز) دارد. دامنه ولتاژ متناسب با دامنه جریان، ظرفیت سلف و فرکانس سیگنال است. به $X_L = L\omega$ راکتانس سلف گفته میشود.

سلف برای فرکانس کم ($\omega \rightarrow 0$) مانند اتصال کوتاه ($X_L \rightarrow 0$) و برای فرکانس های زیاد ($\omega \rightarrow \infty$) مانند مدار باز ($X_L \rightarrow \infty$) عمل میکند.

Lead¹

- منبع ولتاژ

یک منبع ولتاژ^۱ ایده‌آل، یک دو قطبی است که اختلاف پتانسیل دو سر آن همواره مقدار ثابتی باشد.

$$v = v_N = \text{const.} \quad (11-1)$$

به منبع ولتاژی که مقدار لحظه‌ای آن ثابت است (در یک محدوده زمانی، ثابت است) منبع

ولتاژ مستقیم^۲ (DC) گویند؛ مانند یک باتری (مثلاً $V = 12V$).

به منبع ولتاژی که مقدار لحظه‌ای آن دائماً در حال تغییر است - مانند یک ولتاژ

سینوسی - منبع ولتاژ متناوب^۳ (AC) گویند؛ (مثلاً ولتاژ برق شهر). توجه شود که برای مثال

یک منبع ولتاژ سینوسی با رابطه:

$$v(t) = 10V \sin\left(\frac{10^4}{s} \cdot t + \frac{\pi}{6}\right)$$

یک منبع ولتاژ ایده‌آل است، زیرا پارامترهای آن، یعنی: دامنه ($A = 10V = \text{const.}$),

فرکانس ($\omega = 10^4 \frac{\text{rad}}{s} = \text{const.}$) و فاز ($\phi = \frac{\pi}{6} = \text{const.}$) همگی ثابت هستند.

منابع ولتاژ می‌توانند وابسته^۴ باشند. در این صورت مدار معادل (مدل) آنها یک چهار

قطبی است. مقدار ولتاژ (خروجی) می‌تواند تابعی از ولتاژ یا جریان ورودی باشد. ضریب تبدیل

یک منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ^۵ را بهره ولتاژ^۶ نامند و آنرا با A_v (و گاهی μ) نمایش می‌دهند.

Voltage Source¹
DC: Direct Current²
AC: Alternating Current³
Controlled, Dependent⁴
VCVS: Voltage Controlled Voltage Source⁵
Voltage Gain⁶

ولتاژ ورودی، v_I (و در نتیجه ولتاژ خروجی، v_O) می‌تواند مقداری ثابت (DC) یا متناوب (AC) باشد بنا به تعریف:

$$A_v \equiv \frac{\partial v_O}{\partial v_I} \quad (12-1)$$

و کمیتی بدون واحد است. در یک VCVS ایده‌آل، جریان ورودی $i_I \equiv 0$ است.

ضریب تبدیل یک منبع ولتاژ وابسته به جریان^۱ را مقاومت تقابلی^۲ یا مقاومت انتقالی^۳

گویند و آنرا با R_m نمایش می‌دهند. جریان ورودی، i_I (و در نتیجه ولتاژ خروجی، v_O) می‌تواند DC یا AC باشد. بنا به تعریف:

$$R_m \equiv \frac{\partial v_O}{\partial i_I} \quad (13-1)$$

واحد R_m اهم^۴ بعبارت دیگر $\frac{V}{A}$ است. در یک CCVS ایده‌آل: $v_I \equiv 0$

- منبع جریان

یک منبع جریان^۵ ایده‌آل، یک دو قطبی است که جریان گذرنده از آن همواره مقداری ثابت است.

$$i = i_N = const. \quad (14-1)$$

سایر مطالبی که برای منبع ولتاژ ذکر شد، برای منبع جریان نیز صادق است. ضریب تبدیل

یک منبع جریان وابسته به ولتاژ^۱ را هدایت تقابلی^۲ یا هدایت انتقالی^۳ گویند و آنرا با G_m نمایش می‌دهند. بنا به تعریف:

¹ CCVS: Current Controlled Voltage Source
² Mutual Resistance
³ Transresistance
⁴ Ohm
⁵ Current Source

$$G_m \equiv \frac{\partial i_o}{\partial v_i} \quad (15-1)$$

واحد G_m ، زیمنس^۴ عبارت دیگر $\frac{A}{V}$ است. برای یک VCCS ایده‌آل: $i_i \equiv 0$.

ضریب تبدیل یک منبع جریان وابسته به جریان^۵ را بهره جریان^۶ گویند و آنرا با A_i (و

گاهی β) نمایش میدهند. بنا به تعریف:

$$A_i \equiv \frac{\partial i_o}{\partial i_i} \quad (16-1)$$

A_i کمیتی بدون واحد است. برای یک CCCS ایده‌آل: $v_i \equiv 0$.

تذکره ۱: برای ولتاژها (جریان‌ها، توان‌ها) متغیر چهار کمیت تعریف می‌شود:

مقدار لحظه‌ای^۷: وابستگی ولتاژ به زمان را بیان می‌کند؛ یعنی $v = f(t)$. مثلاً:

$$v(t) = V_p \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

دامنه^۸: بیشترین مقدار تغییرات را گویند. در مثال فوق دامنه برابر V_p است.

مقدار متوسط^۹: که در حقیقت مولفه DC سیگنال است، طبق رابطه (۱۷-۱) تعریف

می‌شود:

$$V_{avg} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt \quad (17-1)$$

این مقدار برای سیگنال‌های پریودیک متقارن در یک پریود برابر صفر است (چرا؟).

VCCS: Voltage Controlled Current Source¹
 Mutual Conductance²
 Transconductance³
 Siemens⁴
 CCCS: Current Controlled Current Source⁵
 Current Gain⁶
 Instantaneous Value⁷
 Amplitude⁸
 Average Value⁹

مقدار موثر^۱: طبق رابطه (۱۸-۱) تعریف می شود:

$$V_{eff} = V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} v^2(t) dt} \quad (18-1)$$

برای سیگنال های سینوسی $V_{eff} = \frac{V_P}{\sqrt{2}}$ (چرا؟).

تذکر ۲: در برنامه PSpice برای مشخص کردن عناصر فقط یک حرف به کار میرود. در

جدول ۱-۱ نحوه نمایش منابع وابسته ذکر شده است.

جدول ۱-۱ حروف مشخص کننده منابع وابسته

PSpice	کتاب های درسی	منبع
E	$A_v (\mu)$	VCVS
F	$A_i (\beta)$	CCCS
G	G_m	VCCS
H	R_m	CCVS

• دقت در محاسبات و اندازه گیری

بر خلاف مقادیر عددی ریاضی که بطور دلخواه می توان آنها را دقیق^۲ بدست آورد^۳، در دنیای واقعی

دقت تولید، و اندازه گیری محدود است. از آن جایی که مقدار واقعی را نمی دانیم چقدر است! (چرا؟)

مقدار اندازه گیری شده، معیار بررسی ها قرار می گیرد. طبیعتاً هر قدر دستگاه اندازه گیری دقیقتر و روش

اندازه گیری صحیحتر باشد، مقدار اندازه گیری شده به مقدار واقعی نزدیکتر خواهد بود. برای قضاوت

در مورد دقت مقدار اندازه گیری شده به عبارت دیگر قطعه تولید شده از مفاهیم زیر استفاده می شود:

¹ RMS: Root Mean Square, Effective Value
² دقت، Precision

³ مثلاً $\sqrt{2} = 1.41421356237$ و $\sqrt{4} = 2$ یعنی ۲ ممیز، تا بینهایت صفر! و یا عدد π را مثلاً می توان تا ۱۵۰ رقم اعشار بدست آورد یا ...

- مقدار نامی: بنا به تعریف، مقدار محاسبه شده برای ساخت یک عنصر را مقدار نامی^۱ آن کمیت گویند.

- خطای مطلق: در صورتی که خطای اندازه گیری قابل اغماض باشد (اندازه گیری ایده‌آل)، به اختلاف بین مقدار اندازه گیری شده یک کمیت (X_m) و مقدار نامی آن (X_n)، خطای مطلق^۲ (E_{abs}) گفته میشود. توجه شود که کمیت^۳ خطای مطلق همان کمیت مقدار نامی است.

$$E_{abs} = X_m - X_n \quad (19-1)$$

- خطای نسبی: میزان خطای مطلق نسبت به مقدار نامی را، خطای نسبی^۴ (E_{rel}) گویند. توجه شود که خطای نسبی کمیتی بدون واحد است که معمولاً آنرا برحسب % (در صد) بیان میکنند؛ یا برای دقتهای بالا به ppm^۵ می‌سنجند.

$$E_{rel} = \frac{E_{abs}}{X_n} = \frac{X_m - X_n}{X_n} \quad (20-1)$$

- تolerانس: از آن جایی که هنگام ساخت قطعات، معلوم است که به مقدار محاسبه شده نمی‌توان دست یافت، لذا از قبل محدوده‌ی خطای مجاز تولید را تعریف میکنند. به حداکثر خطای مجاز نسبی تولید، تolerانس^۶ گویند.

Nominal Value¹
 Absolute Error²
 Dimension³
 Relative Error⁴
 ppm: Parts Per Million (10^{-6})⁵
 Tol.: Tolerance⁶

- **انحراف معیار:** از آنجایی که به هنگام تولید تعداد زیادی قطعه^۱ با مقدار نامی یکسان، مقادیر واقعی یکسان نخواهند بود، بعبارت دیگر هنگام اندازه گیری یک کمیت - به دلیل خطا در اندازه گیری - مقدار واقعی مشخص نخواهد بود، برای حصول اطمینان بیشتر از مقادیر بدست آمده، از روابط آماری در تعیین مقدار یک کمیت استفاده میکنند. برای مثال اگر ولتاژ یک باتری را ده بار متوالی با یک ولت متر اندازه گیری کنیم، در حالت کلی، ده مقدار مختلف بدست خواهیم آورد. علت این امر وجود نویز، غیر ایده آل بودن ولت متر، ... است. یا اگر صد عدد مقاومت با مقادیر نامی برابر را اندازه گیری کنیم (حتی در شرایط ایده آل)، صد مقدار مختلف بدست خواهیم آورد! طبق اصول آمار و احتمالات، نزدیکترین مقدار به مقدار واقعی، میانگین^۲ مقادیر اندازه گیری شده است.

$$Avg (X) = X_{av} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (21-1)$$

هر قدر مقادیر اندازه گیری شده به هم نزدیکتر باشند، بعبارت دیگر تغییرات مقادیر نسبت به یکدیگر کمتر باشد، دقت بیشتر است. یکی از مفاهیمی که برای بیان این منظور به کار می رود واریانس^۳ نام دارد، که طبق رابطه (۲۲-۱) تعریف می شود.

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{av})^2}{(n-1)} \quad (22-1)$$

در عمل، اکثراً از جذر واریانس استفاده میکنند، که به آن **انحراف معیار**^۴ گویند.

¹ عنصر، المان، Element, Component

² Avg: Average

³ Variance

⁴ Standard Deviation

$$s = \sqrt{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{av})^2}{(n-1)}} \quad (23-1)$$

- تخمین خطا و تقریب در محاسبات: این مطلب درست است که در محاسبات می توان به

هر دقت مطلوب دست یافت، ولی این امر اولاً هزینه بر است (مالی و زمانی)، ثانیاً غیر

ضروری. برای مثال اگر دو عدد مقاومت $R_1 = 6k \Omega$ و $R_2 = 7k \Omega$ را باهم موازی کنیم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 3.2307692307 \dots k \Omega$$

محاسبه می شود. این مقدار با یک دقت بسیار بالایی (خطای بسیار کمی) بدست آمده است

($|E_{abs}| < 0.1 \mu\Omega$ ، $|E_{rel}| < 3 \cdot 10^{-11}$ (چرا؟)). در عمل محاسبه با چنین دقت هایی بی

معنی است؛ زیرا همان طور که میدانیم، در دنیای واقعی مقاومت ها دارای تolerانس هستند.

اگر فرض کنیم تolerانس مقاومت های استفاده شده $Tol. = \pm 10\%$ باشد، در بدترین حالت:

$$R_{eq} = 2.9076923 \dots \dots 3.5538461 \dots k \Omega$$

خواهد بود (چرا؟). بنابراین اگر $R_{eq} \approx 3.2k \Omega$ در نظر گرفته شود مقدار معقولی خواهد

بود. به همین ترتیب اگر $Tol. = \pm 1\%$ باشد، محاسبه $R_{eq} \approx 3.23k \Omega$ قابل قبول است.

به عنوان مثالی دیگر، فرض کنیم دو مقاومت $R_1 = 1k \Omega$ و $R_2 = 1M \Omega$ را باهم به

صورت سری یا موازی ببندیم؛ در این صورت:

$$R_s = R_1 + R_2 = 1.001M \Omega, \quad R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 0.999000999 \dots k \Omega$$

حال اگر تolerانس مقاومت‌ها $Tol. = \pm 0.1\%$ باشد، $R_p = 0.999k \Omega$ و $R_s = 1.001M \Omega$ باید در نظر گرفته شوند. در صورتی که اگر تolerانس مقاومت‌ها $Tol. = \pm 10\%$ یا حتی $Tol. = \pm 1\%$ باشد:

$$R_s = R_1 + R_2 = 1.001M \Omega \approx 1M \Omega = R_2 \quad \Rightarrow \quad R_s \approx R_2$$

و:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 0.999k \Omega \approx 1k \Omega = R_1 \quad \Rightarrow \quad R_p \approx R_1$$

از مثال‌های فوق نتیجه می‌گیریم که محاسبات فقط تا حد لازم (و معقول) باید دقیق انجام شوند. این "حد لازم" توسط مقدار و تolerانس عناصر بعبارت دیگر نسبت اثر گذاری عناصر در مدار، مشخص می‌شود. اگر دو مقاومت با هم سری باشند، میزان تأثیر مقاومت بزرگتر، در مدار بیشتر است. لذا اگر مقدار مقاومتی "خیلی" بزرگتر از مقاومت دیگر باشد، از اثر مقاومت کوچکتر می‌توان صرف‌نظر کرد. هم‌چنین اگر دو مقاومت با هم موازی باشند، میزان تأثیر مقاومت کوچکتر، در مدار بیشتر است. لذا اگر مقدار مقاومتی "خیلی" بزرگتر از مقاومت دیگر باشد، از اثر آن می‌توان صرف‌نظر کرد. بنابراین با توجه به مقدار المان‌های به کار رفته، دقت آنها و نحوه استفاده آنها در مدار، قبل از حل شبکه (معادلات مربوطه)، می‌توان حدود جواب را "تخمین" زده، دقت لازم برای محاسبات را مشخص نمود. در صورتی که ظرفیت عنصری در دقت محاسبات تأثیر قابل توجهی نداشته باشد، آن المان از مدار حذف می‌شود. در مثال فوق بجای سری کردن دو مقاومت، فقط مقاومت R_2 و بجای موازی کردن دو مقاومت، فقط مقاومت R_1 در نظر گرفته شده است. ممکن است این سوال

پیش آید که: محاسبه دو مقاومت سری یا موازی که مسئله پیچیده ای نیست؛ پس چرا باید فکر کرد، تخمین زد و یکی از مقاومت‌ها را حذف نمود؟ در جواب باید گفت که:

اولاً: فکر کردن همیشه خوبست! یک مهندس، ماشین حساب نیست که فقط محاسبات را انجام دهد. یک کامپیوتر از سریعترین آدم هم سریعتر و هم دقیقتر محاسبه میکند. برتری انسان بر ماشین، فکر کردنش است! فکر کردن باعث می‌شود تا مدار یا سیستم را بهتر بشناسیم. اگر از قبل بتوانیم حدود جواب را تخمین بزنیم، اگر پس از محاسبه به جواب دور از انتظار برسیم، نتیجه می‌گیریم که باید جایی در محاسبات اشتباه کرده باشیم.

ثانیاً: مدارها همواره مانند مثال فوق ساده نیستند. اگر در شبکه ای ده عنصر وجود داشته باشد، در حالت کلی حل آن شبکه از روش‌های تحلیلی و بصورت دستی بسیار مشکل یا حتی عملاً غیر ممکن است، در صورتیکه در مدارهای واقعی اکثراً از اثر خیلی از عناصر در مقابل بعضی از آنها می‌توان صرف‌نظر کرده مشخصات خواسته شده مدار را با تقریب خوب بدست آورد. مثلاً ممکن است با حذف المان‌های کم اثر گذار در مدار، از یک دستگاه ۸ معادله، ۸ مجهولی به یک دستگاه ۳ معادله، ۳ مجهولی دست یافت. طبیعتاً حل این دستگاه ساده‌تر و امکان خطای محاسباتی بسیار کمتر است. پس از بدست آوردن جواب‌های تقریبی، در صورت نیاز به دقت‌های بالاتر، می‌توان از برنامه‌های شبیه‌ساز (مانند PSpice) استفاده کرد.

۳-۱ تحلیل شبکه های الکتریکی

هر گاه پایه‌های حداقل دو المان الکتریکی به یک دیگر وصل شوند، به آن ترکیب، یک مدار الکتریکی^۱ گویند. محل اتصال پایه‌ها، گره^۲ نامیده می‌شود. اگر چند عنصر به طوری به هم وصل شوند، که تشکیل یک مسیر بسته را دهند، به آن مسیر، یک حلقه^۳ گویند. اگر در فاصله بین دو نقطه مجاور در یک مدار، مسیر جریان قطع باشد، گویند مدار باز^۴ است. اگر در فاصله بین دو نقطه مجاور در یک مدار، المانی وجود نداشته، آن دو مستقیماً به یک دیگر وصل باشند، گویند مدار اتصال کوتاه^۵ شده است. گاهی اوقات به مدارهای مفصلتر، شبکه های^۶ الکتریکی گفته می‌شود. هدف از حل شبکه های الکتریکی، بدست آوردن ولتاژها و جریان‌های آن شبکه است. به قضایا و قوانین مداری که بکمک آنها می‌توان مدارهای الکتریکی را تحلیل کرد، قضایای شبکه^۷ گویند؛ که در این بخش به معرفی برخی از آنها می‌پردازیم.

۱-۳-۱ قانون اهم

در سال ۱۸۲۷ میلادی گئورگ زیمون اهم^۸ کتابی^۹ منتشر کرد [1] که در آن ثابت شده بود که رابطه بین ولتاژ دو سر یک هادی با جریان گذرنده از آن یک رابطه خطی است.

$$v = \frac{\rho \cdot l}{A} i = R \cdot i \quad (۲۴-۱)$$

¹ Electric Circuit

² Node

³ Mesh

⁴ Open-Circuit

⁵ Short-Circuit

⁶ (Electric) Networks

⁷ Network Theorems

⁸ Georg Simon Ohm (۱۷۸۹-۱۸۵۴) استاد دانشگاه مونیخ

⁹ The Galvanic Circuit Investigated Mathematically

در این رابطه l طول هادی، A سطح مقطع آن و ρ یک ضریب است که در دمای ثابت برای جنس مشخص هادی، مقداری ثابت می‌باشد. اهم ضریب تناسب را مقاومت^۱ هادی نامید. بعدها به افتخار این دانشمند، این رابطه را *قانون اهم*^۲ نامیدند.

بعدها این قانون را برای سایر عناصر (غیرخطی در ناحیه خطی شده (مثلاً مقاومت دینامیکی دیود^۳، خازن، سلف، ...)) تعمیم دادند. برای مثال می‌توان برای جریان‌های سینوسی قانون اهم را به صورت رابطه (۲۵-۱) بیان کرد:

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} \quad (25-1)$$

که در این رابطه Z امپدانس^۴ المان دو سر (در حالت کلی ترکیبی از R ، C و L)، \mathbf{V} فازور^۵ ولتاژ و \mathbf{I} فازور جریان نام دارد. امپدانس را به صورت اعداد مختلط^۶ و به فرم کارتیزین^۷ $Z = x + jy$ یا قطبی^۸ $Z = \rho \cdot e^{j\varphi}$ نمایش می‌دهند؛ که j واحد موهومی^۹، ρ دامنه، قدرمطلق یا مقدار^{۱۰} و φ فاز یا زاویه^{۱۱} می‌باشند. رابطه بین این مقادیر طبق:

$$\rho = |Z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (26-1 \text{ الف})$$

$$\varphi = \angle Z = \arctan \frac{y}{x} \quad (26-1 \text{ ب})$$

بیان می‌شود.

Resistance¹
 Ohm's Law²
 ر. ک. به شکل ۱-۶۱ یا درس مدارهای آنالوگ³
 مقاومت ظاهری، Impedance⁴
 Phasor⁵
 Complex Numbers⁶
 Cartesian⁷
 Polar⁸
 Imaginary Unit⁹
 Magnitude¹⁰
 Angel¹¹

در بخش ۱-۲ دیدیم که برای یک خازن:

$$V_p = \frac{I_p}{C\omega}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad (6-1)$$

با مقایسه با رابطه (۱-۲۵) نتیجه می‌گیریم:

$$\mathbf{V}_C = Z_C \cdot \mathbf{I}_C, \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -\frac{\pi}{2} \quad (27-1)$$

چنان که ملاحظه می‌شود، امپدانس خازن فقط دارای مؤلفه موهومی است (مؤلفه حقیقی آن صفر است).

به همین دلیل به "امپدانس" خازن، راکتانس^۱ خازن گویند و آن را با X_C نمایش می‌دهند.

به همین ترتیب برای یک سلف از:

$$V_p = L\omega \cdot I_p, \quad \varphi = +\frac{\pi}{2} \quad (10-1)$$

و با مقایسه با رابطه (۱-۲۵) نتیجه می‌گیریم:

$$\mathbf{V}_L = Z_L \cdot \mathbf{I}_L, \quad Z_L = j\omega L = \omega L \angle \frac{\pi}{2} \quad (28-1)$$

چنان که ملاحظه می‌شود، امپدانس سلف نیز فقط دارای مؤلفه موهومی است (مؤلفه حقیقی آن صفر

است). به همین دلیل به "امپدانس" سلف، راکتانس سلف گویند و آن را با X_L نمایش می‌دهند.

با مقایسه دو رابطه (۱-۱) و (۱-۲۵) برای جریان سینوسی گذرنده از یک مقاومت:

$$V_p = R \cdot I_p, \quad \mathbf{V}_R = Z_R \cdot \mathbf{I}_R \Rightarrow Z_R = R = R \angle 0 \quad (29-1)$$

نتیجه می‌گیریم که امپدانس مقاومت فقط دارای مؤلفه حقیقی است (مؤلفه موهومی آن صفر است). به

همین دلیل به "امپدانس" مقاومت، رزیستانس^۲ گویند و آن را با R نمایش می‌دهند.

Reactance¹
Resistance²

۱-۳-۲ قوانین کیرشهف

در سال ۱۸۴۵ گوستاو روبرت کیرشهف^۱، در زمانی که هنوز دانشجو بود، در قالب یک سمینار درسی دو قانون در مورد مدارهای الکتریکی مطرح کرد، که بعداً به عنوان تز دکترای خود از آن دفاع نمود. این قوانین بعدها به افتخار او قوانین کیرشهف^۲ نامیده شدند^۳ [2, 3].

- **قانون جریان:** مجموع جریان‌های وارد شده به یک گره برابر است با مجموع جریان‌های خارج شده از آن گره. در این درس این قانون "KCL"^۴ نامیده می‌شود. در کتب و مقالات این قانون به نامهای دیگری نیز شناخته می‌شود.^۵

$$KCL: \sum_{k=1}^n I_k = 0, \quad n, k \in \mathbf{N} \quad (30-1)$$

- **قانون ولتاژ:** مجموعه ولتاژهای یک حلقه صفر است. در این درس این قانون "KVL"^۶ نامیده می‌شود. در کتب و مقالات این قانون به نامهای دیگری نیز شناخته می‌شود.^۷

$$KVL: \sum_{k=1}^n V_k = 0, \quad n, k \in \mathbf{N} \quad (31-1)$$

قوانین فوق برای جریانهای DC بیان شده بودند؛ که بعداً برای جریانهای AC نیز مورد استفاده گرفتند. این روابط برای سیستم‌های خطی و غیر خطی نیز صادقند. محدودیت این قوانین فقط توسط قانون ماکسول تعیین می‌شود، به عبارت دیگر این روابط تا زمانی که طول ابعاد مدار و المانهای آن در مقایسه با طول موج سیگنال خیلی کوچک هستند، قابل استفاده می‌باشند.

¹ Gustav Robert Kirchhoff

² Kirchhoff's Circuit Laws

³ کیرشهف، علاوه بر دو قانون الکتریکی فوق، سه قانون هم در زمینه اسپکتروسکوپی دارد. وی در سال ۱۸۶۱ سزیوم و روبیدیوم را با همکاری

روبرت بونزن کشف کرد.

⁴ KCL: Kirchhoff's Current Law

⁵ Kirchhoff's first law, Kirchhoff's point rule, Kirchhoff's junction rule, and Kirchhoff's first rule.

⁶ KVL: Kirchhoff's Voltage Law

⁷ Kirchhoff's second law, Kirchhoff's loop (or mesh) rule, and Kirchhoff's second rule

۱-۳-۳ قضیه تونن

در سال ۱۸۸۳ لئون شارل تونن^۱، با مطالعه قوانین اهم و کیرشهف قضیه معروف^۲ خود را [4] چنین

بیان نمود:

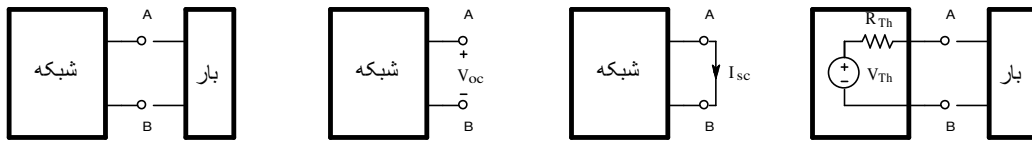
بین دو نقطه از هر شبکه خطی؛ که شامل مقاومت، منابع ولتاژ و جریان DC باشد؛ میتوان مدار معادلی در نظر گرفت، که از یک منبع ولتاژ ایده‌آل و یک مقاومت سری با آن تشکیل شده است. بعدها این قضیه چنین تکمیل شد: چنان که مدار شامل منابع AC باشد؛ در صورتی که تمام منابع، سینوسی با فرکانس یکسان باشند، مدار معادل از یک منبع ولتاژ با همان فرکانس، سری با یک امپدانس تشکیل می‌شود.

باید توجه شود که مدار معادل تونن از دید یک بار خارجی که به آن وصل می‌شود، با مدار اصلی معادل است. ولی در حال کلی دلیلی ندارد که کلیه خواص این دو مدار با هم یکسان باشند. بار خارجی می‌تواند شامل عناصر خطی یا غیر خطی، مصرف کننده، ذخیره کننده یا تولید کننده انرژی، یا هر ترکیب دلخواه دیگری باشد.

بدست آوردن ولتاژ تونن و مقاومت تونن، در حالت کلی در دو مرحله انجام می‌شود (شکل ۱-۳)؛ اول نسبت به دو نقطه مطلوب، مدار را باز در نظر گرفته ولتاژ را بدست می‌آورند (V_{oc})؛ سپس آن دو نقطه را اتصال کوتاه کرده جریان را بدست می‌آورند (I_{sc}). مقادیر ولتاژ و مقاومت طبق رابطه (۱-۳۲) بدست می‌آید.

$$V_{Th} = V_{oc} \quad R_{Th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} \quad (۱-۳۲)$$

¹ Léon Charles Thévenin
² Thévenin's Theorem



شکل ۳-۱ نحوه بدست آوردن ولتاژ و مقاومت تونن

۳-۱-۴ قضیه نورتن

در سال ۱۹۲۶ به طور همزمان و مستقل از یکدیگر، قضیه زیر که قضیه نورتن^۱ نامیده می‌شود، توسط هانس فردیناند مایر^۲ و ادوارد لاورن نورتن^۳ بیان شد [5].

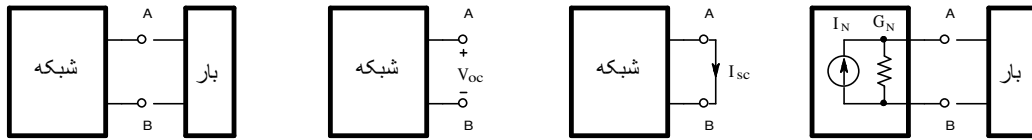
بین دو نقطه از هر شبکه خطی؛ که شامل مقاومت، منابع ولتاژ و جریان DC باشد؛ میتوان مدار معادلی را در نظر گرفت، که از یک منبع جریان ایده‌آل و یک مقاومت موازی با آن تشکیل شده است. بعدها این قضیه چنین تکمیل شد: چنان که مدار شامل منابع AC باشد؛ در صورتی که تمام منابع، سینوسی با فرکانس یکسان باشند، مدار معادل از یک منبع جریان با همان فرکانس، موازی با یک امپدانس تشکیل می‌شود.

باید توجه شود که مدار معادل نورتن از دید یک بار خارجی که به آن وصل می‌شود، با مدار اصلی معادل است. ولی در حال کلی دلیلی ندارد که کلیه خواص این دو مدار با هم یکسان باشند. بار خارجی می‌تواند شامل عناصر خطی یا غیر خطی، مصرف کننده، ذخیره کننده یا تولید کننده انرژی، یا هر ترکیب دلخواه دیگری باشد.

بدست آوردن جریان و مقاومت نورتن، در حالت کلی در دو مرحله انجام می‌شود (شکل ۳-۱)؛ اول نسبت به دو نقطه مطلوب، مدار را باز در نظر گرفته ولتاژ را بدست می‌آورند (V_{OC})؛ سپس آن دو

¹ Norton's Theorem
² Hans Ferdinand Mayer
³ Edward Lawry Norton

نقطه را اتصال کوتاه کرده جریان را بدست می‌آورند (I_{sc}). مقادیر ولتاژ و مقاومت طبق رابطه (۳۳-۱) بدست می‌آید.



شکل ۴-۱ نحوه بدست آوردن ولتاژ و مقاومت نورتن

$$I_N = I_{sc} \quad G_N = \frac{I_{sc}}{V_{oc}} \quad (R_N = \frac{V_{oc}}{I_{sc}}) \quad (۳۳-۱)$$

چنان که ملاحظه می‌شود؛ قضیه نورتن همان قضیه تونن است، که در آن منبع جریان جانشین منبع

ولتاژ شده است. از روابط (۳۲-۱) و (۳۳-۱) نتیجه می‌شود:

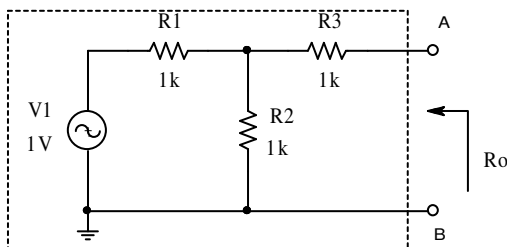
$$R_N = R_{Th} \quad I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} \quad V_{Th} = R_N \cdot I_N \quad (۳۴-۱)$$

در صورتی که در شبکه منابع وابسته وجود نداشته باشد، گاهی وقت‌ها ساده‌تر است که بجای

بدست آوردن ولتاژ مدار باز و جریان اتصال کوتاه، تمام منابع را صفر کرده مقاومت معادل مدار را

بدست آورد. منظور از صفر کردن منابع، یعنی این که منابع ولتاژ را با اتصال کوتاه و منابع جریان را با

اتصال باز جانشین نمود.



شکل ۵-۱ مدار مثال ۱-۱

مثال ۱-۱ مقاومت خروجی مدار شکل ۵-۱

را بدست آورید.

حل: منظور از مقاومت خروجی مقاومت

معادل تونن (نورتن) از دید درگاه خروجی (در این مثال مقاومت دیده شده بین دو پایه A و B) است. در این حالت ولتاژ مدار باز برابر است با:

$$v_{oc} = V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 1 \cdot \frac{1}{1+1} = 1/2V$$

و جریان اتصال کوتاه عبارت است از:

$$i_{sc} = \frac{V_1}{R_1 + (R_2 \parallel R_3)} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{1}{1+0.5} \cdot \frac{1}{2} = 1/6mA$$

در نتیجه:

$$R_o \equiv R_{Th} \equiv \frac{v_{oc}}{i_{sc}} = \frac{1/2}{1/6} = 1.5k\Omega$$

تذکر: برای سادگی در نوشتن روابط از ذکر واحدها صرفنظر شده است. ولی باید دقت کرد که

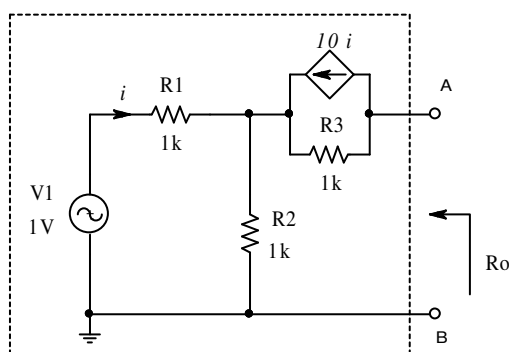
واحدها بر حسب: V ، mA و $k\Omega$ در نظر گرفته شده اند.

چنان که ملاحظه می شود، با وجود این که این مدار بسیار ساده بوده و فقط شامل یک منبع است،

راه حل نسبتاً طولانی و وقت گیر می باشد. در صورتی که اگر منابع را صفر کنیم (در این مدار فقط یک

منبع ولتاژ، که اتصال کوتاه در نظر گرفته می شود)، مقاومت معادل برابر است با:

$$R_o \equiv R_{Th} \equiv R_{eq} = R_3 + (R_1 \parallel R_2) = 1.5k\Omega$$



شکل ۶-۱ مدار مثال ۲-۱

مثال ۲-۱ مقاومت خروجی مدار شکل ۶-۱

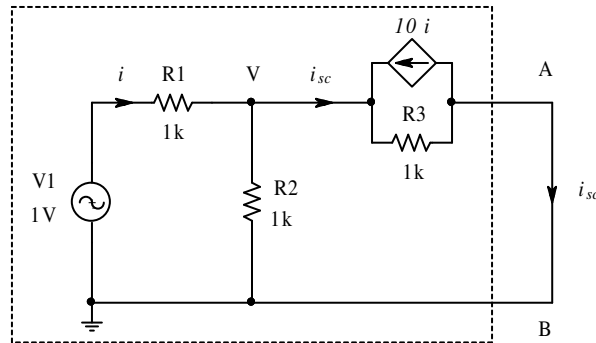
را بدست آورید.

حل: در این مدار:

$$i = \frac{V_1}{R_1 + R_2} = 0.5 \text{ mA}$$

$$v_{oc} = V_1 - i \cdot R_1 - 10i \cdot R_3 = -4.5 \text{ V}$$

برای محاسبه جریان اتصال کوتاه با توجه به شکل ۷-۱ داریم:



شکل ۷-۱ نحوه محاسبه جریان اتصال کوتاه برای مدار مثال ۲-۱

$$\begin{cases} \frac{V - V_1}{R_1} + \frac{V}{R_2} + i_{sc} = 0 \\ V = (i_{sc} + 10 \cdot i) \cdot R_3 \\ i = \frac{V_1 - V}{R_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{V - 1}{1} + \frac{V}{1} + i_{sc} = 0 \\ V = (i_{sc} + 10 \cdot i) \cdot 1 \\ i = \frac{1 - V}{1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2V + i_{sc} = 1 \\ V - i_{sc} - 10 \cdot i = 0 \\ V + i = 1 \end{cases}$$

و از حل دستگاه سه معادله - سه مجهولی فوق $i_{sc} = -9/13 \text{ mA}$ و از آن جا:

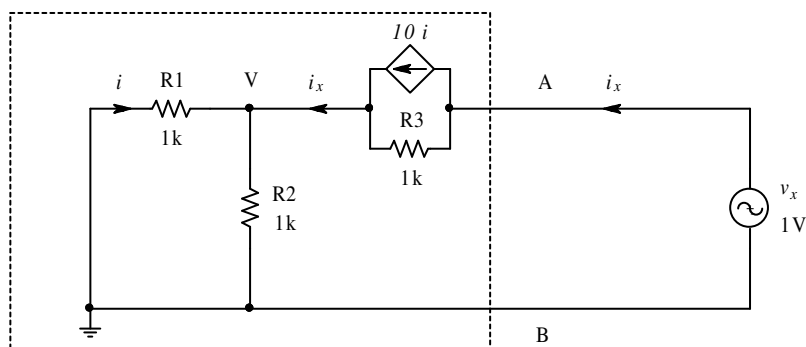
$$R_o \equiv R_{Th} \equiv \frac{v_{oc}}{i_{sc}} = \frac{-9/2}{-9/13} = 6.5 \text{ k}\Omega$$

بدست می آید.

تذکر ۱: در این مدار نمی توان از مقاومت معادل استفاده کرد، زیرا شامل منبع وابسته است!

$$R_o \equiv R_{Th} \equiv R_{eq} = R_3 + (R_1 \parallel R_2) = 1.5 \text{ k}\Omega \neq 6.5 \text{ k}\Omega$$

تذکر ۲: برای محاسبه مقاومت خروجی در مدارهایی که شامل منابع وابسته هستند، روش دیگری وجود دارد که اغلب ساده‌تر از روش فوق است. در این روش نیز کلیه منابع مستقل را صفر میکنند. در خروجی یک منبع ولتاژ یا منبع جریان مستقل را قرار داده، نسبت ولتاژ به جریان را محاسبه میکنند. در شکل ۸-۱ نحوه استفاده از این روش نمایش داده شده است.



شکل ۸-۱ نحوه محاسبه مقاومت خروجی با استفاده از منبع خارجی برای مدار مثال ۲-۱

$$\begin{cases} v_x = (i_x - 10i)R_3 + i_x (R_1 \parallel R_2) \\ i = -i_x \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \end{cases} \Rightarrow v_x = \left[\left(1 + 10 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) R_3 + (R_1 \parallel R_2) \right] i_x = 6.5i_x$$

و در نتیجه:

$$R_o \equiv R_{Th} \equiv \frac{v_x}{i_x} = 6.5k \Omega$$

۱-۳-۵ اصل جمع آثار

همانطور که اشاره شد، برای تحلیل کلیه شبکه های الکتریکی، قوانین اهم و کیرشهف کفایت میکنند. قوانین دیگر مداری به نحوی برگرفته از قوانین فوق بوده در شرایط خاص ممکن است باعث

ساده‌تر شدن تحلیل مدار شوند. طبیعتاً این قوانین محدودیت‌هایی دارند که نمی‌توان در تمام موارد از آنها استفاده کرد. یکی از این قوانین، اصل جمع آثار¹ است که به صورت زیر بیان می‌شود:

پاسخ یک سیستم خطی به چند تحریک، برابر است با حاصل جمع پاسخهای سیستم به تک تک تحریک‌ها. بنابراین برای بدست آوردن ولتاژ یک گره یا جریان یک شاخه در یک شبکه که شامل چند منبع است، بدین طریق عمل می‌شود: همه منابع بجز یکی را صفر کرده، جواب را برای این منبع بدست می‌آوریم. سپس بار دیگر مدار را برای منبع دوم حل می‌کنیم. این عمل آنقدر تکرار می‌شود، تا اثر کلیه منابع بر روی مدار بدست آید. جواب مسئله عبارت است از مجموع جواب‌های حاصله.

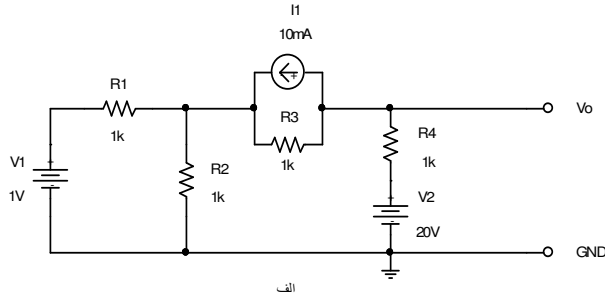
تذکر: در صورتی که مدار شامل منابع وابسته باشد، آنها را باید همزمان با منابع مستقلی که به آن وابسته هستند، در نظر بگیریم. یعنی این که: نمی‌توان آنها را فعال در نظر گرفت، در صورتی که منبع اصلی صفر است؛ یا هنگامی که میخواهیم پاسخ مدار را نسبت به یک منبع مستقل بدست آوریم، نمی‌توان آن منبع وابسته را صفر کرد.

مثال ۱-۳ در مدار شکل ۱-۹ الف؛ V_o را با استفاده از قضیه جمع آثار محاسبه کنید.

حل: مدار شامل سه منبع غیر وابسته است، لذا ولتاژ خروجی از مجموع سه مؤلفه V_o' ، V_o'' و V_o''' حاصل می‌شود. در شکل ۱-۹ ب، مؤلفه مدار که بکمک آن اثر منبع V_1 بررسی می‌شود، نشان داده شده است. در این شکل دو منبع دیگر صفر شده اند، یعنی I_1 با یک مدار باز و V_2 با یک اتصال کوتاه جانشین شده اند. بنابراین مدار به صورت ساده‌ای، که شامل فقط یک منبع و چند مقاومت است در می

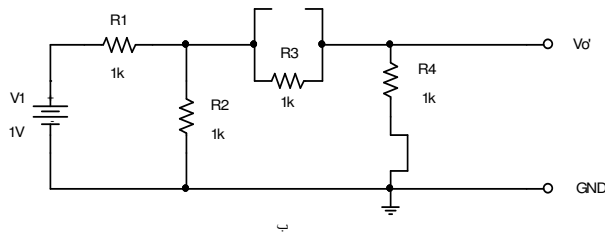
¹ جمع اثرها، سوپر پوزیسیون، Superposition

آید. مقاومت‌های دیده شده از سوی $R1$ را به صورت یک مقاومت معادل (R') در نظر گرفته و بکمک تقسیم ولتاژ بین این دو مقاومت، مؤلفه ولتاژ خروجی متأثر از این منبع: $V'_o = 0.2V$ بدست می‌آید.



$$V_o = V'_o + V''_o + V'''_o$$

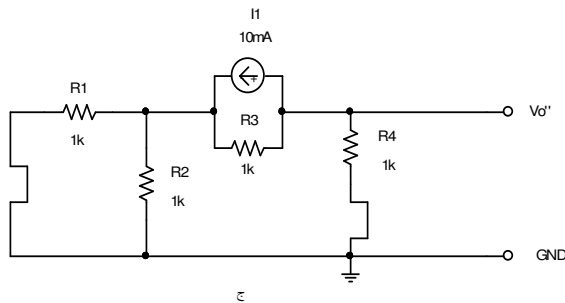
=



$$R' = R2 \parallel (R3 + R4) = \frac{2}{3} k\Omega$$

$$V'_o = \frac{R'}{R + R1} \cdot V1 \cdot \frac{R4}{R4 + R3} = 0.2V$$

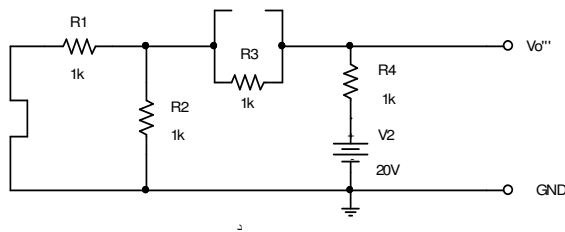
+



$$R'' = (R1 \parallel R2) + R4 = 1.5k\Omega$$

$$V''_o = I1 \cdot \frac{R3}{R3 + R''} \cdot R4 = -4V$$

+



$$R''' = R3 + (R1 \parallel R2) = 1.5k\Omega$$

$$V'''_o = \frac{R'''}{R''' + R4} \cdot V2 = 12V$$

شکل ۹-۱ نحوه حل شبکه بکمک قضیه جمع آثار: الف- مدار مثال ۱-۳، ب- مؤلفه مدار به تحریک $V1$ ، ج- مؤلفه مدار به تحریک $I1$ و د- مؤلفه مدار به تحریک $V2$

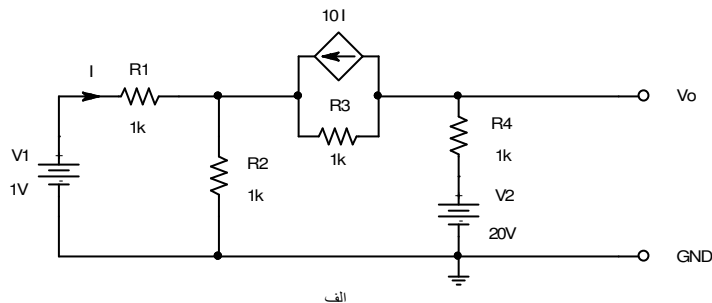
به همین نحو در شکل ۹-۱ ج، فقط $I1$ مؤثر بوده $V1$ و $V2$ با اتصال کوتاه جانشین شده اند.

بکمک در نظر گرفتن مقاومت معادل و استفاده از رابطه تقسیم جریان، $V_o'' = -4V$ بدست می آید.

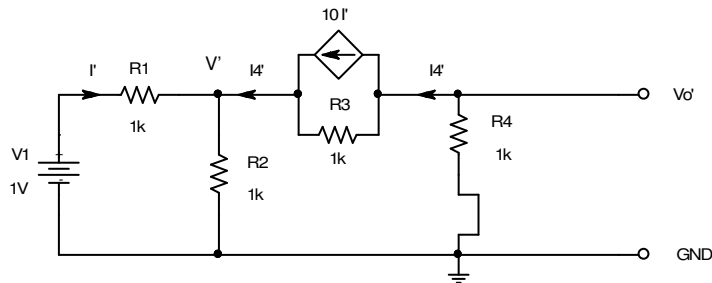
بالاخره از شکل ۹-۱ د پاسخ به $V2$ محاسبه میشود ($V_o''' = 12V$). در نتیجه:

$$V2V_o = V_o' + V_o'' + V_o''' = 0.2V - 4V + 12V = 8.2V$$

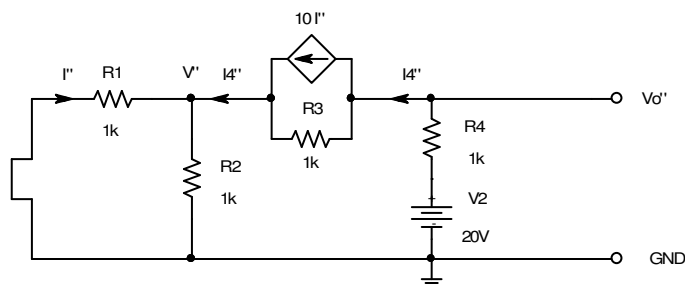
مثال ۴-۱ در مدار شکل ۱۰-۱ الف؛ V_o را با استفاده از قضیه جمع آثار محاسبه کنید.



الف



ب



ج

شکل ۱۰-۱ نحوه حل شبکه شامل منبع وابسته، بکمک قضیه جمع آثار: الف- مدار مثال ۴-۱،

ب- مؤلفه مدار به تحریک $V1$ ، ج- مؤلفه مدار به تحریک $V2$

حل: مدار شامل سه منبع - دو منبع مستقل و یک منبع وابسته - است. در شکل ۱۰-۱ ب، اثر V_1

بر روی مدار بررسی می‌شود؛ لذا $V_2 = 0$ قرار داده میشود. در این حالت چون $I' \neq 0$ ، لذا نمی‌توان منبع

جریان را صفر کرد، زیرا: $I_{Current Source} = 10 \times I' \neq 0$ و در نتیجه:

$$\begin{cases} I' = \frac{V_1 - V'}{R_1} \\ I' + I_4 - \frac{V_1}{R_2} = 0 \\ V' + (I_4 - 10 \cdot I') \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V' = 1 - I' \\ 2I' + I_4 = 1 \\ 11I' - 2I_4 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I' = 0.2mA \\ I_4 = 0.6mA \end{cases}$$

$$V_o' = -I_4 R_4 = -0.6V$$

به همین ترتیب اثر V_2 بر روی مدار، بکمک شکل ۱۰-۱ ج محاسبه می‌شود.

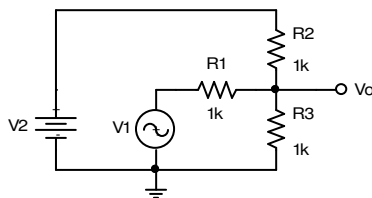
$$\begin{cases} V_2 - I_4'' R_4 - (I_4'' - 10I'') R_3 - I_4'' (R_1 \parallel R_2) = 0 \\ I'' = -I_4'' \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} I_4'' - 10I'' = 20 \\ I'' = -\frac{1}{2} I_4'' \end{cases} \Rightarrow I_4'' = 2.67mA$$

$$V_o'' = V_2 - I_4'' R_4 = 17.33V$$

$$V_o = V_o' + V_o'' = -0.6V + 17.33V = 16.73V$$

بنابراین:

مثال ۵-۱ در مدار شکل ۱۱-۱ ولتاژ خروجی $v_o(t)$ را با



شکل ۱۱-۱ مدار مثال ۵-۱

فرض $v_1(t) = 6V \sin(1000t)$ و $V_2 = 15V$ بدست آورید.

حل: چون این مدار ساده است، به صورت ذهنی و بدون

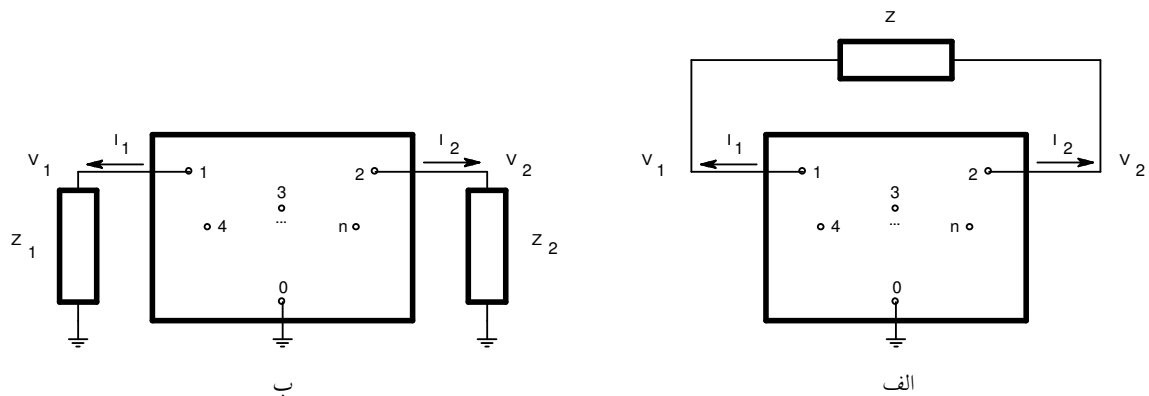
رسم شکل های مراحل مختلف، روابط نوشته می‌شوند

$$V_o = \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + (R_2 \parallel R_3)} \cdot V_1 + \frac{R_1 \parallel R_3}{R_2 + (R_1 \parallel R_3)} \cdot V_2 = \frac{1}{3} \cdot (V_1 + V_2) = (2 \sin(1000t) + 5) V$$

۱-۳-۶ قضیه میلر

در سال ۱۹۱۹ یا ۱۹۲۰ جان میلر^۱ در مقاله‌ای قضیه زیر را مطرح کرد، که بنام او "قضیه میلر" نامیده می‌شود [6].

هرگاه در یک شبکه چند سر - که یک سر آن زمین شده باشد - یک امپدانس بین دو سر از آن شبکه قرار داشته باشد، می‌توان بجای آن امپدانس دو امپدانس بین هر کدام از سرها و زمین قرار داد. در صورتی که نسبت ولتاژهای بین دو سر و زمین معلوم باشد، مقدار امپدانس‌ها را می‌توان از رابطه (۱-۳۵) بدست آورد. (شکل ۱-۱۲)



شکل ۱-۱۲ توضیح قضیه میلر: الف- امپدانس شناور بین دو گره ۱ و ۲
ب- تجزیه آن به دو امپدانس بین گره ۱ و زمین؛ و گره ۲ و زمین

$$K = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow Z_1 = \frac{Z}{1-K}, \quad Z_2 = \frac{K \cdot Z}{K-1} \quad (35-1)$$

اثبات قضیه میلر: از شکل ۱-۱۲ الف:

$$Z = \frac{V_1 - V_2}{I_1}, \quad I_2 = -I_1 \quad (36-1)$$

¹ John M. Miller

و از شکل ۱۲-۱ ب:

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1}, \quad Z_2 = \frac{V_2}{I_2} \quad (37-1)$$

با جانشینی (۳۷-۱) در (۳۶-۱):

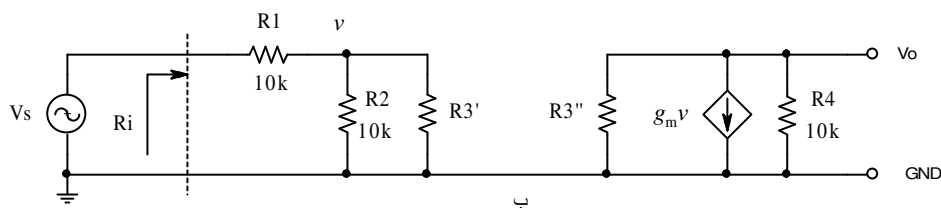
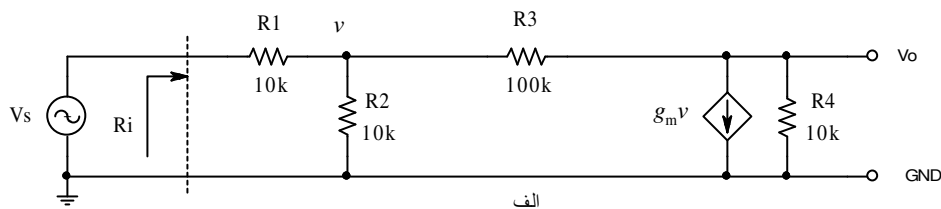
$$Z = \frac{V_1 - V_2}{I_1} = \frac{V_1 - K \cdot V_1}{I_1} = Z_1 \cdot (1 - K) \Rightarrow Z_1 = \frac{Z}{1 - K}$$

و

$$Z = \frac{V_1 - V_2}{I_1} = \frac{V_2 / K - V_2}{-I_2} = Z_2 \cdot (1 - 1/K) \Rightarrow Z_2 = \frac{K \cdot Z}{K - 1}$$

مثال ۶-۱ مقاومت ورودی $(R_i \equiv \frac{v_s}{i_s})$ مدار شکل ۱۳-۱ الف را با فرض $g_m = 10 \text{ mA/V}$ بدست

آورید.



شکل ۱۳-۱ الف- مدار مثال ۶-۱ و ب- تجزیه مقاومت R_3 به دو مقاومت با استفاده از قضیه میلر

حل: طبق قضیه میلر می توان مقاومت شناور R_3 را با دو مقاومت R_3' و R_3'' جانشین کرد به طوری

که:

$$\begin{cases} K = \frac{V_o}{v} = -g_m (R_4 \parallel R_3'') \\ R_3'' = \frac{K \cdot R_3}{K - 1} \end{cases}$$

و از آنجا با حل سیستم دو معادله و دو مجهول فوق $K = -91$ و $R_3'' = 98.913k\Omega$ و با

جایگذاری در (۳۵-۱)، $R_3' = 1.087k\Omega$ و از شکل ۱-۱۳ ب:

$$R_i = R_1 + (R_2 \parallel R_3') = 10k\Omega + (10k\Omega \parallel 1.087k\Omega) = 10.981k\Omega$$

بدست می آید.

تذکر ۱- توصیه اکید می شود که مسئله فوق را به کمک قوانین کیرشهف حل کنید.

تذکر ۲- توصیه اکید می شود که سیستم دو معادله و دو مجهولی فوق را حل کنید.

تذکر ۳ - چنان که به دو توصیه فوق عمل کنید، مشاهده خواهید کرد که حتی در این مدار ساده -

بر خلاف تصور - محاسبات وقت گیر بوده احتمال اشتباه زیاد است. خوشبختانه در مدارهای عملی

واقعی، اکثراً اثر مقاومت شناور (در این مثال R_3) در خروجی کم است و عملاً خودش در خروجی

ظاهر می شود ($R_3'' \approx R_3$)، به عبارت دیگر $|K| \gg 1$). بنابراین می توان از این خاصیت استفاده کرده،

جواب را با خطای کم، در زمان کوتاه و امکان اشتباه محاسباتی کم؛ بدست آورد. در عمل همواره -

مستقل از این که مقاومت شناور در خروجی چگونه تأثیر کند - خود مقدار آنرا در خروجی در نظر

گرفته مسئله را حل میکنند. پس از بدست آوردن جواب، چنان که فرض فوق اشتباه بود، یک بار دیگر

مسئله را به کمک این جواب حل میکنند (روش سعی و خطا^۱). برای مثال مسئله فوق را از این روش

حل میکنیم:

^۱ آزمون و خطا، Trial and Error

$$K = \frac{V_o}{v} = -g_m (R_4 \parallel R_3'') \approx -g_m (R_4 \parallel R_3) = -10 \text{mA/V} \cdot (10 \text{k}\Omega \parallel 100 \text{k}\Omega) \approx -90.9$$

بنابراین خطای محاسباتی^۱ R_3'' حدوداً ۱٪ است ($|E_{rel}(R_3'')| \approx 1\%$) چرا؟ و از آنجا خطای

محاسباتی^۲ K و در نتیجه R_3' حدود ۰٫۱٪ بوده (چرا؟) دیگر لزومی به اصلاح جواب نیست. در نتیجه:

$$R_3' = \frac{R_3}{1-k} = \frac{100 \text{k}\Omega}{1+90.9} \approx 1.088 \text{k}\Omega$$

$$R_i = R_1 + (R_2 \parallel R_3') = 10 \text{k}\Omega + (10 \text{k}\Omega \parallel 1.088 \text{k}\Omega) = 10.981 \text{k}\Omega \approx 11 \text{k}\Omega$$

مثال ۷-۱ مثال ۶-۱ را با فرض $g_m = 1 \text{mA/V}$ و $R_3 = 10 \text{k}\Omega$ حل کنید.

حل:

$$K = \frac{V_o}{v} = -g_m (R_4 \parallel R_3'') \approx -g_m (R_4 \parallel R_3) = -1 \text{mA/V} \cdot (10 \text{k}\Omega \parallel 10 \text{k}\Omega) = -5$$

بنابراین خطای محاسباتی^۱ $|E_{rel}(R_3'')| \approx 20\%$ (چرا؟). و از آنجا $|E_{rel}(K)| \approx 10\%$ (چرا؟) و لذا

مطمئناً $|E_{rel}(R_i)| < 2\%$ (چرا؟).

$$R_3' = \frac{R_3}{1-k} = \frac{10 \text{k}\Omega}{1+5} \approx 1.67 \text{k}\Omega$$

$$R_i = R_1 + (R_2 \parallel R_3') = 10 \text{k}\Omega + (10 \text{k}\Omega \parallel 1.67 \text{k}\Omega) = 11.43 \text{k}\Omega$$

در این مثال نیز خطای محاسباتی کم بوده (خطای واقعی محاسبه مقاومت ورودی کمتر از ۱٪)

است!) نیاز به اصلاح جواب‌ها نیست. در صورتی که این دقت کافی نباشد، یک بار دیگر مقدار K را با

R_3'' بدست آمده، حساب میکنیم:

$$R_3'' = \frac{K \cdot R_3}{K-1} = \frac{-5 \cdot 10 \text{k}\Omega}{-5-1} \approx 8.333 \text{k}\Omega$$

^۱ مقدار خطای محاسباتی به طور دقیق قابل حصول است (ر. ک. به پیوست ۱-۱)

^۲ برای بررسی میزان خطای محاسباتی ترکیب مقاومت‌ها ر. ک. به پیوست ۲-۱

$$K = -g_m (R_4 \parallel R_3'') = -1mA/V \cdot (10k\Omega \parallel 8.333k\Omega) = -4.546$$

و اگر باز دقت محاسبه K برای ما کافی نباشد:

$$R_3'' = \frac{K \cdot R_3}{K - 1} = \frac{-4.546 \times 10k\Omega}{-4.546 - 1} \approx 8.197k\Omega$$

$$K = -g_m (R_4 \parallel R_3'') = -1mA/V \cdot (10k\Omega \parallel 8.197k\Omega) = -4.5046k\Omega$$

و این عمل را می‌توان آن قدر ادامه داد تا به دقت مطلوب دست یافت (جواب نهایی: $K = -4.5$).

بنابراین اگر مقدار R_i مطلوب باشد، با همان محاسبه اولیه به جواب می‌رسیم و اگر مقدار K مطلوب

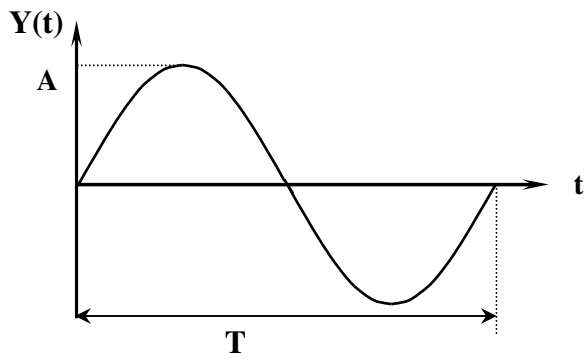
باشد، جواب مرحله دوم قابل قبول است.

۱-۴ بررسی فرکانسی شبکه های الکتریکی

در بخش قبل دیدیم که برای تحلیل شبکه ها به کمک قوانین ذکر شده (بجز KCL و KVL) منابع باید یا DC باشند یا اگر AC هستند همگی سینوسی و دارای فقط یک فرکانس باشند. ولی در عمل سیگنال های واقعی در حالت کلی غیر سینوسی بوده، دارای مولفه هایی از فرکانس های مختلف هستند. در چنین مواقعی میتوان برای بررسی شبکه ها از تبدیل فوریه^۱ و دیاگرام بُد^۲ استفاده کرد.

۱-۴-۱ طیف فرکانسی

شکل موج های ساده را به آسانی می توان بر حسب تابعی از زمان نمایش داد برای مثال شکل ۱-۴-۱



شکل ۱-۴-۱ نمایش یک سیگنال سینوسی بر حسب زمان

تابع: $y = A \sin \omega t$ را نمایش میدهد، که در

این رابطه: A دامنه، $\omega = 2\pi f$ ، $f = \frac{1}{T}$

فرکانس و T پریود^۳ سیگنال می باشد.

نمایش یک تابع بر حسب زمان را

اصطلاحاً نمایش آن در میدان زمان^۴ گویند.

اگر فرضاً سیگنالی داشته باشیم که از

مجموعه ای از سیگنال های سینوسی تشکیل شده باشد، مثلاً:

$$y(t) = A_1 \sin \omega_1 t + A_2 \sin \omega_2 t + \dots + A_n \sin \omega_n t$$

¹ Jean Baptiste Joseph Fourier

² Handrik Wade Bode

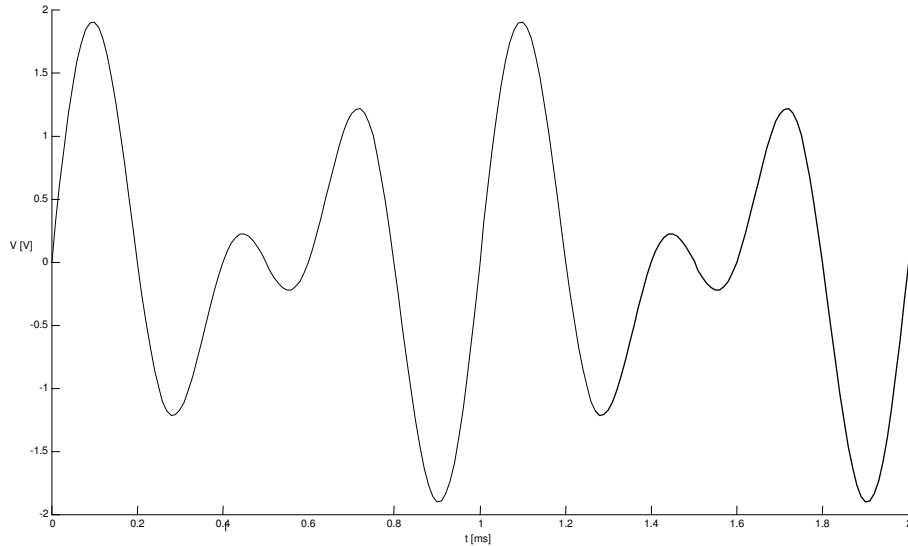
³ زمان تناوب, Period

⁴ حوزه زمان, Time-Domain

دیگر این تابع براحتی قابل نمایش و بررسی نمی باشد، برای مثال سیگنال نسبتاً ساده‌ی:

$$y = \sin 2\omega t + \sin 3\omega t$$

در شکل ۱۵-۱ نمایش داده شده است.

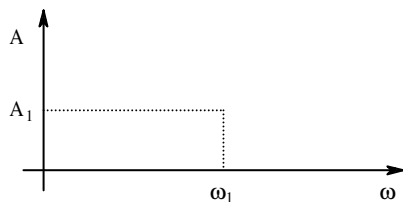


شکل ۱۵-۱ یک سیگنال ترکیبی، متشکل از دو سینوسی با دامنه های مساوی و فرکانسهای ۲:۳

به همین دلیل در بعضی مواقع ساده‌تر خواهد بود که روش دیگری برای نمایش سیگنال‌های مختلط

پیدا کرد. اگر توجه کنیم که تابع $y = A_1 \sin \omega_1 t$ با دو پارامتر دامنه (A_1) و فرکانس ($\omega_1 = 2\pi f_1$)

مشخص می‌شود^۱، این تابع را میتوان بر حسب فرکانس نیز نمایش داد.



شکل ۱۶-۱ نمایش یک سیگنال سینوسی در حوزه فرکانس

این نحوه نمایش سیگنال را، نمایش در میدان

فرکانس^۲ گویند (شکل ۱۶-۱). لذا نمایش یک

سیگنال سینوسی در حوزه زمان، متناظر است با یک

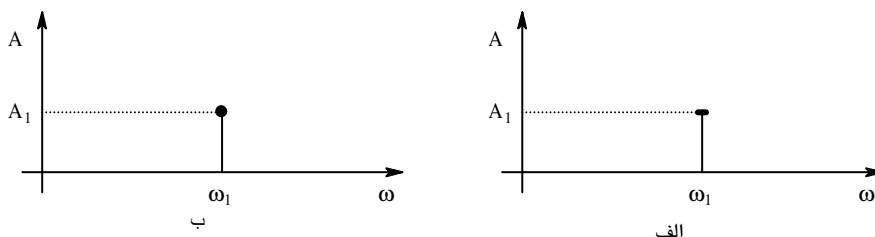
”نقطه“ در حوزه فرکانس! طبیعتاً نمایش یک نقطه

به مراتب ساده‌تر از نمایش یک سینوسی است!

^۱ فعلاً برای سادگی از فاز صرف‌نظر می‌کنیم. در عمل مطالبی که برای دامنه گفته می‌شود، برای فاز نیز به طور مشابه قابل استفاده است.

^۲ حوزه فرکانسی, Frequency Domain

در عمل اکثراً برای این که نقطه در صفحه به خوبی قابل رؤیت نیست، این نقطه را مانند شکل ۱-۱۷ الف توسط محل برخورد دو قطعه خط نمایش می‌دهند گاهی اوقات نیز یک خط و یک دایره برای این منظور به کار گرفته میشود (شکل ۱-۱۷ ب).



شکل ۱-۱۷ نحوه دیگر نمایش یک سیگنال سینوسی در حوزه فرکانس

تذکر: به وسیله اندازه گیری که سیگنال‌ها را در میدان زمان نمایش می‌دهد، اسیلوسکوپ^۱ و به دستگاهی که سیگنال‌ها را در میدان فرکانس نمایش می‌دهد، اسپکتروم آنالایزر^۲ گویند. یک ریاضیدان فرانسوی بنام فوریه^۳ ثابت کرد که هر سیگنال را می‌توان از میدان زمان به میدان فرکانس منتقل نمود و بلعکس [7]. انتقال سیگنال از حوزه زمان به حوزه فرکانس، تبدیل فوریه^۴ و انتقال سیگنال از میدان فرکانس به میدان زمان، عکس تبدیل فوریه^۵ نامیده میشود.

اگر سیگنال در میدان زمان پریودیک باشد، در میدان فرکانس گسسته است و اگر در میدان زمان غیرپریودیک باشد، در میدان فرکانس پیوسته است.

سیگنال‌های پریودیک توسط سری فوریه و سیگنال‌های غیر پریودیک بکمک انتگرال فوریه^۶ قابل انتقال به میدان فرکانس هستند. به مجموعه مؤلفه‌های سیگنال در میدان فرکانس، طیف^۱ فرکانسی سیگنال

^۱ نوسان نگار, Oscilloscope

^۲ طیف نگار, Spectrum-Analyzer

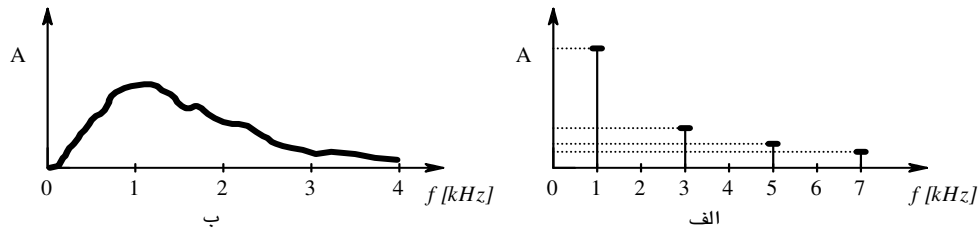
^۳ Jean Baptiste Joseph Fourier

^۴ FT: Fourier Transform

^۵ IFT: Inverse Fourier Transform

^۶ ر. ک. به دروس ریاضی و اخبار سیستم

گویند. شکل ۱۸-۱ طیف فرکانسی یک موج مربعی (پریودیک) و طیف فرکانسی صوت انسان (غیر پریودیک) را نمایش می‌دهد.



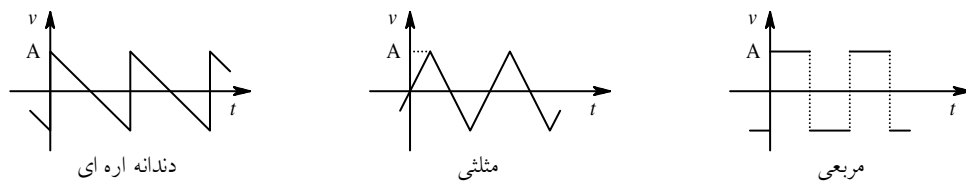
شکل ۱۸-۱ طیف فرکانسی: الف- سیگنال مربعی با فرکانس 1kHz ب- صوت انسان

یک موج مربعی متقارن با دامنه A از رابطه (۳۸-۱)، یک موج مثلثی متقارن از رابطه (۳۹-۱) و یک موج دنداناره‌ای از رابطه (۴۰-۱) قابل محاسبه^۲ است.

$$y = \frac{4A}{\pi} \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right) = \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin((2n-1)x) \quad (38-1)$$

$$y = \frac{8A}{\pi^2} \left(\sin x - \frac{1}{9} \sin 3x + \frac{1}{25} \sin 5x + \dots \right) = \frac{8A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)^2} \sin((2n-1)x) \quad (39-1)$$

$$y = \frac{2A}{\pi} \left(\sin x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x + \dots \right) = \frac{-2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin(nx) \quad (40-1)$$



در این روابط n عدد صحیح، $x = \omega \cdot t$ ، $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ ، f فرکانس و A دامنه سیگنال می‌باشد.

علامت منفی مبین 180° اختلاف فاز است.

¹ Spectrum

² برای اطلاع از نحوه محاسبه ضرایب فوریه برای هر سیگنال پریودیک دلخواه به درس ریاضیات مهندسی رجوع کنید.

مثال: یک موج مربعی متقارن با فرکانس $f = 1kHz$ و دامنه $A = 10V$ ، دارای مؤلفه های: $1kHz$ با دامنه $12.73V$ ، $3kHz$ با دامنه $4.42V$ ، $5kHz$ با دامنه $2.55V$ ، ... است.

حال با توجه به مطالب مذکور؛ چنان که در یک شبکه خطی، چند منبع سینوسی با فرکانس های مختلف، یا یک منبع پریودیک غیر سینوسی وجود داشته باشد، می توان - به کمک سری فوریه - بجای آن منبع، چند منبع سینوسی را در نظر گرفته، طبق اصل جمع آثار پاسخ سیستم را به تک تک سیگنال ها بدست آورده، آنها را باهم جمع کرده، جواب نهایی را به کمک عکس تبدیل فوریه، در میدان زمان بدست آورد.

۱-۴-۲ پاسخ فرکانسی

مفهوم پاسخ فرکانسی عبارت است از وابستگی نسبت سیگنال خروجی به سیگنال ورودی یک

سیستم به فرکانس:

$$T(\omega) = \frac{s_o(\omega)}{s_i(\omega)} \quad (1-41 \text{ الف})$$

به عبارت دیگر:

$$T(f) = \frac{s_o(f)}{s_i(f)} \quad (1-41 \text{ ب})$$

که در این روابط: سیگنال ها سینوسی، T تابع تبدیل، s_i سیگنال ورودی، s_o سیگنال خروجی،

$\omega = 2\pi f$ و f فرکانس سیگنال ورودی می باشند. توجه شود که پاسخ فرکانسی فقط برای سیستم های

خطی تعریف می شود؛ بنابراین فرکانس خروجی همواره با فرکانس ورودی برابر است (چرا؟).

به علت این که تغییر فرکانس هم باعث تغییر دامنه و هم باعث تغییر فاز می‌شود، برای مشخص کردن پاسخ فرکانسی دو نمودار در نظر گرفته می‌شود؛ یک نمودار که وابستگی تغییرات دامنه برحسب فرکانس را نشان می‌دهد (پاسخ دامنه به فرکانس)،

$$|T(\omega)| = \left| \frac{s_o(\omega)}{s_i(\omega)} \right| \quad (۴۲-۱ \text{ الف})$$

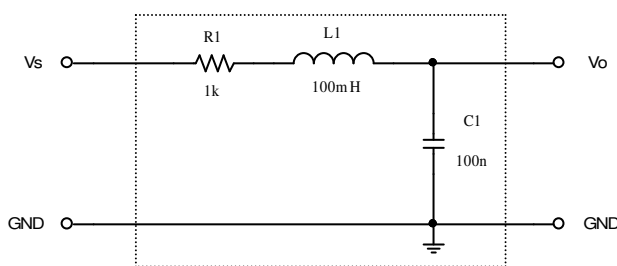
و نمودار دیگر که وابستگی تغییرات فاز برحسب فرکانس را نشان می‌دهد (پاسخ فاز به فرکانس).

$$\angle T(\omega) = \angle \frac{s_o(\omega)}{s_i(\omega)} = \angle s_o(\omega) - \angle s_i(\omega) \quad (۴۲-۱ \text{ ب})$$

در صورت لزوم برای اطلاع از چگونگی رسم پاسخ فرکانسی به پیوست ۱-۳ مراجعه کنید.

۱-۴-۳ نمودار بُد

از اولین کسانی که از نمودار پاسخ فرکانسی جهت مطالعه رفتار سیستم‌ها استفاده کردند بُد^۱ بود. او محور فرکانس را لگاریتمی، محور فاز را خطی و محور دامنه را برحسب دسی بل^۲ مدرج نمود. به افتخار وی معمولاً نمودار پاسخ فرکانسی را دیاگرام بُد^۳ نامند.



شکل ۱۹-۱ مدار مثال ۱-۸

مثال ۱-۸ نمودار بُد مدار شکل ۱۹-۱

در شکل ۱-۲۰ نمایش داده شده است. چنان که ملاحظه میشود محدوده فرکانسی از ده هرتز تا صد کیلو هرتز است.

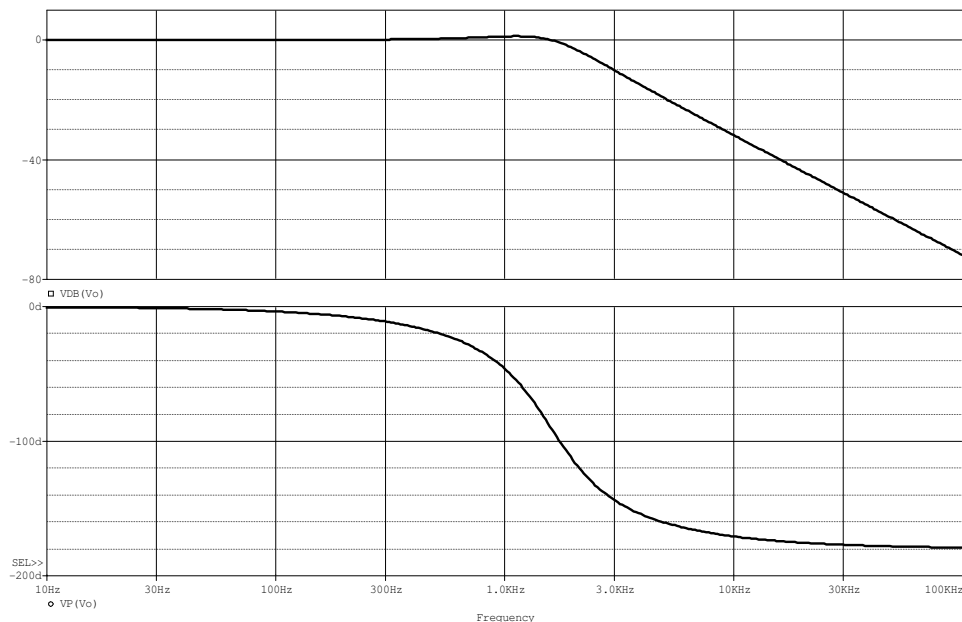
^۱ Handrik Wade Bode

^۲ ر.ک. به پیوست ۱-۴

^۳ Bode-Diagram, Bode-Chart, Bode-Plot

اصطلاحاً به نسبت فرکانسی ده به یک، یک دهه^۱ گویند. گاهی اوقات نیز نسبت فرکانسی دو بر یک را در نظر می‌گیرند، که به آن یک اکتاو^۲ گویند.

چنان که در شکل ۱-۱۸ مشاهده می‌شود، روند تغییرات پاسخ فرکانسی در یک محدوده وسیع فرکانسی (نسبت ۱۰۰۰۰ به ۱، ۴ دهه) و محدوده وسیع دامنه (بیش از ۷۰ دسی بل، نسبت ۳۰۰۰ به ۱) قابل رویت است.

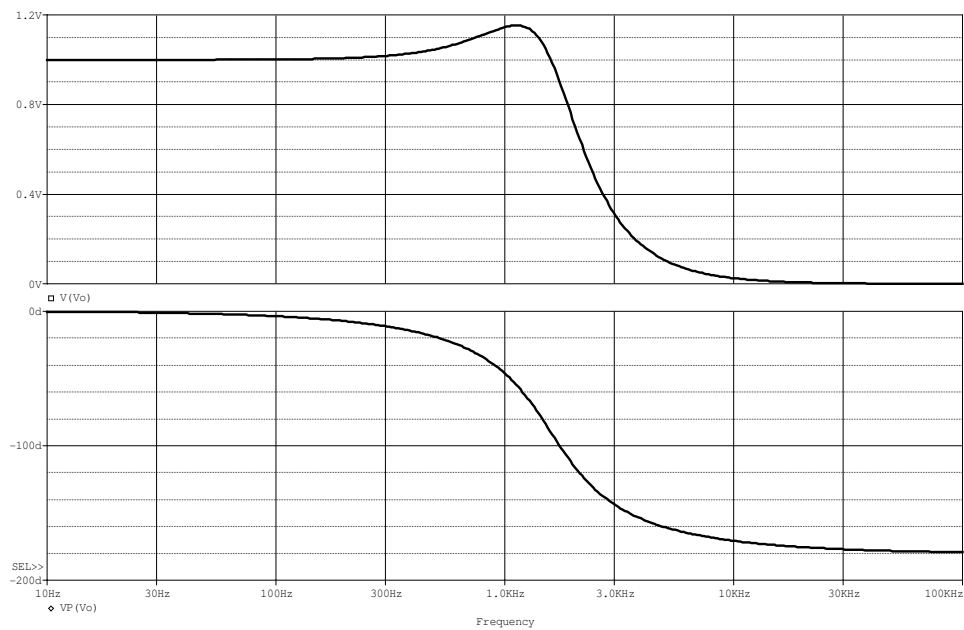


شکل ۱-۲۰ نمودار بد مربوط به مدار شکل ۱-۱۹ (محدوده فرکانسی، ۴ دهه، دامنه برحسب دسی بل)

در شکل ۱-۲۱ نیز فرکانس به صورت لگاریتمی، ولی دامنه خطی نمایش داده شده است. در این نمودار، برخلاف نمودار شکل ۱-۲۰، تغییرات نسبتاً کم دامنه در فرکانس‌های حدود یک کیلو هرتز به خوبی قابل مشاهده است ولی در عوض تغییرات دامنه در فرکانس‌های بالای ده کیلو هرتز قابل تشخیص نمی‌باشد.

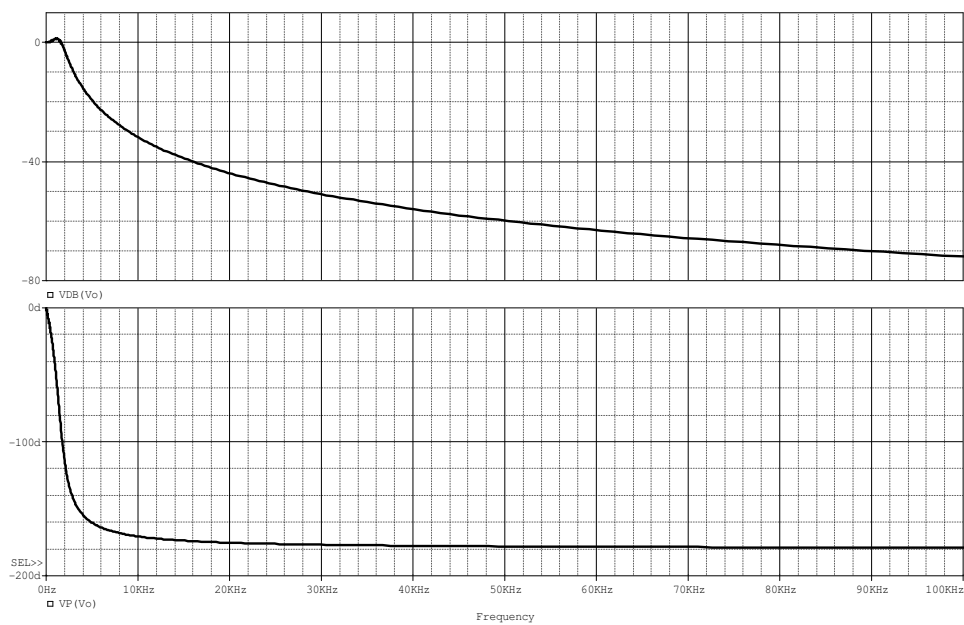
^۱ Decade، دکاد

^۲ Octave، اکتاو

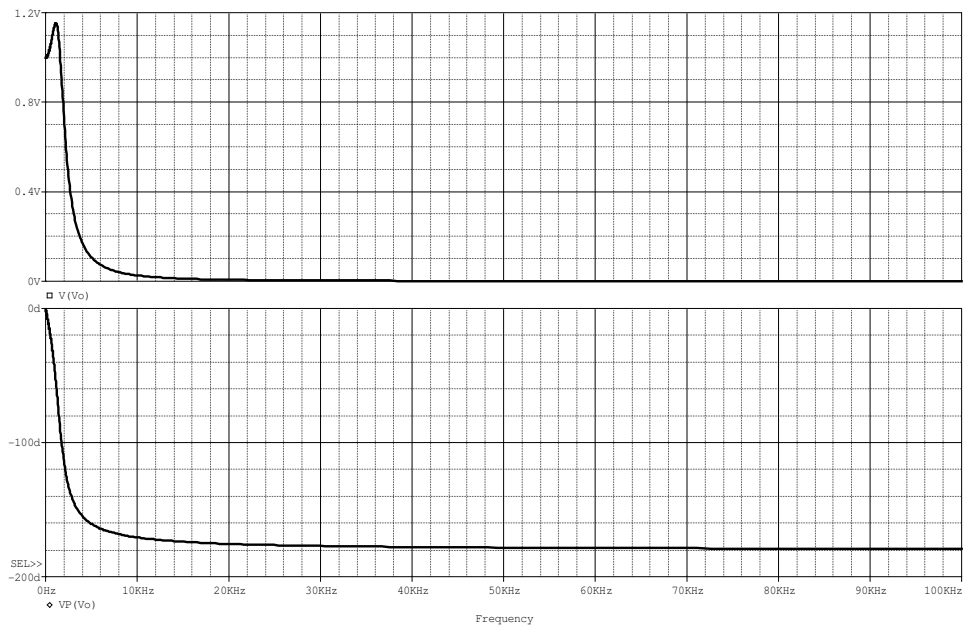


شکل ۱-۲۱ پاسخ فرکانسی مدار شکل ۱-۱۹، فرکانس لگاریتمی، دامنه خطی

بالاخره در شکل های ۱-۲۲ و ۱-۲۳ دو حالت باقی مانده نمایش داده شده اند.



شکل ۱-۲۲ پاسخ فرکانسی مدار شکل ۱-۱۹، فرکانس خطی، دامنه لگاریتمی



شکل ۱-۲۳ پاسخ فرکانسی مدار شکل ۱-۱۹، فرکانس و دامنه هر دو خطی

همان طور که از این شکل ها بر می آید، در بیشتر مواقع نمودار لگاریتمی - لگاریتمی برای دامنه و نمودار لگاریتمی - خطی برای فاز، بهترین نتیجه را می دهد.

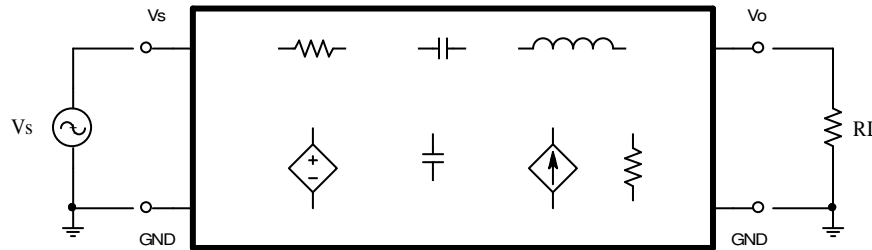
۱-۴-۴ نحوه محاسبه پاسخ فرکانسی

در بخش های قبل با مفهوم پاسخ فرکانسی و نحوه اندازه گیری و رسم نمودارهای مربوطه آشنا شدیم. حال می خواهیم با نحوه محاسبه پاسخ فرکانسی آشنا شویم. شکل ۱-۲۴ حالت کلی یک چهار قطبی را نمایش می دهد. تحریک (در این شکل V_s) یک منبع ولتاژ یا منبع جریان سینوسی است که فرکانس آن در محدوده f_1 تا f_2 تغییر میکند. پاسخ (در این شکل V_o) ولتاژ دو سر مقاومت بار (در این شکل R_L) یا جریان گذرنده از آن است. در هر لحظه، فرکانس پاسخ با فرکانس تحریک برابر است

(چرا؟). به نسبت پاسخ به تحریک "تابع تبدیل"^۱ گویند. بنا بر این برای این شکل پاسخ فرکانسی طبق

رابطه (۱-۴۱ الف):

$$T(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_s(j\omega)} \quad (۱-۴۳)$$



شکل ۱-۲۴ فرم کلی یک شبکه خطی

تذکر: تابع تبدیل یک مفهوم عام است. در این درس چون بیشتر با تقویت کننده ها سر و کار

داریم، اغلب بجای لفظ "تابع تبدیل" از لغت "تقویت"^۲ استفاده می شود (هر چند که سیستم مورد نظر

تقویت کننده هم نباشد!). در عمل هم مهندسین در اندازه گیری ها - و در نتیجه برای محاسبات - اغلب

بجای ω ، $f = \frac{\omega}{2\pi}$ را به کار می برند. برای سادگی در نگارش، حتی گاهی از نوشتن "j" نیز صرف نظر

می شود.

$$A(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_s(j\omega)} \quad (۱-۴۳ الف)$$

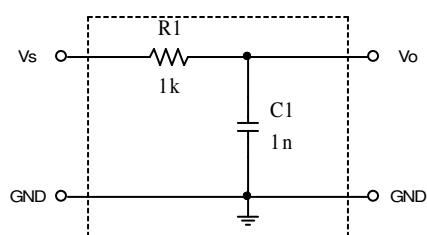
$$A(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_s(\omega)} \quad (۱-۴۳ ب)$$

$$A(f) = \frac{V_o(f)}{V_s(f)} \quad (۱-۴۳ پ)$$

T: Transfer Function¹
A: Amplification²

راه حل کلی برای محاسبه پاسخ فرکانسی، استفاده از همان روابط مداری است، که با آنها آشنا هستید. در اینجا با یک مثال ساده شروع میکنیم.

مثال ۹-۱ پاسخ فرکانسی مدار شکل ۲۵-۱ را محاسبه و رسم کنید.



شکل ۲۵-۱ مدار مثال ۹-۱

حل: برای سادگی در نگارش $R1 = R$ و $C1 = C$ در

نظر گرفته می‌شود. در این شکل منبع سیگنال نمایش داده نشده است، ولی با توجه به نمایش V_s در گره ورودی، نتیجه می‌گیریم که منبع سیگنال یک منبع ولتاژ است که بین دو گره

V_s و GND قرار گرفته است. خروجی مدار هم افت ولتاژ بین دو گره V_o و GND می‌باشد. در این

مدار $R_L \rightarrow \infty$ داریم:

$$A(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_s(\omega)} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega CR} \quad (44-1)$$

برای سادگی در نوشتن روابط می‌توان از مجهول معاون‌های زیر استفاده کرد:

$$\omega_0 = \frac{1}{CR}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$$

در نتیجه:

$$A(\Omega) = \frac{1}{1 + j\Omega} = \frac{1 - j\Omega}{1 + \Omega^2} \quad (45-1)$$

و از آن جا:

$$|A(\Omega)| = A = \frac{1}{\sqrt{1 + \Omega^2}}, \quad \angle A(\Omega) = \varphi = -\arctan \Omega \quad (46-1)$$

برای رسم نمودارهای دامنه و فاز - مانند روش‌های متداول ریاضی - از مجانب‌ها و نقاط کمکی

استفاده میکنیم. برای این منظور: $\Omega \ll 1$ و $\Omega \gg 1$ دو مجانب و $\Omega = 1$ یک نقطه کمکی خواهند بود.

برای رسم دقیقتر، می‌توان از نقاط کمکی دیگر نظیر $\Omega = 1/2$ ، $\Omega = 2$ ، ... استفاده کرد؛ که در حالت کلی لازم نیست. برای دامنه:

$$A = \begin{cases} 1 \equiv 0dB & \text{for } \Omega \ll 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \equiv -3dB & \text{for } \Omega = 1 \\ \frac{1}{\Omega} \equiv -20dB/dec & \text{for } \Omega \gg 1 \end{cases}$$

و برای فاز:

$$\varphi = \begin{cases} 0 \equiv 0^\circ & \text{for } \Omega \ll 1 \\ -\frac{\pi}{4} \equiv -45^\circ & \text{for } \Omega = 1 \\ -\frac{\pi}{2} \equiv -90^\circ & \text{for } \Omega \gg 1 \end{cases}$$

بنابراین پاسخ فرکانسی نرمالیزه^۱ به صورت شکل ۱-۲۶ رسم می‌شود.

چنان که مشاهده می‌شود، برای فرکانس های پایین ولتاژ خروجی با ورودی برابر است ولی برای فرکانس های بالا سیگنال خروجی تضعیف می‌شود. به همین علت به این مدار یک پایین گذر^۲ گویند. به ازای $\Omega = 1$ بهره ولتاژ مدار به اندازه $A = \sqrt{2}/2 \approx 0.7$ کاهش پیدا کرده است. به عبارت دیگر توان خروجی به اندازه نصف مقدار حداکثر خود رسیده است. به همین دلیل به فرکانس متناظر با آن:

$$\Omega = 1, \quad \Rightarrow \quad \omega = \omega_0, \quad f = f_0 \quad (۱-۴۷)$$

فرکانس نیمه توان^۳ و اغلب فرکانس حد^۴ گویند و در نشریات مختلف آن را با: f_0 ، f_{-3dB} ، f_γ ، f_g یا f_c نمایش می‌دهند. تعریف فرکانس حد برای سایر سیستم‌ها نیز چنین است. برای مدار پایین گذر،

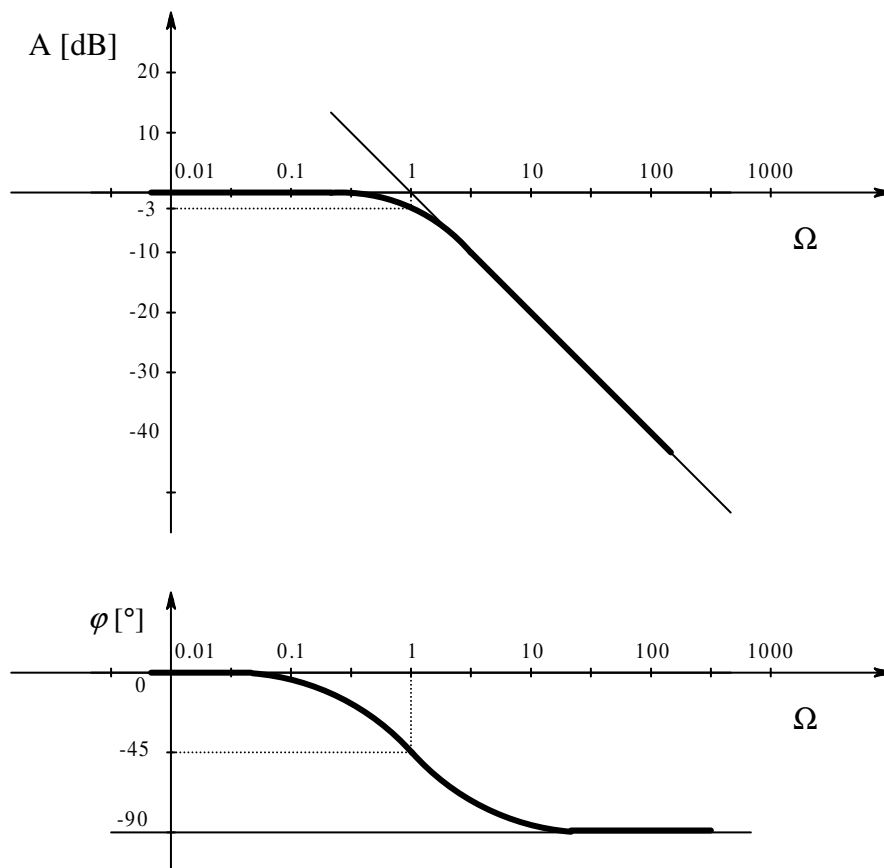
^۱ هنجار شده، Normalized

^۲ LP: Low Pass

^۳ Half-Power Frequency

^۴ فرکانس قطع، Corner-Frequency, Cutoff-Frequency

چون بالاترین فرکانسی که مدار هنوز کار خود را در حد قابل قبول انجام می دهد، فرکانس حد آن است، اغلب به آن فرکانس حد بالایی گفته، آن را با f_h ، نمایش می دهند.

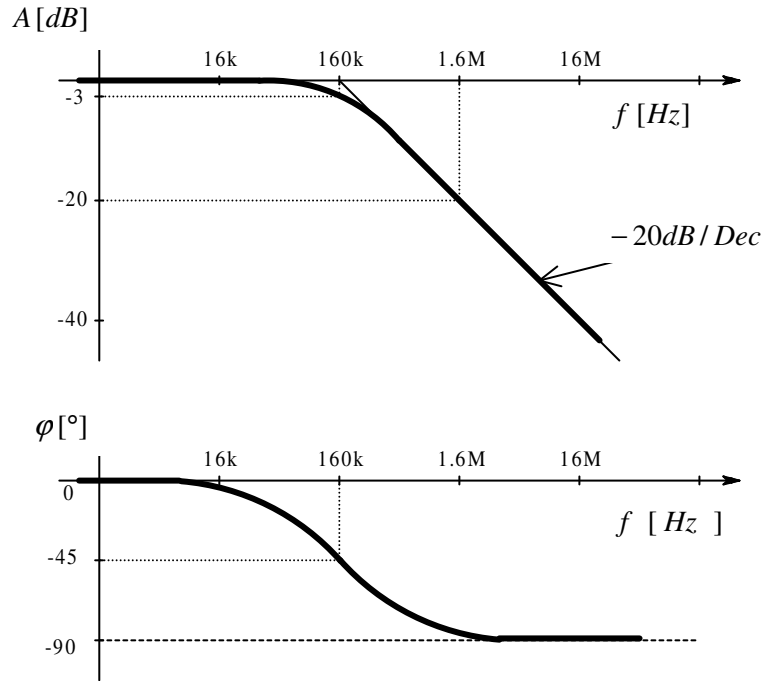


شکل ۱-۲۶ پاسخ فرکانسی نرمالیزه شده مدار شکل ۱-۲۵ بالا: دامنه پایین: فاز

از مطالب فوق جواب مسئله به این صورت در می آید:

$$f_h = \frac{\omega_h}{2\pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1k\Omega \cdot 1nF} \approx 160kHz$$

پاسخ فرکانسی واقعی مدار شکل ۱-۲۵ در شکل ۱-۲۷ نمایش داده شده است.

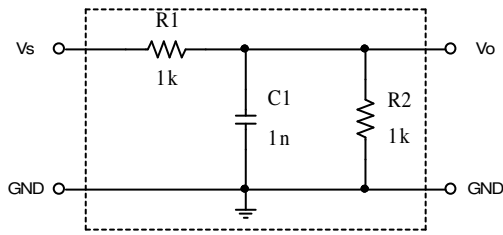


شکل ۲۷-۱ نمودار بد مدار شکل ۲۵-۱

مطالب ذکر شده کلی هستند. به این معنی که هر مداری که تابع تبدیل آن فرم رابطه (۱-۴۵) را داشته باشد، یک مدار پایین گذر درجه یک بوده، در فرکانس پایین بهره آن $A(f \ll f_h) = 0dB$ ، به ازای فرکانس طبیعی شبکه، $A(f = f_h) = -3dB$ و در فرکانس های بالا با شیب ثابت $A(f \gg f_h) = -20dB/dec$ افت می کند.

با علم بر این مسایل، دیگر لازم نیست هر بار که با چنین مسئله ای بر خوردیم آنرا حل کنیم. بلکه اگر تشخیص دادیم که شبکه یک پایین گذر درجه اول است، کافی است که فرکانس طبیعی به عبارت دیگر ثابت زمانی آن را بدست آورده، در فرم شکل ۲۶-۱ به عبارت دیگر شکل ۲۷-۱ جایگزین کنیم.

مثال ۱۰-۱ پاسخ فرکانسی مدار شکل ۲۸-۱ را



شکل ۲۸-۱ مدار مثال ۱۰

رسم کنید.

حل: اگر مدار معادل تونن را نسبت به خازن در

نظر بگیریم، همان مدار شکل ۲۵-۱ بدست می‌آید.

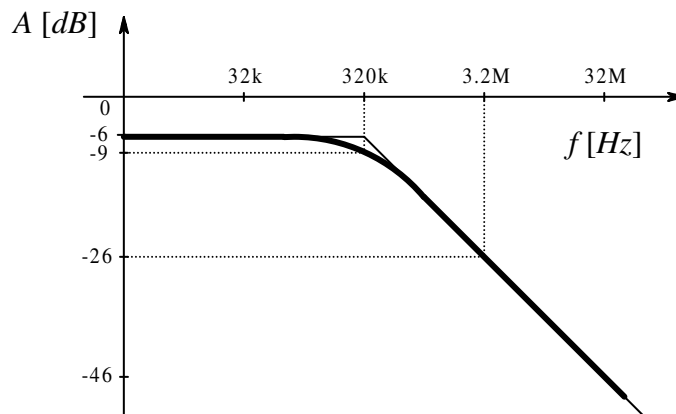
در این مدار:

$$V_o = V_{Th} = \frac{R2}{R1 + R2} \cdot V_s = \frac{1}{2} V_s \Rightarrow \frac{V_{Th}}{V_s} = \frac{1}{2} \equiv -6dB$$

$$R = R_{Th} = R1 \parallel R2 = 500\Omega, C = C1 = 1nF \Rightarrow \tau = RC = 500ns \Rightarrow f_h = \frac{1}{2\pi\tau} \approx 320kHz$$

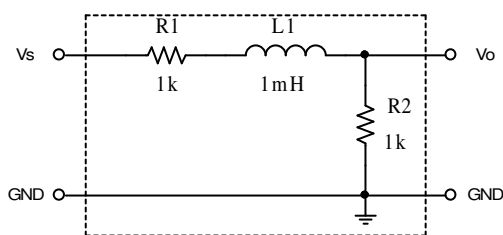
با توجه به این که تقسیم ولتاژ بین $R1$ و $R2$ تاثیری در فرم پاسخ فرکانسی فاز ندارد، از تکرار آن

صرفنظر کرده در شکل ۲۹-۱ فقط پاسخ دامنه رسم شده است.



شکل ۲۹-۱ پاسخ فرکانسی (دامنه) مدار شکل ۲۸-۱

مثال ۱۱-۱ پاسخ فرکانسی مدار شکل ۳۰-۱ را بدست آورید.



شکل ۳۰-۱ مدار مثال ۱۱-۱

حل: چنان که این مدار را نیز (مانند مثال ۹-۱) به

روش تحلیلی حل کنیم به همان معادله (۱-۴۴) به

عبارت دیگر (۱-۴۵) می‌رسیم. با این تفاوت که بجای $\tau_C = R \cdot C$ باید $\tau_L = L/R$ را قرار داد. با استفاده از روش ذهنی می‌توان چنین استدلال کرد: سلف در فرکانس های پایین مانند اتصال کوتاه و در فرکانس های بالا مانند اتصال باز عمل می‌کند، لذا مدار یک پایین گذر است و چون فقط دارای یک عنصر ذخیره کننده انرژی (سلف) است پس مدار درجه یک بوده پاسخ فرکانسی آن از رابطه (۱-۴۴) قابل محاسبه است. برای این مدار:

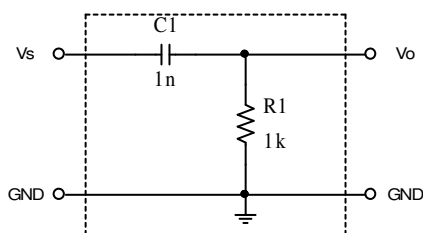
$$V_o = V_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_s = \frac{1}{2} V_s \Rightarrow \frac{V_{Th}}{V_s} = \frac{1}{2} \equiv -6dB$$

$$R = R_1 + R_2 = 2k\Omega, L = L_1 = 1mH \Rightarrow \tau = L/R = 500ns \Rightarrow f_h = \frac{1}{2\pi\tau} \approx 320kHz$$

چون اتفاقاً در این مثال مقادیر بدست آمده با مقادیر مثال قبل یکی در آمد، پاسخ فرکانسی مدار دقیقاً مانند شکل ۱-۲۹ بوده از تکرار رسم نمودار خودداری شده است.

تمرین: مثال ۱-۱۱ را به روش تحلیلی حل کنید.

مثال ۱-۱۲ پاسخ فرکانسی مدار شکل ۱-۳۱ را محاسبه و رسم کنید.



شکل ۱-۳۱ مدار مثال ۱-۱۲

حل: برای سادگی در نگارش $R_1 = R$ و $C_1 = C$ در

نظر گرفته می‌شود. در این شکل منبع سیگنال نمایش داده نشده است، ولی با توجه به نمایش V_s در گره ورودی، نتیجه می‌گیریم که منبع سیگنال یک منبع ولتاژ است که بین دو گره

V_s و GND قرار گرفته است. خروجی مدار هم افت ولتاژ بین دو گره V_o و GND می‌باشد. با توجه

به رابطه تقسیم ولتاژ داریم:

$$A(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_s(\omega)} = \frac{R}{R + 1/j\omega C} = \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} \quad (48-1)$$

در اینجا نیز برای سادگی در نوشتن روابط از مجهول معاون‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$\omega_0 = \frac{1}{CR}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$$

در نتیجه:

$$A(\Omega) = \frac{j\Omega}{1 + j\Omega} = \frac{j\Omega \cdot (1 - j\Omega)}{1 + \Omega^2} \quad (49-1)$$

و از آن جا:

$$|A(\Omega)| = A = \frac{\Omega}{\sqrt{1 + \Omega^2}}, \quad \angle A(\Omega) = \varphi = +\arctan \Omega \quad (50-1)$$

برای رسم نمودارهای دامنه و فاز، مانند مثال ۹-۱، دو مجانب در حالت‌های $\Omega \ll 1$ ، $\Omega \gg 1$ و نقطه

کمکی $\Omega = 1$ خواهند بود. برای دامنه:

$$A = \begin{cases} \Omega \equiv +20dB/dec & \text{for } \Omega \ll 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \equiv -3dB & \text{for } \Omega = 1 \\ 1 \equiv 0dB & \text{for } \Omega \gg 1 \end{cases}$$

و برای فاز:

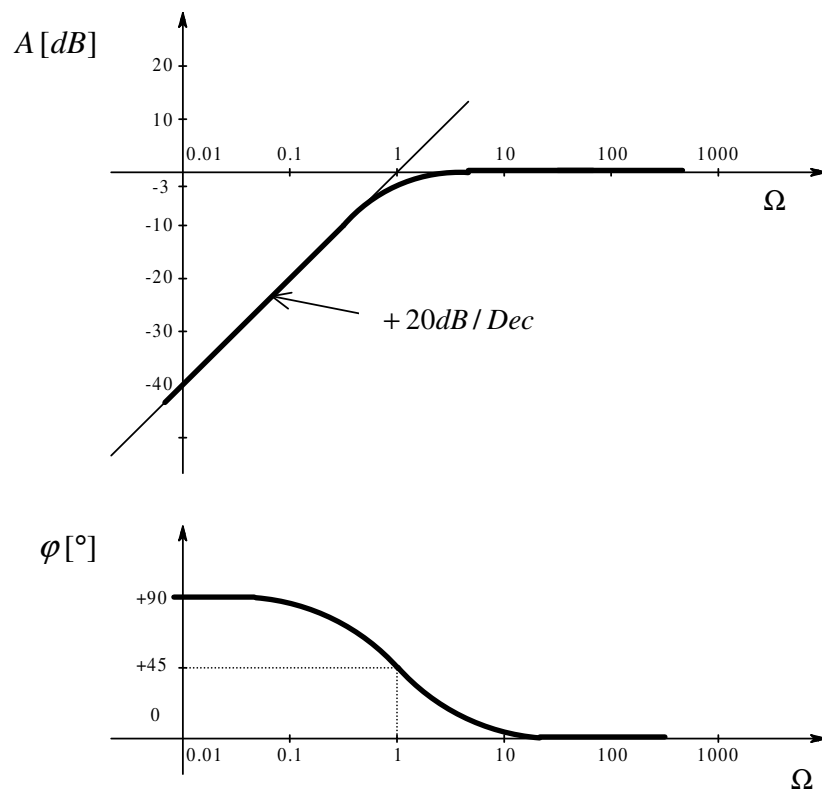
$$\varphi = \begin{cases} +\frac{\pi}{2} \equiv +90^\circ & \text{for } \Omega \ll 1 \\ +\frac{\pi}{4} \equiv +45^\circ & \text{for } \Omega = 1 \\ 0 \equiv 0^\circ & \text{for } \Omega \gg 1 \end{cases}$$

بنا بر این پاسخ فرکانسی نرمالیزه به صورت شکل ۳۲-۱ رسم می‌شود.

چنان که مشاهده می‌شود، برای فرکانس های بالا ولتاژ خروجی با ورودی برابر است ولی برای فرکانس های پایین سیگنال خروجی تضعیف می‌شود. به همین علت به این مدار یک بالا گذر^۱ گویند. در این مدار نیز به ازای $\Omega = 1$ بهره ولتاژ مدار به اندازه $A = \sqrt{2}/2 \approx 0.7$ کاهش پیدا کرده است. به همین دلیل به فرکانس متناظر با آن:

$$\Omega = 1, \quad \Rightarrow \quad \omega = \omega_0, \quad f = f_0$$

فرکانس حد گویند که در مدار بالا گذر، چون پایین ترین فرکانسی که مدار هنوز کار خود را در حد قابل قبول انجام می‌دهد، فرکانس حد آن است، اغلب به آن فرکانس حد پایینی گفته، آن را با f_l ، نمایش می‌دهند.



شکل ۱-۳۲ پاسخ فرکانسی نرمال شده مدار بالا گذر درجه اول

نمودار بالا: پاسخ دامنه، نمودار پایین: پاسخ فاز.

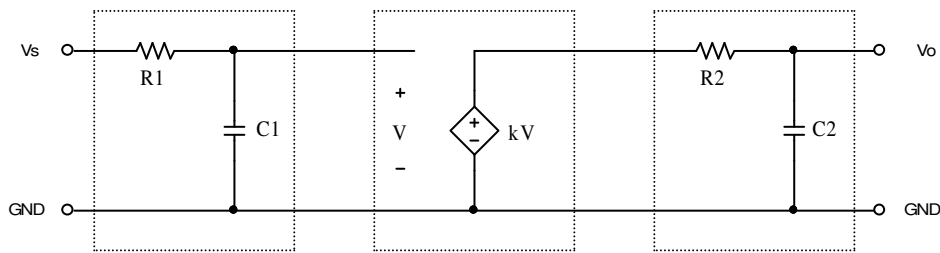
¹ HP: High Pass
² Lower Frequency

بنابراین فرکانس حد این مدار:

$$f_l = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1k\Omega \cdot 1nF} \approx 160kHz$$

است. (به علت بدیهی بودن شکل پاسخ فرکانسی از رسم مجدد آن صرفنظر شده است).

مثال ۱۳-۱ پاسخ فرکانسی مدار شکل ۳۳-۱ را رسم نمایید.



شکل ۳۳-۱ مدار مثال ۱۳-۱

حل: مدار از سه بخش تشکیل شده است: پایین گذر $R1C1$ ، منبع وابسته به ولتاژ با بهره k و

پایین گذر $R2C2$. بنابراین این پاسخ فرکانسی مجموعه از (۵۱-۱) قابل محاسبه است.

$$A(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_s(\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega C2 R2} \cdot k \cdot \frac{1}{1 + j\omega C1 R1} \quad (51-1)$$

در این مسئله نیز اگر $R1C1 = 1/\omega_0$ ، $R2C2 = \alpha/\omega_0$ و $\Omega = \omega/\omega_0$ در نظر گرفته شوند:

$$A(\Omega) = \frac{k}{(1 + \alpha j\Omega) \cdot (1 + j\Omega)} \quad (52-1)$$

که این رابطه یک معادله درجه دوم بر حسب Ω به عبارت دیگر ω است. به همین دلیل به این مدار

یک مدار RC پایین گذر درجه دوم^۱ گویند. طبیعتاً راه حل کلی بدست آوردن پاسخ فرکانسی به عبارت

دیگر فرکانس حد مدار، حل و رسم نمودار معادله (۵۲-۱) است.^۲ در تقریباً تمام مدارهایی که به عنوان

^۱ 2.O. RC-LP: Second Order RC- Low Pass

^۲ ر.ک. پیوست ۵-۱

تقویت کننده های باند پهن^۱، که موضوع اصلی این درس است؛ $\alpha \ll 1$ بوده، بجای (۵۲-۱) می توان از (۵۳-۱) استفاده کرد.

$$A(\Omega) \approx \frac{k}{(1+j\Omega)} \quad (53-1)$$

در این رابطه k یک ضریب ثابت بوده تاثیری در تعیین فرکانس حد ندارد. بنابراین، مدار مانند یک پایین گذر درجه اول با فرکانس حد $f_h \approx 1/2\pi R1C1$ در نظر گرفته می شود. مثلاً با فرض: $R1=16k\Omega$ ، $C1=1nF$ ، $R2=22k\Omega$ ، $C2=10pF$ و $k=10$ ، چون: $f_1=1/2\pi R1C1$ ، $f_2=1/2\pi R2C2$ و از آنجا:

$$\alpha = \frac{f_1}{f_2} = \frac{R2C2}{R1C1} = \frac{22k\Omega \cdot 10pF}{16k\Omega \cdot 1nF} = \frac{0.22}{16} \approx \frac{1}{70} \ll 1$$

بوده،

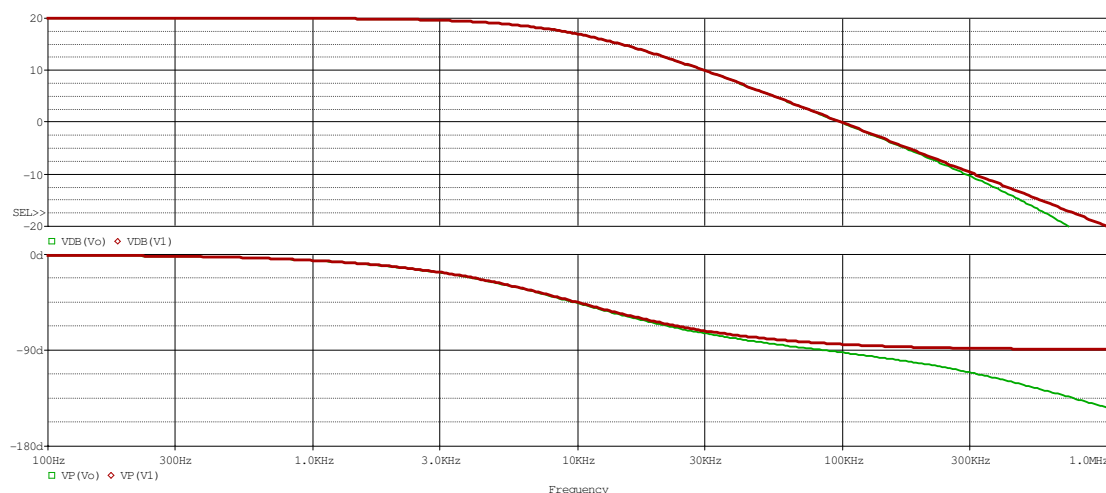
$$f_h \approx f_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R1 \cdot C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 16k\Omega \cdot 1nF} \approx 10kHz$$

بدست می آید. پاسخ فرکانسی این مدار در شکل ۱-۳۴ رسم شده است.

چنان که ملاحظه می شود، بهره مدار در فرکانس های پایین $|A|=k=10 \equiv 20dB$ است. در فرکانس $f \approx 10kHz$ ، بهره به $|A| \approx 17dB$ می رسد. بنا بر این فرکانس حد مدار $f_h \approx 10kHz$ است. نمودار دقیق؛ که پاسخ فرکانسی مدار درجه دو است (نمایش داده شده با رنگ سبز در شکل ۱-۳۴)، برای فرکانس های تا بیش از ۱۰۰ کیلو هرتز، بر نمودار تقریبی؛ که پاسخ فرکانسی مدار درجه یک است (نمایش داده شده با رنگ قرمز در شکل ۱-۳۴)، کاملاً منطبق است. برای فرکانس های حدود ۳۰۰ کیلو هرتز به بالا، اختلاف بین دو نمودار آشکار می شود. اختلاف بین دو نمودار برای فاز بیشتر مشهود است

Wide Band Amplifier¹

ولی در هر صورت برای فرکانس های کمتر از فرکانس حد، بجای تابع درجه دوم، می توان از تابع تقریبی درجه اول استفاده کرد.



شکل ۱-۳۴ پاسخ فرکانسی مدار شکل ۱-۳۳ بالا: دامنه، شکل پایین: فاز نمودارهای قرمز: پاسخ تقریبی (RIC1)، نمودارهای سبز: پاسخ واقعی

حال می خواهیم ببینیم برای چه مقادیر α می تواند $\alpha \ll 1$ در نظر گرفته شده، بجای تابع درجه دوم مجاز به استفاده از رابطه تقریبی (۱-۵۳) هستیم. جدول ۱-۲ میزان خطای استفاده از رابطه (۱-۵۳) را بجای استفاده از رابطه (۱-۵۲) بر حسب مقدار α نمایش می دهد^۱.

جدول ۱-۲ وابستگی دقت محاسباتی به مقدار α

α	1/10	1/5	1/3	1/2	1
f_2/f_1	10	5	3	2	1
f_h/f_1	0.990	0.964	0.912	0.838	0.644
$E_{rel}(f_h)$ [%]	0.986	3.79	9.70	19.4	55.3
$ A(\Omega = 1) $ [dB]	-3.05	-3.18	-3.47	-3.98	-6.02

^۱ ر. ک. به پیوست ۵-۱

از این جدول می‌توان برای تخمین خطای محاسباتی ناشی از جانشینی یک پایین گذر بجای یک شبکه که از دو پایین گذر که توسط یک منبع وابسته از یک دیگر جدا شده اند، استفاده کرد. در این جدول $f_1 = 1/2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot C_1$ فرکانس حد مربوط به یک پایین گذر، $f_2 = 1/2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot C_2$ مربوط به پایین گذر دیگر است؛ به طوری که $f_2 \geq f_1$ باشد. f_h فرکانس حد شبکه کلی، $\alpha = f_1/f_2$ و $E_{rel}(f_h)$ خطای نسبی فرکانس حد شبکه است. $\Omega = \omega/\omega_1 = f/f_1$ و $|A(\Omega=1)|$ بهره شبکه به ازای $f = f_1$ است. برای مثال اگر دو پایین گذر با فرکانس حد یکی ده برابر فرکانس حد دیگری ($f_2/f_1 = 10$) توسط یک منبع وابسته دنبال هم بسته شده باشند، فرکانس حد سیستم $f_h = 0.99f_1$ خواهد بود. بنا بر این اگر فرکانس حد شبکه را، با فرکانس حد پایین گذر با فرکانس حد کمتر، یکسان بگیریم، مرتکب خطایی معادل $E_{rel}(f_h) \approx 1\%$ خواهیم شد. در ضمن به ازای فرکانس حد f_1 ، بهره $|A|$ بجای $-3.01dB$ به اندازه $-3.05dB$ افت خواهد کرد. اگر فرکانس حد هر دو پایین گذر برابر باشند ($\alpha = 1$) فرکانس حد سیستم $f_h = 0.644f_1$ خواهد بود. بنابراین اگر فرکانس حد شبکه را، با فرکانس حد پایین گذر با فرکانس حد کمتر، یکسان بگیریم، مرتکب خطایی معادل $E_{rel}(f_h) \approx 55.3\%$ شده‌ایم. در ضمن به ازای فرکانس حد f_1 ، بهره $|A|$ بجای $-3.01dB$ به اندازه $-6.02dB$ افت خواهد کرد. بنا بر این چنان که خطای محاسباتی حدود 0.5% مجاز باشد، می‌توان $\alpha = 0.2$ را معادل $\alpha \ll 1$ دانست. حتی اگر خطای محاسباتی فرکانس حد، حدود 10% مجاز باشد؛ $\alpha = 0.3 \ll 1$ نیز قابل قبول است. به همین دلیل هرگاه دو مدار پایین گذر، با فرکانس حد یکی، بیش از $7 - 8$ برابر فرکانس حد دیگری، به واسطه یک منبع وابسته از یک دیگر جدا شده باشند؛ فرکانس حد مجموعه حدوداً برابر فرکانس حد پایین‌تری خواهد بود. اصطلاحاً به فرکانس حد پایین گذر کوچک تر، ”فرکانس غالب“ گویند.

تذکر ۱: مطالب ذکر شده، در مورد تعداد بیشتر از دو پایین گذر نیز صادق است.

تذکر ۲: مطالب ذکر شده، در مورد چند بالا گذر نیز صادق است. البته توجه شود که در این مورد

فرکانس غالب، فرکانس حد بزرگترین بالا گذر است.

تذکر ۳: مطالب ذکر شده، در مورد یک شبکه تشکیل شده از چند بالا گذر و پایین گذر نیز صادق

است. البته توجه شود که در این حالت دو فرکانس حد و در نتیجه دو فرکانس غالب وجود دارد، یک

فرکانس حد بالا گذر، و یک فرکانس حد پایین گذر. مطالب فوق در صورتی صادق هستند که فرکانس

غالب بالا گذرها (f_l) خیلی کمتر از فرکانس غالب پایین گذرها (f_h) باشد ($f_l \ll f_h$). در این

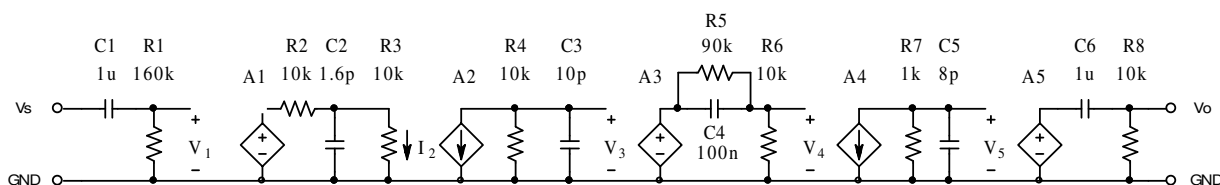
صورت، شبکه یک میان گذر است.

تذکر ۴: برای رسم پاسخ فرکانسی شبکه، مجموع پاسخ فرکانسی تک تک مدارها را بدست می آوریم

(چرا؟).

مثال ۱-۱۴ پاسخ فرکانسی، فرکانس های حد و بهره در فرکانس های میانی مدار شکل ۱-۳۵ را با

فرض $A_1 = 1$ ، $A_2 = 40$ ، $A_3 = 5$ ، $A_4 = 10 \text{ mA/V}$ و $A_5 = 10$ ، بدست آورید.



شکل ۱-۳۵ مدار مثال ۱-۱۴

حل: تابع تبدیل شبکه از رابطه زیر بدست می آید:

$$A(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_s(j\omega)} = \frac{V_o(j\omega)}{V_5(j\omega)} \cdot \frac{V_5(j\omega)}{V_4(j\omega)} \cdot \frac{V_4(j\omega)}{V_3(j\omega)} \cdot \frac{V_3(j\omega)}{V_2(j\omega)} \cdot \frac{V_2(j\omega)}{V_1(j\omega)} \cdot \frac{V_1(j\omega)}{V_s(j\omega)}$$

چنان که ملاحظه می‌شود، شبکه از سه بالا گذر (C1، C4، C6 و المانهای مربوطه) و سه پایین

گذر (C2، C3، C5 و المانهای مربوطه) تشکیل شده است. ثابت زمانی هر کدام از قسمت‌ها:

$$\tau_a = R1 \cdot C1 = 160k\Omega \cdot 1\mu F = 160ms \quad \Rightarrow \quad f_a \approx 1Hz \quad \text{بالا گذرها:}$$

$$\tau_b = (R5 \parallel R6) \cdot C4 = 9k\Omega \cdot 100nF = 900\mu s \quad \Rightarrow \quad f_b \approx 175Hz$$

$$\tau_c = R8 \cdot C6 = 10k\Omega \cdot 1\mu F = 10ms \quad \Rightarrow \quad f_c \approx 16Hz$$

$$f_l = f_b \approx 175Hz \quad \text{و در نتیجه:}$$

$$\tau_d = (R2 \parallel R3) \cdot C2 = 5k\Omega \cdot 1.6pF = 8ns \quad \Rightarrow \quad f_d \approx 20MHz \quad \text{پایین گذرها:}$$

$$\tau_e = R4 \cdot C3 = 10k\Omega \cdot 10pF = 100ns \quad \Rightarrow \quad f_e \approx 1.6MHz$$

$$\tau_f = R7 \cdot C5 = 1k\Omega \cdot 8pF = 8ns \quad \Rightarrow \quad f_f \approx 20MHz$$

$$f_h = f_e \approx 1.6MHz \quad \text{و در نتیجه:}$$

برای فرکانس‌های میانی (A_{mb})، یعنی جایی که خازن‌های بالا گذرها مثل اتصال کوتاه و خازن‌های

پایین گذرها مثل اتصال باز عمل میکنند:

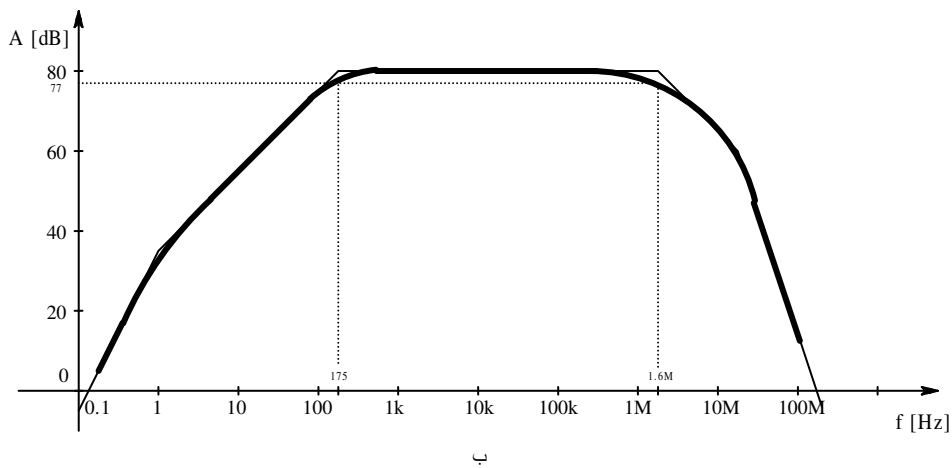
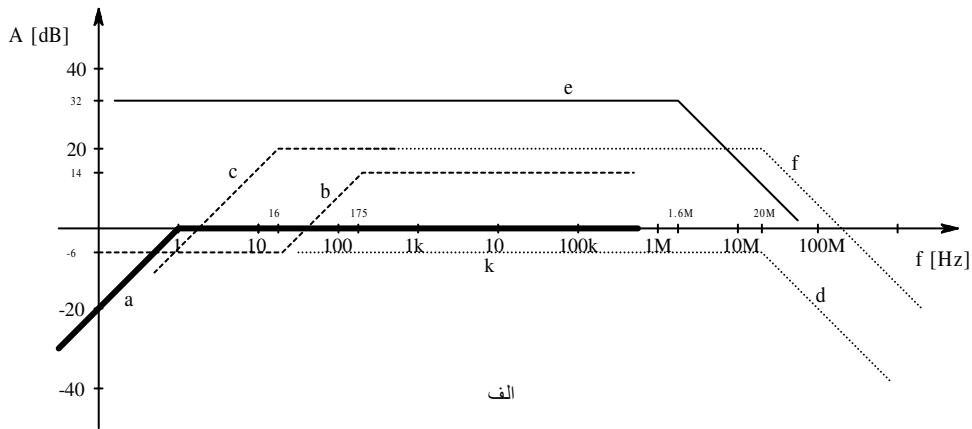
$$|A(j\omega)| = A = \frac{V_o}{V_s} = \frac{V_o}{V_5} \times \frac{V_5}{V_4} \times \frac{V_4}{V_3} \times \frac{V_3}{V_2} \times \frac{V_2}{V_1} \times \frac{V_1}{V_s}$$

$$A_{mb} = A5 \times R7 \cdot A4 \times A3 \times \frac{R4}{R3} \cdot A2 \times \frac{R3}{R3 + R2} \cdot A1$$

$$A_{mb} = 10 \times 1k\Omega \cdot 10mA/V \times 5 \times \frac{10k\Omega}{10k\Omega} \cdot 40 \times \frac{10k\Omega}{10k\Omega + 10k\Omega} \times 1$$

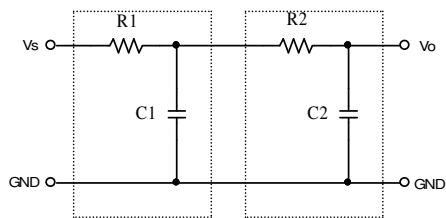
$$A_{mb} = 10 \times 10 \times 5 \times 40 \times 0.5 = 10000 \equiv 80dB$$

بنابراین جواب مسئله: $f_l = 175\text{Hz}$ ، $f_h = 1.6\text{MHz}$ و $A_{mb} = 80\text{dB}$ خواهد بود.



شکل ۱-۳۶ پاسخ فرکانس مدار شکل ۱-۳۵ الف- تک تک طبقات ب- مجموعه سیستم

مثال ۱-۱۵ فرکانس های حد مدار شکل ۱-۳۷ را برای مقادیر خواسته شده بدست آورید.



شکل ۱-۳۷ مدار مثال ۱-۱۵

الف - $R1 = 16k\Omega, C1 = 1nF, R2 = 160k, C2 = 1nF$

ب - $R1 = 160k\Omega, C1 = 1nF, R2 = 16k, C2 = 1nF$

پ - $R1 = 16k\Omega, C1 = 10nF, R2 = 16k, C2 = 1nF$

ت - $R1 = 16k\Omega, C1 = 1nF, R2 = 16k, C2 = 10nF$

حل: این شبکه نیز تشکیل شده است از دو مدار پایین گذر. ولی بر خلاف مثال‌های قبل، دو طبقه توسط یک منبع وابسته از یک دیگر جدا نشده اند. بنابراین باید اثر بار گذاری طبقات را بر روی یک دیگر در نظر گرفت. راه حل کلی بدست آوردن پاسخ فرکانسی چنین شبکه‌هایی، جانشینی خازن‌ها (و سلف‌ها) با راکتانس آنها و استفاده از روش‌های آموخته شده - مثلاً استفاده از قوانین کیرشهف - است. این روش و روش‌های سیستماتیک^۱ دیگر، نسبتاً پیچیده و حل کردن آنها وقت گیر است. در شرایط خاص که مثلاً مانند مثال‌های قبل، فرکانس‌های حد هر کدام از طبقات خیلی با هم تفاوت داشته باشند (معمولاً نسبت ۱۰ برابر، یا بزرگتر) می‌توان به طور تقریبی مدارها را - مانند حالتی که طبقات توسط منابع وابسته از یک دیگر جدا شده بودند - در زمان کوتاهی حل کرد. طبیعتاً در این حالت چون منبع وابسته وجود ندارد، باید اثر بارگذاری طبقات را بر روی هم در نظر گرفت. حال با توجه به مطالب ذکر شده مسئله را به طور تقریبی حل میکنیم. برای مقایسه جواب‌های دقیق داخل پرانتز ذکر شده اند.

$$\tau_1 = R1 \cdot C1 = 16k\Omega \cdot 1nF = 16\mu s \quad \text{الف-}$$

$$\tau_2 = R2 \cdot C2 = 160k\Omega \cdot 1nF = 160\mu s$$

$$\tau_2 \gg \tau_1 \quad \text{در نتیجه:}$$

پس می‌توان از روش تقریبی استفاده کرد. برای در نظر گرفتن اثر بار گذاری طبقات چنین استدلال می‌کنیم:

هر دو طبقه پایین گذر هستند. بنابراین وقتی از فرکانس کم شروع کنیم، هر دو خازن دارای راکتانس زیادی (در مقایسه با مقاومت‌های مربوطه) هستند. به تدریج که فرکانس زیاد می‌شود، چون $C1 = C2$ و $\tau_2 \gg \tau_1$ ، لذا اول پایین گذر $R2C2$ موثر میشود و سپس، در فرکانس‌های بالاتر؛

^۱ ر. ک. به دروس دیگر نظیر درس تئوری مدار.

$R1C1$. از آن جایی که در فرکانس $f_2 = 1/2 \cdot \pi \cdot R2 \cdot C2$ داریم $X_{C2} = R2$ و $X_{C1} = X_{C2} \gg R1$

پس می توان از اثر $C1$ در مقابل $R1$ صرفنظر کرد (آنرا اتصال باز در نظر گرفت) در نتیجه:

$$\tau = (R1 + R2) \cdot C2 = (16k\Omega + 160k\Omega) \cdot 1nF = 176\mu s$$

$$f_h = 1/2 \cdot \pi \cdot \tau \approx 904Hz \approx 900Hz \quad (890.6Hz)$$

$$\tau_1 = R1 \cdot C1 = 160k\Omega \cdot 1nF = 160\mu s$$

ب-

$$\tau_2 = R2 \cdot C2 = 16k\Omega \cdot 1nF = 16\mu s$$

$$\tau_1 \gg \tau_2$$

در نتیجه:

$$R2 \ll X_{C2} = X_{C1} \Rightarrow R2 \rightarrow 0$$

پس اول $R1C1$ موثر می شود

$$\tau = R1 \cdot (C1 \parallel C2) = 160k\Omega \cdot (1nF \parallel 1nF) = 320\mu s$$

بنابراین:

$$f_h = 1/2 \cdot \pi \cdot \tau \approx 497Hz \approx 500Hz \quad (484.8Hz)$$

$$\tau_1 = R1 \cdot C1 = 16k\Omega \cdot 10nF = 160\mu s$$

پ-

$$\tau_2 = R2 \cdot C2 = 16k\Omega \cdot 1nF = 16\mu s$$

$$\tau_1 \gg \tau_2$$

در نتیجه:

$$R2 \ll X_{C2} = X_{C1} \Rightarrow R2 \rightarrow 0$$

پس اول $R1C1$ موثر می شود

$$\tau = R1 \cdot (C1 \parallel C2) = 16k\Omega \cdot (10nF \parallel 1nF) = 176\mu s$$

بنابراین:

$$f_h = 1/2 \cdot \pi \cdot \tau \approx 904Hz \approx 900Hz \quad (890.6Hz)$$

$$\tau_1 = R1 \cdot C1 = 16k\Omega \cdot 1nF = 16\mu s$$

ت-

$$\tau_2 = R2 \cdot C2 = 16k\Omega \cdot 10nF = 160\mu s$$

$$\tau_1 \ll \tau_2$$

در نتیجه:

$$X_{C1} \ll X_{C2} = R2 = R1 \Rightarrow C1 \rightarrow 0$$

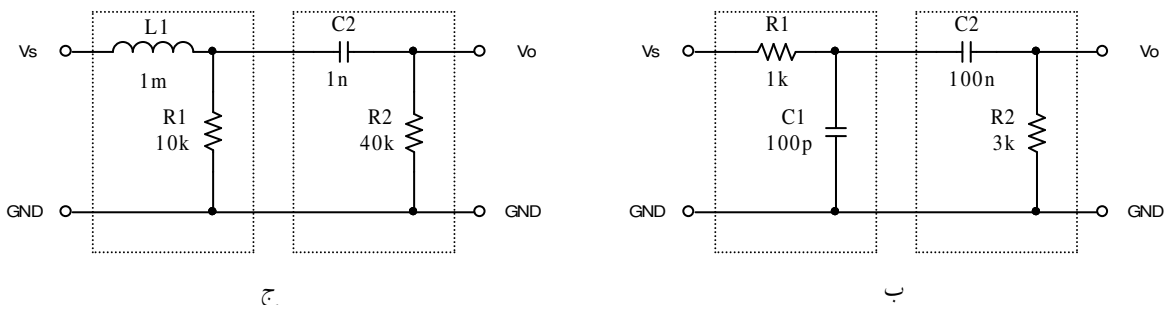
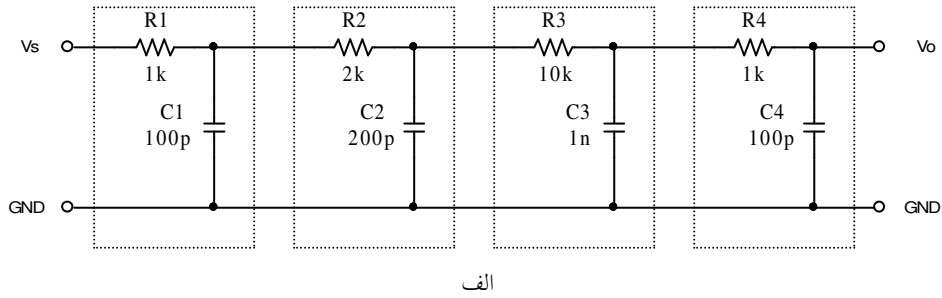
پس اول $R2C2$ موثر میشود

$$\tau = (R1 + R2) \cdot C2 = (16k\Omega + 16k\Omega) \cdot 10nF = 320\mu s$$

$$f_h = 1/2 \cdot \pi \cdot \tau \approx 497Hz \approx 500Hz \quad (484.8Hz)$$

بنابراین:

مثال ۱۶-۱ فرکانس های حد مدارهای شکل ۳۸-۱ را بدست آورید.



شکل ۳۸-۱ مدارهای مثال ۱۶-۱

حل:

الف- این مدار از ۴ طبقه پایین گذر تشکیل شده است:

$$\tau_1 = R1 \cdot C1 = 1k\Omega \cdot 100pF = 100ns$$

$$\tau_2 = R2 \cdot C2 = 2k\Omega \cdot 200pF = 400ns$$

$$\tau_3 = R3 \cdot C3 = 10k\Omega \cdot 1nF = 10\mu s$$

$$\tau_4 = R4 \cdot C4 = 1k\Omega \cdot 100pF = 100ns$$

$$\tau_3 \gg \tau_2 > \tau_1 = \tau_4$$

در نتیجه:

$$C1, C2, R4 \rightarrow 0$$

اول $R3C3$ موثر می شود،

پس:

$$\tau_h = (R1 + R2 + R3) \cdot (C3 \parallel C4) = 13k\Omega \cdot 1.1nF = 14.3\mu s$$

بنابراین:

$$f_h = 1/2 \cdot \pi \cdot \tau_h \approx 11.13kHz \approx 11kHz \quad (10.993kHz)$$

ب- این مدار از یک طبقه پایین گذر یک طبقه بالا گذر تشکیل شده است:

$$\tau_1 = R1 \cdot C1 = 1k\Omega \cdot 100pF = 100ns$$

بالا گذر (τ_2) و پایین گذر (τ_1):

$$\tau_2 = R2 \cdot C2 = 3k\Omega \cdot 100nF = 300\mu s$$
$$\tau_2 \gg \tau_1$$

بنابراین در فرکانس های میانی $C1$ مانند اتصال باز و $C2$ مثل اتصال کوتاه عمل می کند. در فرکانس حد پایین مدار، یعنی هنگامی که $C2$ می خواهد از حالت اتصال کوتاه بودن به سمت حالت اتصال باز بودن میل کند، خازن $C1$ مسلماً هنوز مانند اتصال باز عمل می کند. همچنین در فرکانس حد بالای مدار، یعنی هنگامی که $C1$ می خواهد از حالت اتصال باز بودن به سمت حالت اتصال کوتاه بودن میل کند، خازن $C2$ مسلماً هنوز مانند اتصال کوتاه عمل می کند. لذا در هر کدام از فرکانس های حد فقط یکی از خازن ها موثر بوده:

$$\tau_l = (R1 + R2) \cdot C2 = 4k\Omega \cdot 100nF = 400\mu s$$
$$f_l = 1/2 \cdot \pi \cdot \tau_l \approx 397.9Hz \approx 400Hz \quad (397.7Hz)$$
$$\tau_h = (R1 \parallel R2) \cdot C1 = 0.75k\Omega \cdot 100pF = 75ns$$
$$f_h = 1/2 \cdot \pi \cdot \tau_h \approx 2.122MHz \approx 2.1MHz \quad (2.123MHz)$$

ج- این مدار نیز از یک طبقه پایین گذر یک طبقه بالا گذر تشکیل شده است:

$$\tau_1 = L1 / R1 = 1mH / 10k\Omega = 100ns$$

بالا گذر (τ_2) و پایین گذر (τ_1):

$$\tau_2 = R2 \cdot C2 = 40k\Omega \cdot 1nF = 40\mu s$$
$$\tau_2 \gg \tau_1$$

بنابراین در فرکانس های میانی $L1$ و $C2$ مانند اتصال کوتاه عمل می کنند. در فرکانس حد پایین مدار، یعنی هنگامی که $C2$ می خواهد از حالت اتصال کوتاه بودن به سمت حالت اتصال باز بودن میل کند، سلف $L1$ مسلماً هنوز مانند اتصال کوتاه عمل می کند. همچنین در فرکانس حد بالای مدار، یعنی هنگامی که $L1$ می خواهد از حالت اتصال کوتاه بودن به سمت حالت اتصال باز بودن میل کند، خازن $C2$ مسلماً هنوز مانند اتصال کوتاه عمل می کند. لذا در فرکانس حد پایین فقط خازن و در فرکانس حد بالا فقط سلف موثر بوده:

$$\begin{aligned} \tau_l &= R2 \cdot C2 = 40k\Omega \cdot 1nF = 40\mu s \\ f_l &= 1/2 \cdot \pi \cdot \tau_l \approx 3.979kHz \approx 4kHz && (3.977kHz) \\ \tau_h &= L1 / (R1 \parallel R2) = 1mH / 8k\Omega = 0.125\mu s \\ f_h &= 1/2 \cdot \pi \cdot \tau_h \approx 1.273MHz \approx 1.3MHz && (1.274MHz) \end{aligned}$$

۱-۵ تقویت کننده ها

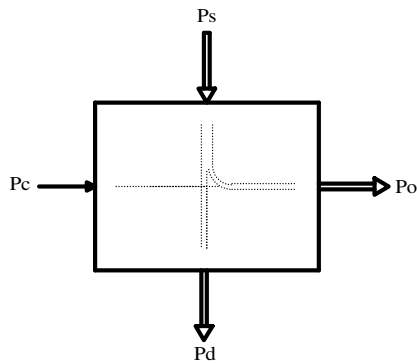
در بعضی مواقع نیاز است توان یک منبع سیگنال چند برابر شود. برای این منظور سیستم‌هایی می‌سازند که به آنها تقویت کننده^۱ گویند. بنا به تعریف یک تقویت کننده سیستمی است که توان به عبارت دیگر انرژی را تقویت، یعنی چند برابر، می‌کند. آیا این تعریف با اصل بقای انرژی در تضاد نیست؟

فرض کنید سوار اتوموبیل هستید و رانندگی می‌کنید. توان پاهای شما که بر روی پدال‌های گاز و ترمز فشار می‌آورد سرعت (توان) اتوموبیل را کنترل می‌کند. با فرض این که توان پای شما که به پدال اعمال می‌شود ده وات و توان اتوموبیل شما ۵۰ کیلو وات باشد، توان پای شما ۵ هزار برابر موثر شده است! و اگر به عنوان خلبان ایرباس دست شما با توان یک وات، توان هواپیما را یک مگا وات تغییر دهد، یک ضریب تقویت یک میلیون برابر خواهیم داشت! آیا این مثال‌ها اصل بقای انرژی را نقض نمی‌کنند؟ مسلماً خیر! ما در زندگی روزمره خود با هزاران مثال از این قبل مواجه می‌شویم. بنابراین یک اتوموبیل یا یک هواپیما را می‌توان به عنوان یک تقویت کننده در نظر گرفت. آیا یک دوچرخه یک تقویت کننده است؟ یک جک دستی یا یک جک روغنی چگونه؟

اتوموبیل، هواپیما، ... را می‌توان به عنوان تقویت کننده های مکانیکی در نظر گرفت. انواع تقویت کننده های دیگر از قبیل مغناطیسی، نوری، الکترونیکی و غیره وجود دارد که طبیعتاً ما خود را به بررسی تقویت کننده های الکترونیکی محدود می‌کنیم.

¹ Amplifier

شکل ۱-۳۹ کلیات یک تقویت کننده را به طور نمادین نمایش می دهد. یک تقویت کننده عملاً یک



شکل ۱-۳۹ کلیات یک تقویت کننده

کنترل کننده است؛ که توسط توان اعمال شده، P_c (مثلاً

توان منتقل شده از پا به پدال) توان یک منبع انرژی، P_s

(مثلاً بنزین) را به خروجی، P_o (چرخ‌ها) منتقل می کند. در

این مثال موتور نقش تقویت کننده را ایفا میکند. (جعبه دنده

(گیربکس) چه نقشی دارد؟). طبیعتاً هر سیستم واقعی

تلفاتی نیز در بر دارد؛ P_d ، که به صورت غیر مفید (اکثراً به

صورت حرارت) از سیستم خارج می شود. بنابراین مجموعه انرژی‌های وارد شده به سیستم با مجموعه

انرژی‌های خارج شده از آن برابر است؛ اصل بقای انرژی!

$$P_s + P_c = P_o + P_d \quad (1-54)$$

در این رابطه حرف P مبین توان^۱ و اندیس‌های s منبع^۲، c کنترل^۳، o خروجی^۴ و d تلفات^۵ می

باشند. در الکترونیک گاهی اوقات از نمادهای دیگر استفاده می شود، که در جای خود به آن اشاره می

کنیم.

بنا به تعریف بهره توان^۶ و راندمان^۷ یک تقویت کننده به ترتیب از روابط (۱-۵۵) و (۱-۵۶) بدست

می آیند.

Power^۱
Supply^۲
Control^۳
Output^۴
Dissipation^۵
Power Gain, ضربت تقویت توان^۶
Efficiency^۷

$$A_p = \frac{P_o}{P_c} \quad (55-1)$$

$$\eta = \frac{P_o}{P_c + P_s} \approx \frac{P_o}{P_s} \quad (56-1)$$

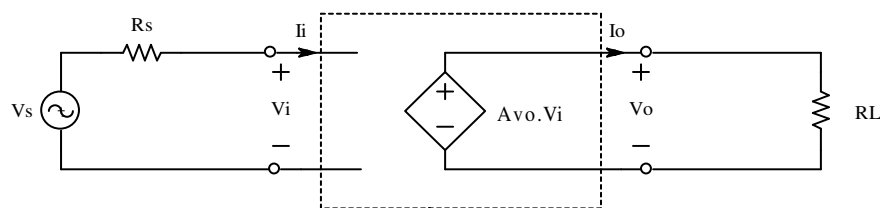
تا کنون بطور کلی تقویت کننده ها را بررسی کردیم، از این پس مطالب را محدود به تقویت کننده های الکترونیکی میکنیم. همانطور که می دانیم توان الکتریکی از منابع ولتاژ یا جریان بدست می آید. چون توان خروجی یک تقویت کننده از توان ورودیش باید بیشتر باشد، لذا تقویت کننده ها را فقط بکمک عناصر فعال می توان ساخت. و از آنجایی که باید بتوان توان خروجی را کنترل کرد لذا این منابع باید کنترل شونده^۱ باشند.

Controlled Sources, Dependent Sources¹

۱-۵-۱ مدل‌های تقویت کننده ها

با توضیحات بالا به این نتیجه می‌رسیم که چهار نوع تقویت کننده الکترونیکی وجود دارد؛ به عبارت دیگر چهار مدل می‌توان برای یک تقویت کننده الکترونیکی در نظر گرفت (چهار نوع منبع وابسته وجود دارد):

- **تقویت کننده ولتاژ^۱:** سیگنال‌های ورودی و خروجی این تقویت کننده هر دو کمیت ولتاژ را دارند. در حالت ایده‌آل این تقویت کننده را می‌توان بکمک یک منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ^۲ مدل کرد. بلوک دیاگرام شکل ۱-۳۹، برای این تقویت کننده به صورت مدار شکل ۱-۴۰ در می‌آید.



شکل ۱-۴۰ یک تقویت کننده ولتاژ ایده‌آل

توجه شود که چون ماهیت سیگنال ورودی ولتاژ است، از مدار معادل تونن برای نمایش منبع استفاده شده است. در این شکل P_s و P_d نمایش داده نشده‌اند زیرا در وهله اول رفتار تقویت کننده نسبت به سیگنال مهم است. در مدارهای الکترونیکی منبع توان معمولاً با P_{CC} نشان داده می‌شود. از آنجایی که انرژی الکتریکی اصولاً توسط منابع ولتاژ تامین می‌گردد، هر جا که نیاز باشد، منبع تغذیه را با V_{Batt} ، V_{Supp} ، V_{DD} ، V_{CC} و غیره نمایش می‌دهند. به جای P_c از P_i ، P_{in} به عبارت دیگر برای

¹ Voltage Amplifier
² VCVS: Voltage Controlled Voltage Source

تقویت کننده ولتاژ، چون ماهیت سیگنال ورودی کمیت ولتاژ را دارا است، از v_i استفاده می‌شود. ولتاژ

منبع سیگنال را هم با v_s نمایش می‌دهند. بنا به تعریف بهره ولتاژ^۱ تقویت کننده عبارت است از:

$$A_{v_o} \equiv \frac{v_o}{v_i} \quad (57-1)$$

در قبال آن بهره ولتاژ مدار عبارت است از:

$$A_{v_s} \equiv \frac{v_o}{v_s} \quad (58-1)$$

که برای تقویت کننده ایده‌آل $v_i = v_s$ (چرا؟) و در نتیجه:

$$A_{v_s} = A_{v_o} \quad (59-1)$$

مقاومت ورودی تقویت کننده:

$$R_i \equiv \frac{v_i}{i_i} \rightarrow \infty \quad (60-1)$$

و مقاومت خروجی آن:

$$R_o \equiv \frac{v_o}{i_o} \rightarrow 0 \quad (61-1)$$

بنابراین برای یک تقویت کننده ولتاژ ایده‌آل، بهره جریان:

$$A_{i_s} \equiv \frac{i_o}{i_s} \rightarrow \infty \quad (62-1)$$

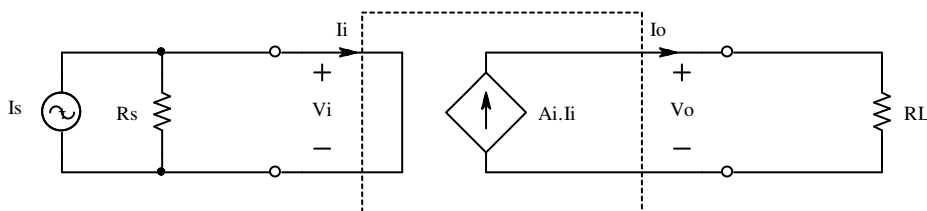
و بهره توان:

$$A_{p_s} \equiv \frac{p_o}{p_s} \rightarrow \infty \quad (63-1)$$

خواهد بود (چرا؟).

¹ Voltage Gain

• تقویت کننده جریان^۱: سیگنال‌های ورودی و خروجی این تقویت کننده هر دو کمیت جریان را دارند. در حالت ایده‌آل این تقویت کننده را می‌توان بکمک یک منبع جریان وابسته به جریان^۲ مدل کرد. برای این تقویت کننده، منبع سیگنال توسط مدار معادل نورتن مدل می‌شود. سایر مشخصات مشابه مشخصات تقویت کننده ولتاژ بدست می‌آیند.



شکل ۱-۴۱ یک تقویت کننده جریان ایده‌آل

بنا به تعریف بهره جریان^۳ تقویت کننده عبارت است از:

$$A_i \equiv \frac{i_o}{i_i} \quad (64-1)$$

در قبال آن بهره جریان مدار عبارت است از:

$$A_{i_s} \equiv \frac{i_o}{i_s} \quad (65-1)$$

که برای تقویت کننده ایده‌آل $i_i = i_s$ (چرا؟) و در نتیجه:

$$A_{i_s} \equiv A_i \quad (66-1)$$

مقاومت ورودی تقویت کننده:

$$R_i \equiv \frac{v_i}{i_i} \rightarrow 0 \quad (67-1)$$

و مقاومت خروجی آن:

Current Amplifier¹
 CCCS: Current Controlled Current Source²
 Current Gain³

$$R_o \equiv \frac{v_o}{i_o} \rightarrow \infty \quad (68-1)$$

بنابراین برای یک تقویت کننده جریان ایده‌آل، بهره ولتاژ:

$$A_{v_s} \equiv \frac{v_o}{v_s} \rightarrow \infty \quad (69-1)$$

و بهره توان:

$$A_{p_s} \equiv \frac{P_o}{P_s} \rightarrow \infty \quad (70-1)$$

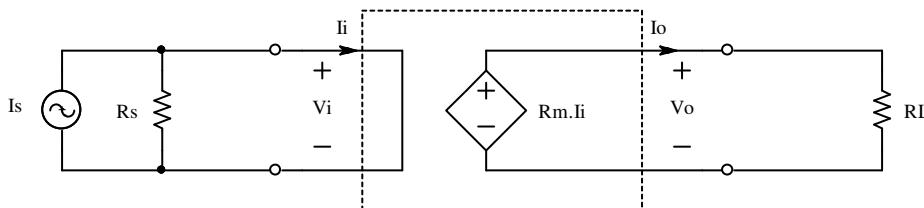
خواهد بود (چرا؟).

• **تقویت کننده مقاومت انتقالی^۱:** سیگنال ورودی این تقویت کننده کمیت جریان و سیگنال

خروجی آن کمیت ولتاژ را دارد. در حالت ایده‌آل این تقویت کننده را می‌توان بکمک یک منبع ولتاژ

وابسته به جریان^۲ مدل کرد. برای این تقویت کننده، منبع سیگنال توسط مدار معادل نورتن مدل می‌شود.

سایر مشخصات مشابه مشخصات تقویت کننده ولتاژ بدست می‌آیند.



شکل ۴۲-۱ یک تقویت کننده ترا مقاومتی ایده‌آل

بنا به تعریف بهره مقاومت انتقالی یا مقاومت تقابلی^۳ تقویت کننده عبارت است از:

^۱ تقویت کننده ترامقاومتی Transresistance Amplifier

^۲ CCVS: Current Controlled Voltage Source

^۳ Transresistance Gain, Mutual-Resistance Gain

$$R_m \equiv \frac{v_o}{i_i} \quad (71-1)$$

در قبال آن بهره مدار عبارت است از:

$$R_{m_s} \equiv \frac{v_o}{i_s} \quad (72-1)$$

که برای تقویت کننده ایده آل $i_i = i_s$ (چرا؟) و در نتیجه:

$$R_{m_s} \equiv R_m \quad (73-1)$$

مقاومت ورودی تقویت کننده:

$$R_i \equiv \frac{v_i}{i_i} \rightarrow 0 \quad (74-1)$$

و مقاومت خروجی آن:

$$R_o \equiv \frac{v_o}{i_o} \rightarrow 0 \quad (75-1)$$

بنابراین برای این تقویت کننده در حالت ایده آل، بهره ولتاژ:

$$A_{v_s} \equiv \frac{v_o}{v_s} \rightarrow \infty \quad (76-1)$$

و بهره توان:

$$A_{p_s} \equiv \frac{p_o}{p_s} \rightarrow \infty \quad (77-1)$$

خواهد بود (چرا؟).

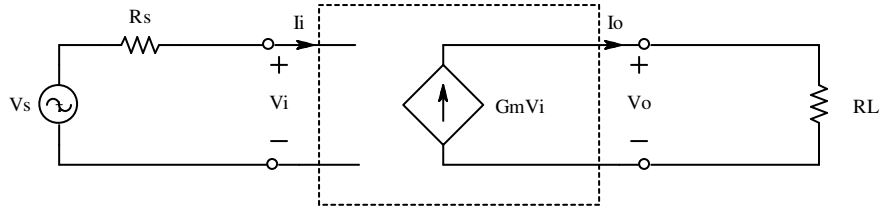
• **تقویت کننده هدایت انتقالی¹:** سیگنال ورودی این تقویت کننده کمیت ولتاژ و سیگنال

خروجی آن کمیت جریان را دارد. در حالت ایده آل این تقویت کننده را می توان بکمک یک منبع جریان

¹ تقویت کننده ترانسانایی، Trans-Conductance Amplifier

وابسته به ولتاژ^۱ مدل کرد. برای این تقویت کننده، منبع سیگنال توسط مدار معادل تونن مدل می شود.

سایر مشخصات مشابه مشخصات تقویت کننده ولتاژ بدست می آیند.



شکل ۴۳-۱ یک تقویت کننده ترا رسانایی ایده آل

بنا به تعریف بهره هدایت انتقالی یا هدایت تقابلی^۲ تقویت کننده عبارت است از:

$$G_m \equiv \frac{i_o}{v_i} \quad (78-1)$$

در قبال آن بهره مدار عبارت است از:

$$G_{m_s} \equiv \frac{i_o}{v_s} \quad (79-1)$$

که برای تقویت کننده ایده آل $i_i = i_s$ (چرا؟) و در نتیجه:

$$G_{m_s} \equiv G_m \quad (80-1)$$

مقاومت ورودی تقویت کننده:

$$R_i \equiv \frac{v_i}{i_i} \rightarrow \infty \quad (81-1)$$

و مقاومت خروجی آن:

$$R_o \equiv \frac{v_o}{i_o} \rightarrow \infty \quad (82-1)$$

بنابراین برای این تقویت کننده در حالت ایده آل، بهره جریان:

¹ VCCS: Voltage Controlled Current Source
² Trans-Conductance Gain, Mutual-Conductance Gain

$$A_{i_s} \equiv \frac{i_o}{i_s} \rightarrow \infty$$

(۸۳-۱)

و بهره توان:

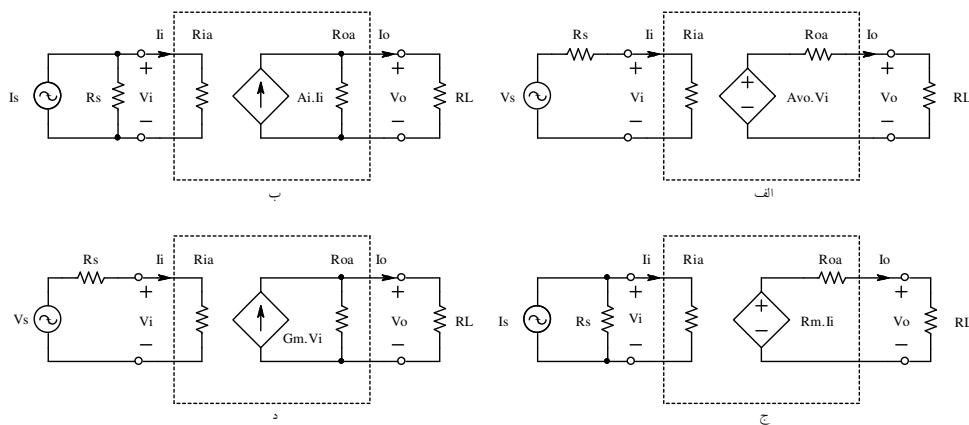
$$A_{p_s} \equiv \frac{p_o}{p_s} \rightarrow \infty$$

(۸۴-۱)

خواهد بود (چرا؟).

۱-۵-۲ مشخصات تقویت کننده های واقعی

همانطور که می دانیم، در دنیای واقعی صفر و بینهایت وجود ندارد! بنابراین مقاومت های ورودی و خروجی تقویت کننده ها مقادیری محدود می باشند. از طرف دیگر پارامترهای تقویت کننده ها (بهره، مقاومت های ورودی و خروجی) مقادیر ثابتی نیستند؛ بلکه تابعی از فرکانس، دما، ولتاژ منبع تغذیه و نقطه کار (سیستم غیر خطی)، ... در شکل ۱-۴۴ اثر مقاومت ورودی و مقاومت خروجی تقویت کننده های واقعی در نظر گرفته شده اند. سایر پارامترهای تقویت کننده های واقعی فعلاً مورد نظر ما نیستند.



شکل ۱-۴۴ تقویت کننده های غیر ایده آل. الف: ولتاژ، ب: جریان، ج: ترامقاومتی و د: ترانسانایی

مثال ۱-۱۷ بهره ولتاژ یک تقویت کننده با مقاومت ورودی $R_{ia} = 1k\Omega$ و مقاومت خروجی

$R_{oa} = 4\Omega$ را طوری بدست آورید که سیگنال یک منبع ولتاژ سینوسی با نیروی محرکه $V_{sp} = 2mV$ و

مقاومت داخلی $R_s = 240\Omega$ را تقویت کرده، بر روی مقاومت بار $R_L = 8\Omega$ توان $P_L = 250mW$ را

منتقل نماید.

حل: چون تقویت کننده، یک تقویت کننده ولتاژ است، از مدل شکل ۱-۴۴ الف استفاده می کنیم.

با توجه به رابطه تقسیم ولتاژ در ورودی و خروجی، بهره مدار:

$$A_{v_s} \equiv \frac{v_o}{v_s} = \frac{R_{ia}}{R_{ia} + R_s} \times A_{v_o} \times \frac{R_L}{R_L + R_{oa}}$$

$$A_{v_o} = \frac{R_{ia} + R_s}{R_{ia}} \times A_{v_s} \times \frac{R_L + R_{oa}}{R_L} \quad \text{و از آن جا:}$$

$$\text{چون } P_L = \frac{V_{Lp}^2}{2 \cdot R_L}, \quad V_{op} = V_{Lp} = \sqrt{2P_L R_L} = 2V, \quad \text{و } A_{v_s} = \frac{v_o}{v_s} = \frac{2V}{2mV} = 1000 \text{ بدست می آید. با}$$

توجه به مقادیر فوق:

$$A_{v_o} = \frac{1k\Omega + 240\Omega}{1k\Omega} \times 1000 \times \frac{8\Omega + 4\Omega}{8\Omega} = 1860$$

مثال ۱-۱۸ در صورتی که در مدار شکل ۱-۴۴ د، $R_L = 10k\Omega$ ، $R_s = 100k\Omega$ و مشخصات

تقویت کننده: $G_m = 10mA/V$ ، $R_{oa} = 40k\Omega$ و $R_{ia} = 300k\Omega$ فرض شوند، مطلوبست محاسبه

مشخصات مدار (بهره ولتاژ، بهره جریان، بهره توان، مقاومت ورودی مدار از دید منبع سیگنال و مقاومت

خروجی مدار از دید دو سر بار).

حل:

$$R_i = R_s + R_{ia} = 400k\Omega \quad \text{از دید منبع، مقاومت ها سری هستند، لذا:}$$

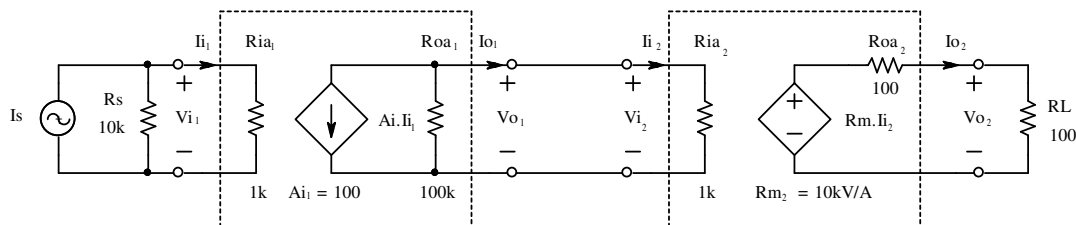
$$R_o = R_L \parallel R_{oa} = 8k\Omega \quad \text{از دید بار، مقاومت ها موازی هستند، لذا:}$$

$$A_{v_s} \equiv \frac{v_o}{v_s} = G_m \cdot R_o \cdot \frac{R_{ia}}{R_i} = 10mA/V \cdot 8k\Omega \cdot \frac{300k\Omega}{400k\Omega} = 60 \quad \text{بهره ولتاژ:}$$

$$A_{i_s} \equiv \frac{i_o}{i_s} = \frac{v_o/R_L}{v_s/R_i} = A_{v_s} \cdot \frac{R_i}{R_L} = 60 \cdot \frac{400k\Omega}{10k\Omega} = 2400 \quad \text{بهره جریان:}$$

$$A_p \equiv \frac{P_o}{P_s} = \frac{v_o \cdot i_o}{v_s \cdot i_s} = A_{v_s} \cdot A_{i_s} = 144000 \quad \text{بهره توان:}$$

مثال ۱-۱۹ مشخصات مدار شکل ۱-۴۵ را بدست آورید.



شکل ۱-۴۵ مدار یک تقویت کننده دو طبقه

حل: این مدار یک تقویت کننده دو طبقه است. طبقه اول یک تقویت کننده جریان با بهره

$A_{i_1} = 100$ و طبقه دوم یک تقویت کننده ترامقاومتی با بهره $R_{m_2} = 10000 \text{ V/A}$ می باشد.

$$R_i = R_s \parallel R_{ia_1} = 10k\Omega \parallel 1k\Omega \approx 910\Omega \quad \text{مقاومت از دید منبع:}$$

$$R_o = R_L \parallel R_{oa_2} = 100\Omega \parallel 100\Omega = 50\Omega \quad \text{مقاومت از دید بار:}$$

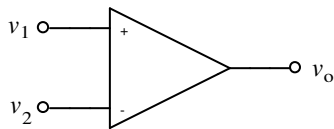
$$\left. \begin{aligned} A_{v_s} &\equiv \frac{v_o}{v_s} = \frac{v_{o2}}{v_{i2}} \times \frac{v_{o1}}{v_{i1}} \\ \frac{v_{o2}}{v_{i2}} &= \frac{R_{m_2} \cdot I_{i_2} \cdot R_L / (R_L + R_{oa_2})}{I_{i_2} \cdot R_{ia_2}} = 5 \\ \frac{v_{o1}}{v_{i1}} &= \frac{-A_{i_1} \cdot I_{i_1} \cdot (R_{oa_1} \parallel R_{ia_2})}{I_{i_1} \cdot R_{ia_1}} \approx -99 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_{v_s} \approx -500 \quad \text{بهره ولتاژ:}$$

$$A_{i_s} \equiv \frac{I_o}{I_s} = \frac{V_o / R_L}{V_i / R_i} = A_{v_s} \cdot \frac{R_i}{R_L} \approx -500 \times 9.1 \approx -4500 \quad \text{بهره جریان:}$$

$$A_{p_s} \equiv \frac{P_o}{P_s} = A_{v_s} \cdot A_{i_s} \approx 500 \cdot 4500 = 2250000 \quad \text{بهره توان:}$$

۳-۵-۱ تقویت کننده عملیاتی

یک تقویت کننده عملیاتی یا آپ امپ^۱ یک تقویت کننده ولتاژ است که عمدتاً دارای دو ورودی و



شکل ۴۶-۱ نماد آپ امپ

یک خروجی سیگنال می‌باشد. شکل ۴۶-۱ نماد آپ امپ را نمایش

می‌دهد. در حالت ایده‌آل، ولتاژ خروجی با ولتاژ یکی از ورودی‌ها

هم فاز است، به این ورودی، ورودی غیر معکوس^۲ (نا وارون)

گویند و آنرا با علامت "+" نمایش می‌دهند. ولتاژ خروجی با ولتاژ ورودی دیگر ۱۸۰ درجه اختلاف فاز

دارد. به این ورودی، ورودی معکوس^۳ (وارون) گویند و آنرا با علامت "-" نشان می‌دهند. بدیهی است

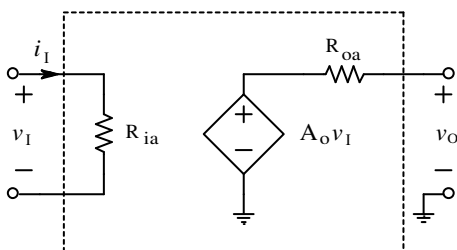
که آپ امپ - مانند هر تقویت کننده دیگر - نیاز به منبع تغذیه ($\pm V_{CC}$) دارد که در اغلب مدارها به

جهت سادگی آنها را نمایش نمی‌دهند، مگر این که برای تعیین سیگنال مهم باشند.

اگر بهره ولتاژ آپ امپ را A_o بنامیم خواهیم داشت:

$$v_o = A_o(v_1 - v_2) = A_o v_I \quad (۸۵-۱)$$

در شکل ۴۷-۱ مدار معادل ساده شده‌ی خطی یک آپ امپ نمایش داده شده است. چنان که



شکل ۴۷-۱ مدل ساده شده آپ امپ

ملاحظه می‌شود، مدل یک آپ امپ یک تقویت کننده

ولتاژ است. برای یک آپ امپ ایده‌آل:

$$A_o \rightarrow \infty \quad R_{ia} \rightarrow \infty \quad R_{oa} \rightarrow 0$$

برای آپ امپ های واقعی: $A_o = 10^3 \dots 10^7$ ،

$$R_{oa} = 1 \dots 10^3 \Omega \quad \text{و} \quad R_{ia} = 10^4 \dots 10^{15} \Omega$$

Op-Amp, OPA: Operational Amplifier¹
Non-Inverting Input²
Inverting Input³

که A_o ، بهره حلقه باز (در فرکانس صفر)؛ R_{ia} ، مقاومت ورودی و R_{oa} ، مقاومت خروجی آپ امپ می‌باشد. مشخصات آپ امپ واقعی وابسته به مقدار منبع ولتاژ، فرکانس سیگنال، دما، ... است.

آپ امپ‌ها در کارهای تحقیقاتی و صنعتی کاربردهای بسیاری دارند. آپ امپ را می‌توان سنگ بنای اکثر مدارهای آنالوگ دانست. همانطور که از نام تقویت کننده عملیاتی بر می‌آید، بکمک این المان و عناصر جانبی، می‌توان عملیات ریاضی را بصورت الکترونیکی، پیاده سازی کرد. در این بخش می‌خواهیم از تقویت کننده عملیاتی فقط به عنوان یک ضرب کننده در یک عدد ثابت - یعنی یک تقویت کننده خطی - استفاده کنیم.

کار اصلی یک تقویت کننده عملیاتی - همانطور که از نام آن بر می‌آید - تقویت کردن سیگنال‌ها است. ولی همانطور که ذکر شد، بعلت زیاد بودن بهره یک تقویت کننده عملیاتی (در حالت ایده‌آل $A_o \rightarrow \infty$)، هر قدر هم که دامنه سیگنال ورودی کوچک باشد، باز هم ولتاژ خروجی، فقط دو حالت $+V_{CC}$ یا $-V_{CC}$ را می‌تواند اتخاذ نماید¹. بعبارت دیگر آپ امپ همواره در حالت اشباع خواهد بود (تقویت کننده غیر خطی). برای این که بتوان یک آپ امپ را بعنوان تقویت کننده خطی به کار برد، باید بکمک مدارهای جانبی و فیدبک کردن آپ امپ²، ناحیه خطی مدار تقویت کننده را افزایش داد. برای این منظور سه مدار استاندارد وجود دارد که در زیر به بررسی آنها می‌پردازیم. توجه کنید که در بررسیهای خود، برای سهولت درک مطالب، مدل ایده‌آل آپ امپ را مدنظر قرار می‌دهیم، یعنی یک منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ با بهره بینهایت!

¹ تذکر مهم: به ازای $v_1 > v_2$ ، $v_I = v_1 - v_2 > 0$ بوده، از لحاظ ریاضی $v_o = A_o \cdot v_I = +\infty$ بعبارت دیگر به ازای $v_1 < v_2$ $v_o = A_o \cdot v_I = -\infty$ خواهد بود. ولی از آنجایی که خروجی آپ امپ - مانند هر تقویت کننده دیگری که در خروجی فاقد ترانسفورماتور باشد - نمی‌تواند از محدوده $-V_{CC} \dots +V_{CC}$ تجاوز نماید، در حالت ایده‌آل خروجی به این دو حد، محدود و تقویت کننده از حالت خطی خارج شده، $A_o < \infty$ می‌شود!

² فیدبک (Feedback) کردن یا پس خوردن یعنی مقداری از سیگنال خروجی را به ورودی برگردانیدن. برای اطلاعات بیشتر به فصل ۳ یا مراجع مربوطه رجوع نمایید.

• تقویت کننده معکوس

شکل ۱-۴۸ مدار و مشخصه انتقالی یک تقویت کننده معکوس^۱ (وارون ساز) را نمایش می‌دهد. برای

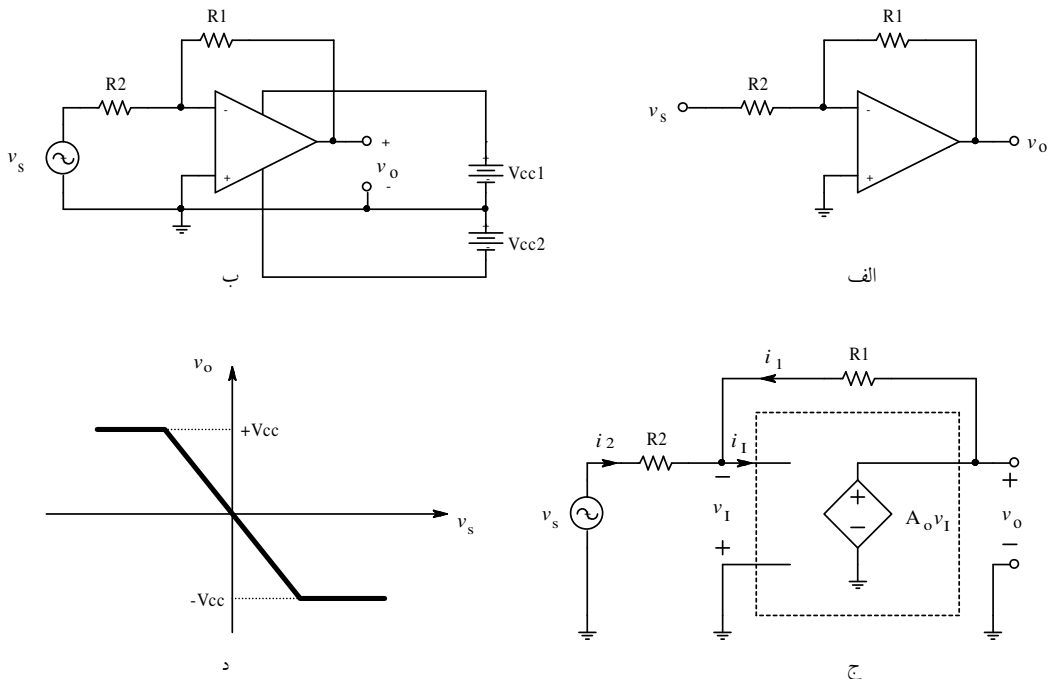
بدست آوردن مشخصات تقویت کننده (A_{v_s} ، R_i و R_o)، مدار شکل ۱-۴۸ ج را در نظر می‌گیریم. با

توجه به این واقعیت که اگر تقویت کننده اشباع نشده باشد، یعنی $-V_{CC2} < v_o < +V_{CC1}$ داریم:

$$v_o = A_o \cdot v_I \Rightarrow v_I = \frac{v_o \neq \infty}{A_o \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (۱۶-۱)$$

و:

$$i_I = \frac{v_I \rightarrow 0}{R_i \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (۱۷-۱)$$



شکل ۱-۴۸ تقویت کننده معکوس الف- مدار ب- نحوه پیاده سازی ج- مدار معادل د- مشخصه انتقالی

بنابراین برای یک آپ امپ ایده آل فیدبک شده^۱، تا زمانی که اشباع نشده باشد: $v_I = 0$ و $i_I = 0$. در این حالت، به ورودی معکوس زمین مجازی^۲ گویند؛ زیرا با وجود این که این پایه با زمین هم پتانسیل است، ولی به علت این که جریان گذرنده از آن صفر می باشد، مثل مدار باز عمل میکند و زمین حقیقی نیست!

محاسبه بهره ولتاژ مدار: بنا به تعریف: $A_{v_s} \equiv \frac{v_o}{v_s}$. با استفاده از KVL و KCL در مدار شکل ۱-۱

۴۸ ج:

$$\left. \begin{array}{l} v_o = i_1 \cdot R_1 \\ v_s = i_2 \cdot R_2 \\ i_1 + i_2 = i_1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow A_{v_s} = -\frac{R_1}{R_2} \quad (۸۸-۱)$$

بنابراین تا زمانی که $|v_s| < \left| \frac{V_{CC}}{A_{v_s}} \right|$ باشد، تقویت کننده در ناحیه خطی بوده روابط فوق صادقند. در

غیر اینصورت تقویت کننده به اشباع رفته، $A_o < \infty$ و در نتیجه $|v_I| > 0$ خواهد بود.

محاسبه مقاومت ورودی: بنا به تعریف: $R_i \equiv \frac{v_s}{i_s} \Big|_{i_o=0}$ و از شکل ۱-۴۸ ج:

$$i_s = i_2 = \frac{v_s - v_i}{R_2} = \frac{v_s}{R_2} \Rightarrow R_i = R_2 \quad (۸۹-۱)$$

طبیعتاً این رابطه نیز فقط در صورتی صادق است که تقویت کننده اشباع نشده باشد.

^۱ در این فصل منظور ما از فیدبک، "فیدبک منفی" است. با تفاوت میان فیدبک منفی و مثبت در فصل ۳ آشنا می شوید.

^۲ Virtual Ground

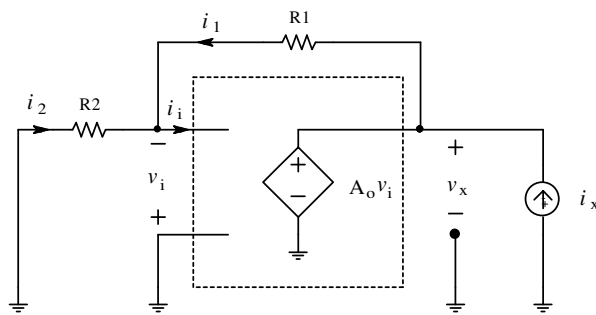
محاسبه مقاومت خروجی: بنا به تعریف مقاومت خروجی: $R_o \equiv \frac{v_o}{i_o} \Big|_{v_s=0}$ در این صورت چون

$v_s = 0$ در نتیجه $v_o = 0$ و همچنین $i_o = 0$ پس: $R_o = \frac{0}{0}$ ، مبهم بوده مقاومت خروجی غیر قابل

محاسبه میشود. برای رفع این مشکل یک منبع مستقل خارجی (v_x یا i_x) به خروجی اعمال کرده، اثر

آنرا بر مدار، (v_x یا i_x) اندازه گیری (محاسبه) می نمایند. در این صورت: $R_o \equiv \frac{v_x}{i_x} \Big|_{v_s=0}$

شکل ۴۹-۱ نحوه محاسبه R_o را نمایش میدهد. از آنجایی که دو منبع ولتاژ را نمی توان با هم



شکل ۴۹-۱ مدار معادل برای محاسبه مقاومت خروجی

موازی کرد (چرا؟)، منبع خارجی در این

حالت باید یک منبع جریان باشد. پس منبع

خارجی یک منبع جریان، با جریان i_x انتخاب

و به مدار اعمال میشود. بعلت این که هرگاه

یک منبع جریان با یک منبع ولتاژ موازی قرار

گیرد، ولتاژ خروجی توسط منبع ولتاژ مشخص میشود (چرا؟) و در این حالت: $v_x = v_o = A_{v_s} v_s = 0$

است، بنابراین:

$$R_o = \frac{v_x \rightarrow 0}{i_x > 0} \rightarrow 0 \quad (90-1)$$

از روابط (۸۸-۱) تا (۹۰-۱) مشخصات یک تقویت کننده معکوس با یک آپ امپ ایده آل در ناحیه

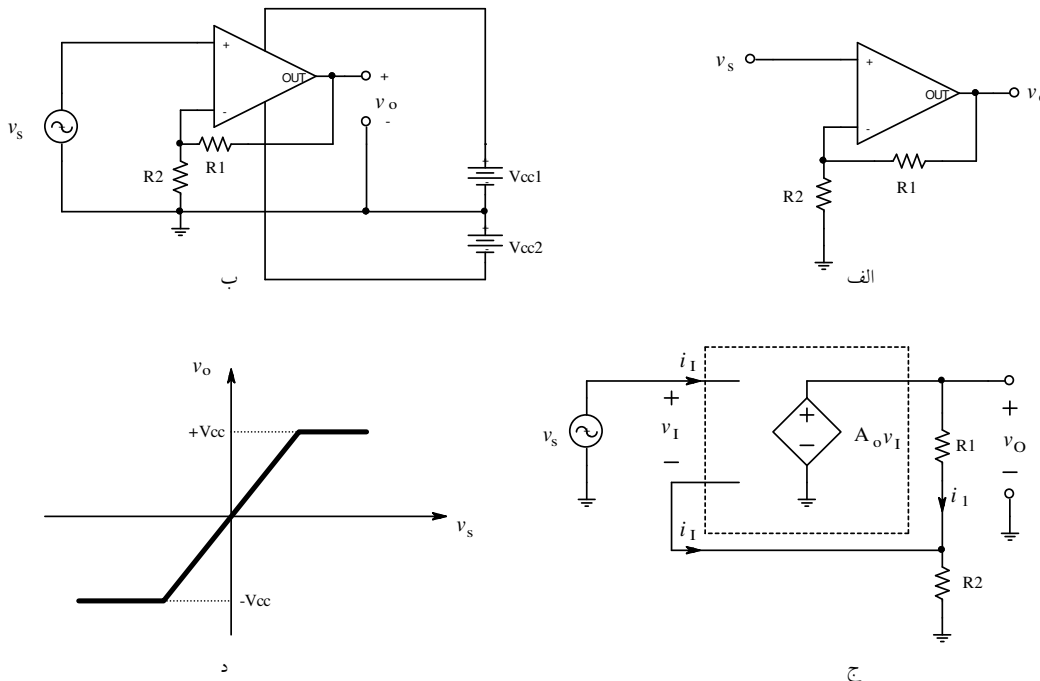
خطی به صورت زیر می باشد:

$$A_{v_s} = -\frac{R_1}{R_2}, \quad R_i = R_2, \quad R_o = 0$$

• تقویت کننده غیر معکوس

در شکل ۵۰-۱ مدار و مشخصه انتقالی یک تقویت کننده غیر معکوس^۱ (نا وارون ساز) نمایش داده شده است. مانند حالت قبل (رابطه (۱-۸۶)): $v_I = 0$ و با استفاده از KVL و KCL در مدار شکل ۵-۵

۵۷ ج:



شکل ۵۰-۱ تقویت کننده غیر معکوس الف- مدار ب- نحوه پیاده سازی ج- مدار معادل د- مشخصه انتقالی

$$\left. \begin{aligned} v_s = v_I + v_2, \quad v_I = 0 &\Rightarrow v_s = v_2 \\ i_I = 0 &\Rightarrow v_2 = v_o \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \\ A_{v_s} \equiv \frac{v_o}{v_s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_{v_s} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \quad (91-1)$$

و با توجه به تعریف مقاومت‌های ورودی و خروجی، و بکمک مدار شکل ۵۰-۱ ج:

$$R_i \equiv \frac{v_s}{i_s}, \quad i_s = i_I = 0 \Rightarrow R_i \rightarrow \infty \quad (92-1)$$

$$R_o \equiv \frac{v_x}{i_x}, \quad v_x = v_o = 0 \Rightarrow R_o \rightarrow 0 \quad (93-1)$$

بنابراین مشخصات یک تقویت کننده غیر معکوس با آپ امپ ایده آل در ناحیه خطی عبارتست از:

$$A_{v_s} = 1 + \frac{R_1}{R_2}, \quad R_i = \infty, \quad R_o = 0$$

• تقویت کننده تفاضلی

از آنجایی که یک آپ امپ دارای دو ورودی است، می توان دو منبع سیگنال به ورودی های آن اعمال کرده، تفاضل آنها را تقویت نمود، یا این که یک منبع سیگنال بین دو ورودی قرار داد. این مدار نسبت به دو مدار قبل مزایایی دارد که بعداً به آنها اشاره خواهد شد.

مدار تقویت کننده تفاضلی¹ در شکل ۱-۵۱ نمایش داده شده است. باز با توجه به این که در ناحیه

خطی $v_I = 0$ و $i_I = 0$ ، با اندکی محاسبه، حاصل میشود:

$$v_o = v_2 \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} - v_1 \frac{R_1}{R_2} \quad (94-1)$$

بعبارت دیگر: $v_o = k_2 \cdot v_2 - k_1 \cdot v_1$ در حالت خاص که $R_4 = R_1$ و $R_3 = R_2$ باشد:

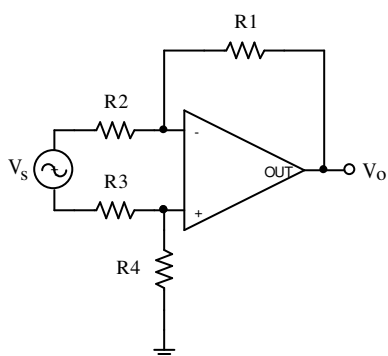
$$v_o = \frac{R_1}{R_2} \cdot (v_2 - v_1) \quad (95-1)$$

Differential Amplifier.¹

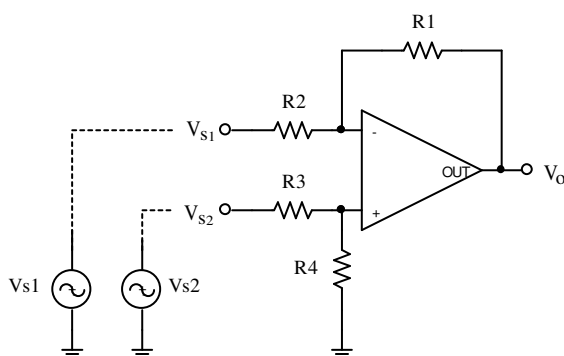
در این حالت اگر بجای دو منبع، یک منبع ولتاژ v_s را بین دو ورودی قرار دهیم (شکل ۵۲-۱)

مشخصات مدار برابر خواهد بود با:

$$A_{v_s} \equiv -\frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_1}{R_2}, \quad R_i = 2R_2, \quad R_o = 0$$



شکل ۵۲-۱ تقویت کننده تفاضلی با یک منبع



شکل ۵۱-۱ مدار تقویت کننده تفاضلی

۱-۵-۴ تقویت کننده های ترانزیستوری

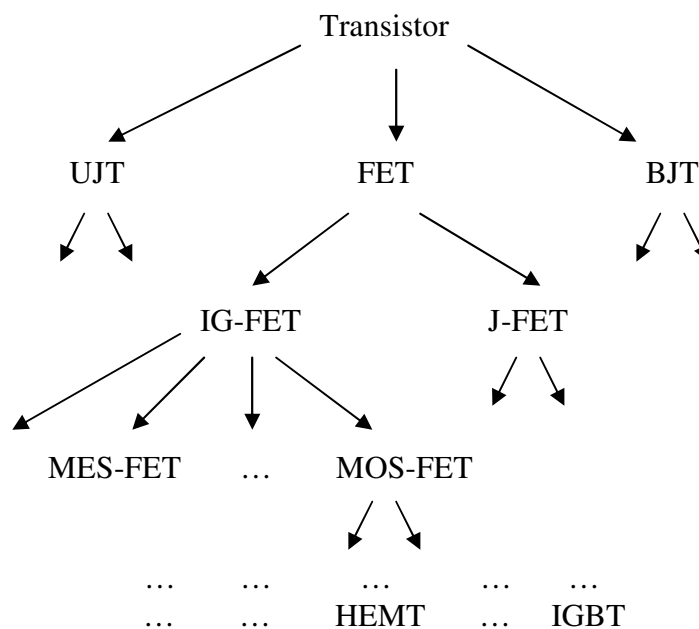
در این بخش می خواهیم ساختار و مشخصات تقویت کننده های پایه را یاد آوری کنیم. ساده ترین

تقویت کننده ها به کمک یک المان تقویت کننده ساخته می شوند. در گذشته برای این منظور فقط

لامپ های خلا^۱ در دسترس بود. امروزه در موارد عادی معمولاً از ترانزیستورها استفاده می شود.

ترانزیستورها عناصر سه قطبی هستند، که دارای خاصیت تبدیل مقاومت^۲ می باشند. ترانزیستورها

انواع گوناگونی دارند؛ شکل ۱-۵۳ انواع متداول را نمایش میدهد.



شکل ۱-۵۳ انواع متداول ترانزیستور

اولین نوع ترانزیستور که بصورت تجاری به بازار عرضه شد BJT ^۳ بود در حال حاضر نیز

متداولترین ترانزیستور بصورت تکی^۴ نیز همان است. در این درس نیز عمدتاً همین نوع ترانزیستور

^۱ Vacuum Tube

^۲ Transistor: TRANSfer resISTOR

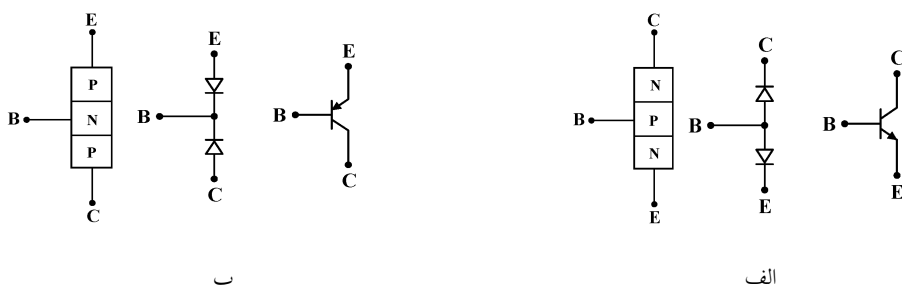
^۳ BJT: Bipolar Junction Transistor, ترانزیستور اتصالی دو قطبی

^۴ Discrete

مورد بررسی قرار میگیرد. بنابراین از این به بعد هر گاه در این درس از ترانزیستور صحبت میشود، منظور *BJT* است.

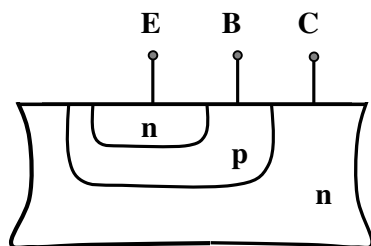
۱-۴-۵-۱ ترانزیستور دو قطبی

در ساخت ترانزیستورهای اولیه ژرمانیوم به کار برده میشد، ترانزیستورهای امروزی عمدتاً با سیلیسیوم ساخته میشوند. ترانزیستورها از سه لایه سیلیسیوم با ناخالصی n و p که یک در میان قرار گرفته اند تشکیل می شوند. بنابراین دو نوع ترانزیستور npn و pnp وجود دارد. شکل ۵۴-۱ نماد و نحوه ساختمان سمبلیک ترانزیستور را نمایش میدهد.



شکل ۵۴-۱ نماد، ساختمان و نمایش ساختاری ترانزیستور *BJT*: الف- npn و ب- pnp

پایه‌های ترانزیستور کلکتور^۱ (C)، بیس^۲ (B)، و امیتر^۳ (E) نامیده میشوند. همانطور که از شکل



شکل ۵۴-۱ ساختمان ترانزیستور npn

۵۴-۱ بر میآید، اتصالات $B-E$ و $B-C$ مانند دو دیود

عمل می کنند. بنابراین برخی از مشخصات *BJT* مشابه مشخصات دیود است.

برخلاف شکل ۵۴-۱، ساختمان واقعی ترانزیستور، متقارن

^۱ جمع کننده، Collector

^۲ پایه، Base

^۳ پخش کننده، Emitter

نیست یعنی با تعویض پایه های C و E در مدار، مشخصات ترانزیستور تغییر می کند. شکل ۱-۵۵ ساختمان داخلی یک ترانزیستور متداول $nnpn$ را نمایش می دهد. در ساختمان ترانزیستور، علاوه بر ابعاد هندسی، میزان ناخالصی لایه ها نیز با هم متفاوت است. در ضمن واضح است که اگر مانند شکل ۱-۵۴، دو عدد دیود را بهم وصل کنیم به هیچوجه یک ترانزیستور تشکیل نخواهد شد! (چرا؟).

از آنجایی که برخی از مشخصات BJT مشابه مشخصات دیود است در زیر به یاد آوری مطالبی در مورد دیود می پردازیم:

• مشخصات دیود

دیود یک عنصر دو قطبی است که مشخصه $V-I$ آنرا می توان برای یک دیود نیمه هادی^۱ بصورت تقریبی طبق رابطه (۱-۹۶) تعریف کرد.

$$i_D \approx I_s (e^{v_D/nv_T} - 1) \quad (1-96)$$

در این رابطه، I_s ، جریان اشباع^۲ یا ضریب مقیاس^۳ دیود نام دارد. این مقدار برای یک دیود مشخص در دمای ثابت تقریباً ثابت است^۴ و برای دیودهای معمولی $I_s \approx 10^{-14} A$ در نظر گرفته می شود. (برای انواع مختلف دیود $I_s \approx 10^{-17} \dots 10^{-3} A$). V_T ، ولتاژ حرارتی^۵ نام دارد و مقدار آن از رابطه (۱-۹۷) قابل محاسبه است،

$$V_T = \frac{k.T}{q} \quad (1-97)$$

^۱ علاوه بر دیود نیمه هادی (Semiconductor-Diode) معمولی، دیودهای دیگری نیز وجود دارد که مشخصه آنها به فرم های دیگری ظاهر می شود. امروزه، در الکترونیک - تا زمانی که نوع دیود مشخص نشده باشد - منظور همان دیود نیمه هادی معمولی است.

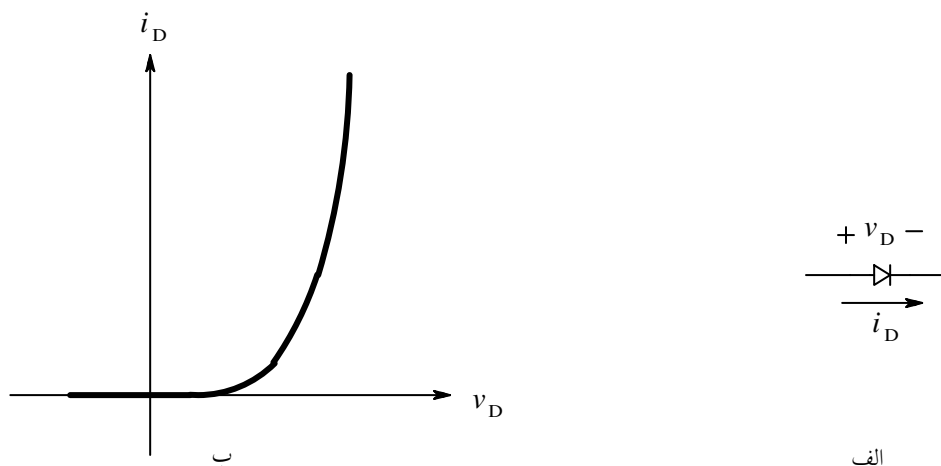
^۲ Saturation Current

^۳ Scaling Factor

^۴ این ضریب بشدت به دما وابسته است، به طوری که با افزایش هر $5 \dots 10^\circ C$ ، مقدار آن دو برابر میشود.

^۵ Thermal Voltage

که در این رابطه: $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J / K}$ ، ثابت بولتزمن، T ، دما بر حسب کلونین و $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ As}$ ، بار الکترون میباشد. در دمای اتاق ($25^\circ\text{C} \equiv 298\text{K}$)، $V_T = 25.7\text{mV}$. در محاسبات، برای سادگی - در صورتی که دما مشخص نشده باشد - $V_T = 25\text{mV}$ در نظر گرفته میشود. این ولتاژ معادل دمای $T = 290\text{K}$ است. موقع استفاده از برنامه *PSpice* در پنجره مربوط به گزینه دما، آن را 17°C ($T = 17^\circ\text{C}$) وارد کنید (مقدار پیش فرض در این برنامه 27°C (300K) است). بالاخره n یک ضریب ثابت است که مقدار آن به نوع و جنس دیود بستگی دارد. برای اکثر دیودها $n \approx 0.5 \dots 3.5$ ، برای دیودهای معمولی سیلیسیومی، $n \approx 1.8$. برای سادگی محاسبات، در صورتی که مقدار آن در مسایل داده نشده باشد، $n = 1$ فرض می شود. همانطور که از رابطه (۱-۹۶) نتیجه میشود، دیود یک المان غیر خطی (تابع نمایی) است. شکل ۱-۵۶ نماد و مشخصه یک دیود را نمایش میدهد.



شکل ۱-۵۶ الف- نماد و ب- مشخصه یک دیود

در صورتی که جریان گذرنده از دیود را ثابت نگهداریم، با افزایش دما، به ازای هر درجه سانتیگراد ولتاژ دو سر دیود حدوداً ۲ میلی ولت کم میشود^۱.

^۱ این خاصیت را می توان در ساخت دماسنج الکترونیکی به کار برد البته مقدار $-2\text{mV}/^\circ\text{C}$ یک مقدار فرضی است میزان آن در دیودهای

مختلف و در جریانهای متفاوت معمولاً $-1.6 \dots -2.5\text{mV}/^\circ\text{C}$ $\approx \frac{\Delta V_D}{\Delta T}$ است.

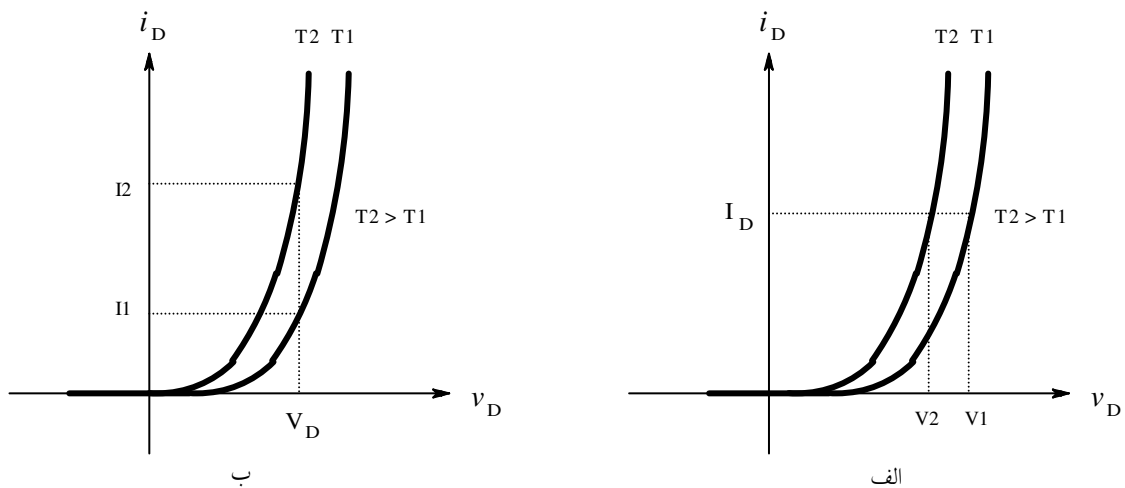
$$V_D(T_2) \approx V_D(T_1) - \frac{2mV}{K} (T_2 - T_1), \quad I_D = \text{Const} \quad (98-1)$$

$$\left. \frac{\Delta V_D}{\Delta T} \right|_{I_D} \approx -2mV/K \quad (98-1 \text{ الف})$$

اگر ولتاژ دو سر یک دیود را ثابت نگه داریم، با افزایش هر $10^\circ C$ ، جریان دیود حدوداً دو برابر (به ازای هر $30^\circ C$ حدوداً ده برابر) میشود^۱.

$$I_D(T_2) \approx I_D(T_1) \cdot 2^{(T_2 - T_1)/10K}, \quad V_D = \text{Const} \quad (99-1)$$

شکل ۱-۵۷ وابستگی مشخصه دیود به دما را نمایش میدهد.



شکل ۱-۵۷ وابستگی مشخصه دیود به دما الف- جریان ثابت، ب- ولتاژ ثابت

بالاخره اگر دمای دیود ثابت نگهداشته شود به ازای هر 60 میلی ولت افزایش ولتاژ دو سر دیود، جریان آن حدوداً ده برابر میشود.

استدلال: با فرض $V_D \gg nV_T$ از (۱-۹۶):

$$i_D \approx I_s e^{v_D/nV_T} \quad (96-1 \text{ الف})$$

^۱ این مقدار نیز یک مقدار فرضی است! برای دیودهای مختلف، و برای یک دیود برای ولتاژها و دماهای متفاوت، جریان به ازای افزایش ده درجه سانتیگراد، بین $1,1$ تا 6 برابر افزایش می یابد. برای کسب اطلاعات بیشتر در این زمینه‌ها به درس فیزیک الکترونیک مراجعه نمایید.

$$v_D \approx n \cdot V_T \ln(i_D / I_s) \quad (100-1)$$

با توجه به این که $\ln(x) = 2.3 \log(x)$ و با فرض $n \cdot V_T = 26mV$ داریم:

$$v_D \approx 60mV \cdot \log\left(\frac{i_D}{I_s}\right) \quad (100-1 \text{ الف})$$

$$V_1 \approx 60mV \log\left(\frac{I_1}{I_s}\right) \quad \text{اگر جریان دیود } i_D = I_1 \text{ باشد:}$$

$$V_2 \approx 60mV \log\left(\frac{I_2}{I_s}\right) \quad \text{اگر جریان دیود } i_D = I_2 \text{ شود:}$$

در نتیجه:

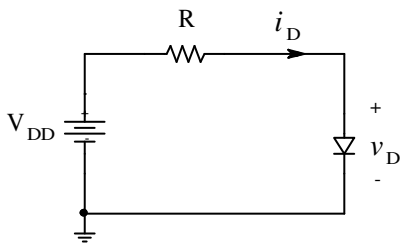
$$V_2 - V_1 \approx 60mV \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \quad (101-1)$$

• تحلیل مدارهای دیودی

در شکل ۵۸-۱ یک مدار ساده دیودی نمایش داده شده است. با فرض این که مشخصات دیود (n ،

V_T ، I_s) و مقادیر R و V_{DD} معلوم باشند، می خواهیم I_D و V_D را بدست آوریم.

داریم:



$$\begin{cases} V_{DD} = i_D \cdot R + v_D \\ i_D \approx I_s e^{v_D / n \cdot V_T} \end{cases}$$

بنابراین با حل سیستم دو معادله و دو مجهولی فوق، مقادیر

شکل ۵۸-۱ مدار ساده دیودی

I_D و V_D بدست می آید:

$$V_{DD} - v_D - I_s \cdot R \cdot e^{v_D / n \cdot V_T} = 0, \quad i_D = \frac{V_{DD} - v_D}{R} \quad (102-1)$$

ولی از آن جایی که معادله حاصله یک تابع نمایی است، حل آن در حالت کلی از روشهای ریاضی تحلیلی، براحتی قابل محاسبه نمی باشد. اصولاً برای حل این گونه مسایل، دو روش ترسیمی^۱ یا سعی و خطا^۲ به کار گرفته می شود.

برای اکثر دیودهای معمولی $I_S \approx 10^{-15} \dots 10^{-13} A$ و در اکثر مدارهای دیودی، در نقطه کار^۳

$I_D = 10\mu A \dots 10mA$ می باشد. با توجه به رابطه (۱-۱۰۰ الف):

$$V_D \approx 60mV \cdot \log\left(\frac{I_D}{I_S}\right) \approx 60mV \cdot \log\left(\frac{10^{-5} \dots 10^{-2}}{10^{-15} \dots 10^{-13}}\right) \approx 480 \dots 780mV \quad (1-103)$$

بنابراین می توان گفت در اکثر مواقع، مستقل از مدار و نوع دیود، افت ولتاژ دو سر دیودهای سیلیسیومی

در نقطه کار $V_D \approx 0.5 \dots 0.8V$ است به همین دلیل در محاسبات معمولاً $V_D = 0.6V$ یا $V_D = 0.7V$ فرض می شود.

در عمل بعلت این که پارامترهای دیود بطور تقریبی انتخاب و محاسبه می شوند (مثلاً $n=1$ فرض می شود، در صورتی که ممکنست برای دیود مورد نظر $n=1.2$ باشد، یعنی ۱۷٪ خطا. در مورد محاسبه V_D ، یا سایر پارامترها نظیر V_T ، I_S ، ... که وابسته به دما و در نتیجه عملاً نامشخص نیز هستند). از آنجایی که مشخصات دیود به جریان نقطه کار وابسته است و جریان نقطه کار عمدتاً توسط V_{DD} و R مشخص می شود (چرا؟)، در عمل برای محاسبه دستی، نیاز به کارگیری روش سعی و خطا نیست! (*PSpice*) یا برنامه های مشابه، از این روش استفاده می کنند). برای مثال اگر در مدار شکل ۱-۵۸، $V_{DD} = 12V$ ، $R = 10k\Omega$ ، $n \cdot V_T = 25mV$ و $I_S = 10fA$ فرض شود، با انتخاب $V_D = 0.6V$:

$$I_D = \frac{12V - 0.6V}{10k\Omega} = 1.14mA$$

^۱ Graphical Analysis
^۲ Trial and Error (Iterative), آزمون و خطا
^۳ یاد آوری: به زوج (V_D, I_D) نقطه کار گویند.

حاصل می شود که خطای محاسباتی در مقایسه با روش سعی و خطا (مثلاً محاسبه با *PSpice*،

$$I_D = 1.13367mA \text{ فقط:}$$

$$E_r = \frac{1.14mA - 1.13367mA}{1.13367mA} = +0.558\%$$

و اگر $V_D = 0.7V$ فرض شود:

$$I_D = \frac{12V - 0.7V}{10k\Omega} = 1.13mA$$

$$E_r = \frac{1.13 - 1.13367}{1.13367} = -0.324\%$$

می باشد، که این خطا به مراتب کمتر از تolerانس پارامترهای دیود و سایر عناصر مدار خواهد بود! هر قدر

$V_{DD} > V_D \approx 0.7V$ باشد، دقت محاسبات بیشتر است (چرا؟). بنابراین اگر در مسایل شرط خاصی

نباشد، $V_D = 0.7V$ انتخاب می شود.

تذکر ۱: معمولاً برای جریانهای کار مختلف، دیودهای گوناگونی میسازند. در عمل هر قدر جریان

نامی دیود بیشتر باشد - یعنی دیود برای جریانهای بزرگتری طراحی شده باشد - دارای I_S بزرگتری نیز

خواهد بود، به طوری که در صورتی که دیود در جهت مستقیم بایاس شده باشد، نسبت $\frac{I_D}{I_S}$ حدوداً

همان مقدار ذکر شده در رابطه (۱-۱۰۳) بوده $V_D \approx 0.7V$ مقدار قابل قبولی است. البته در برخی از کار

برد ها ممکن است $V_D \ll 0.7V$ شود. مثلاً اگر در مدار شکل ۱-۵۸، $V_{DD} = 0.5V$ و $R = 1M\Omega$

باشد مطمئناً دیگر نمی تواند $V_D \approx 0.7V$ یا حتی $V_D \approx 0.6V$ فرض شود! در این صورت به کمک

روش های ذکر شده، $V_D \approx 408mV$ و $I_D \approx 92nA$ بدست می آید.

تذکر ۲: برای دیودهای واقعی، در مدل دیود - علاوه بر اتصال $p-n$ - باید مقاومت نیمه هادی و سیم های رابط را نیز در نظر گرفت () در این صورت گاهی اوقات ممکن است تا حدود ۱,۲ ولت هم بر روی دیود افت کند.

• مدل های دیود

مدل DC : همانطور که ذکر شد، بعلت این که دیود یک عنصر غیر خطی است و حل معادلات غیرخطی معمولاً پیچیده هستند، در خیلی از مواقع از تقریب های خطی استفاده می شود. در بخش قبل دیدیم که در صورتی که دیود در جهت مستقیم بایاس شده باشد و ولتاژ تغذیه به اندازه کافی بزرگ باشد ($V_{DD} \geq 1V$)، می توان به جای دیود از یک منبع ولتاژ $V_D = V_{\gamma} \approx 0.7V$ استفاده کرد. پس مدل یک دیود بایاس شده در جهت مستقیم، یک منبع ولتاژ تقریباً ثابت خواهد بود.

مدل AC : در برخی از مواقع دامنه ولتاژ ورودی بسیار کم است (حدود میلی ولت). در چنین حالتی از مدل علایم کوچک دیود باید استفاده کرد.

یاد آوری: برای مشخص کردن کمیات الکتریکی معمولاً از دو (یا بیشتر) حرف استفاده می شود. حرف اول مبین کمیت فیزیکی (مثلاً ولتاژ) است. حروف بعدی که به صورت اندیس برای حرف اول نوشته می شود، عنصر مربوطه را مشخص می کند. مثلاً: V_D یعنی افت ولتاژ دو سر دیود، I_D : جریان گذرنده از دیود، V_{AK} : ولتاژ بین آند و کاتد، R_L : مقاومت بار، V_{REF} : ولتاژ مرجع،

برای یک کمیت الکتریکی چهار مقدار قابل تعریف است:

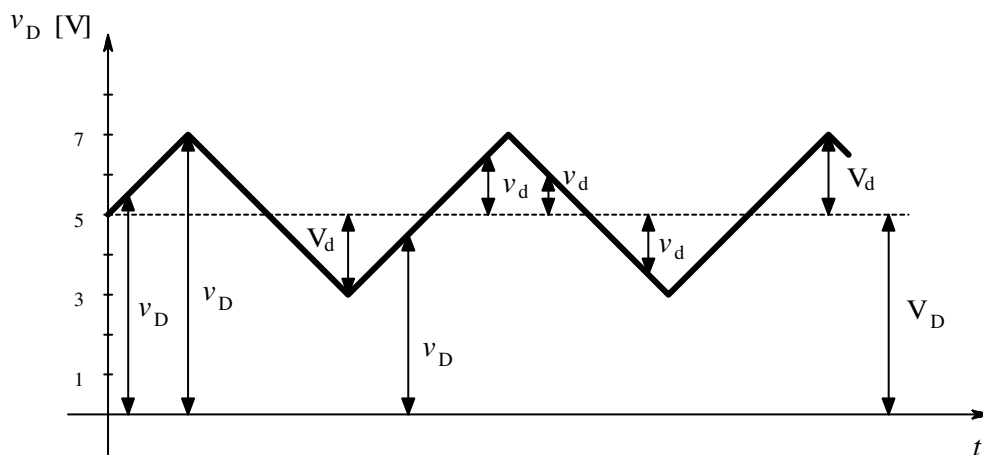
۱. مقدار لحظه‌ای: مقدار واقعی که متغیر در هر لحظه دارد. برای نمایش این مقدار از حرف اصلی کوچک و اندیس بزرگ استفاده می‌کنند. مثلاً: v_D (مقادیر متغیر را با حروف کوچک و مقادیر کل را با حروف بزرگ نمایش می‌دهند).

۲. مقدار متوسط: بنا به تعریف، مقدار متوسط یک کمیت، مؤلفه DC آن است. برای نمایش این مقدار، از حرف اصلی و اندیس بزرگ استفاده میکنند. مثلاً: V_D (مقادیر ثابت را با حروف بزرگ و مقادیر کل را با حروف بزرگ نمایش می‌دهند).

۳. مقدار سیگنال: مؤلفه AC یک کمیت، بنا به تعریف جزء متغیر آن است. برای نمایش این مقدار از حرف اصلی و اندیس کوچک استفاده می‌کنند. مثلاً: v_d (مقادیر متغیر را با حروف کوچک و مقادیر جزء را با حروف کوچک نمایش می‌دهند).

۴. مقدار دامنه: دامنه سیگنال، بنا به تعریف حداکثر مقدار تغییرات یک کمیت نسبت به مقدار متوسط آن است. برای نمایش این مقدار از حرف اصلی بزرگ و اندیس کوچک استفاده می‌کنند. مثلاً: V_d (مقادیر ثابت را با حروف بزرگ و مقادیر جزء را با حروف کوچک نمایش می‌دهند).

شکل ۱-۵۹ به عنوان یک مثال، تعاریف ذکر شده را برای ولتاژ دو سر یک دیود بیان می‌دارد.



شکل ۱-۵۹ بیان مؤلفه‌های مختلف یک کمیت الکتریکی

همان طور که ملاحظه می‌شود همواره:

$$v_D = V_D + v_d \quad (104-1)$$

یعنی این که در حالت کلی یک کمیت الکتریکی از یک مؤلفه DC (نقطه کار، بایاس) و یک مؤلفه AC (سیگنال) تشکیل شده است. در مثال فوق سیگنال یک موج مثلثی متقارن با دامنه دو ولت است که در ۵ ولت بایاس شده است. بنابراین:

$$v_D = 30007V \quad \text{مقدار لحظه‌ای ولتاژ (متغیر با زمان)}$$

$$v_d = -20002V \quad \text{مؤلفه AC، سیگنال، (متغیر با زمان)}$$

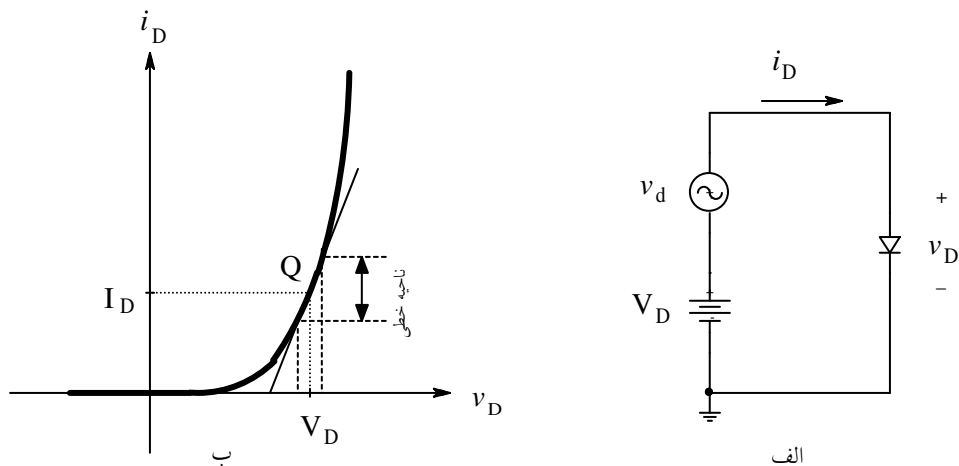
$$V_D = 5V \quad \text{مؤلفه DC، ولتاژ نقطه کار، مقدار متوسط، (ثابت نسبت به زمان)}$$

$$V_d = 2V \quad \text{دامنه سیگنال (ثابت نسبت به زمان)}$$

مدل علایم کوچک دیود

شکل ۱-۶۰ را در نظر بگیرید. فرض کنید $V_D = 0$ و $V_d = 1mV$ و مشخصات دیود: $I_S = 10fA$,

$n = 1$ و $V_T = 25mV$ باشد، در این صورت $i_D = 0$ خواهد بود (چرا؟).



شکل ۱-۶۰ الف- بایاسینگ دیود، ب- به کار گیری آن در ناحیه خطی

همان طور که از رابطه (۱-۹۶) و شکل ۱-۶۰ ب نتیجه می‌شود، برای این که تغییرات ولتاژ دیود باعث تغییرات جریان آن شود باید یک نقطه بر روی منحنی مشخصه دیود انتخاب کرد^۱ که در آن $V_D > V_{\gamma}$ باشد. به این عمل اصطلاحاً "بایاس کردن"^۲ گویند. از دروس ریاضی می‌دانیم که اگر تغییرات یک متغیر حول یک نقطه از منحنی کم باشد، می‌توان آن منحنی را با خط مماس بر منحنی در آن نقطه، تقریب زد. هرچه میزان این تغییرات کمتر باشد، دقت محاسبات بیشتر است. و اما مماس بر منحنی در نقطه ای مشخص، یعنی شیب منحنی در آن نقطه، که بکمک مشتق گیری بدست می‌آید. بنابراین با جانشینی منحنی با مماسش، به یک مدل خطی دست یافته‌ایم. چون این مدل در محدوده تغییرات کمی از متغیر ورودی قابل استفاده است به آن مدل علایم کوچک^۳ گویند.

یادآوری: کمیت نسبت یک ولتاژ به یک جریان معادل با کمیت مقاومت است. برای عناصر غیر خطی مقدار این نسبت ثابت نیست و بستگی به انتخاب نقطه کار دارد. برای عناصر غیر خطی دو نوع مقاومت تعریف میکنند، مقاومت استاتیکی^۴ و مقاومت دینامیکی^۵.

بنا به تعریف، مقاومت استاتیکی یک المان عبارت است از نسبت اختلاف پتانسیل دو سر آن به جریان گذرنده از آن، در نقطه کار:

$$R_{Stat} = \left. \frac{V}{I} \right|_Q \quad (1-105)$$

و بنا به تعریف، مقاومت دینامیکی یک المان عبارت است از نسبت تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر آن به تغییرات جریان گذرنده از آن، در نقطه کار:

^۱ نقطه کار Operating Point, Quiescent Point

^۲ Bias, Biasing

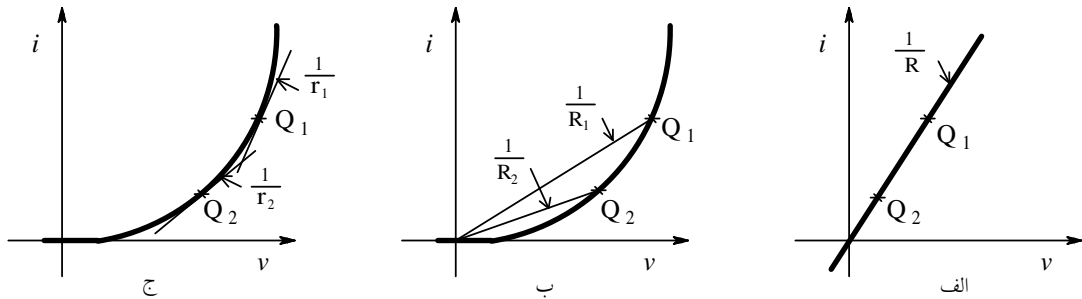
^۳ Small Signal Model

^۴ مقاومت ایستا، Static Resistance

^۵ مقاومت پویا، Dynamic Resistance

$$r_{dyn} = \left. \frac{\partial v}{\partial i} \right|_Q \quad (106-1)$$

شکل ۱-۶۱ مقاومت استاتیکی و دینامیکی یک المان خطی و یک المان غیر خطی را برای دو نقطه کار نمایش می‌دهد.



شکل ۱-۶۱ الف- مقاومت استاتیکی و دینامیکی یک المان خطی، ب- مقاومت استاتیکی یک المان غیر خطی و ج- مقاومت دینامیکی آن عنصر، در دو نقطه کار Q_1 و Q_2

همان طور که مشاهده میشود، برای المان خطی، مقاومت استاتیکی و مقاومت دینامیکی به ازای هر نقطه کار مقداری ثابت است. به همین دلیل برای المان‌های خطی از اصطلاح استاتیکی و دینامیکی استفاده نمی‌کنند. حتی برای این که مشخص کنند مقاومت خطی است، از اصطلاح "مقاومت اهمی"^۱ استفاده می‌شود.

در عمل تقریباً همیشه مقاومت دینامیکی حایز اهمیت است (چرا؟). مقدار مقاومت دینامیکی یک دیود تقریباً از رابطه (۱۰۷-۱) بدست می‌آید.

$$r_d = \frac{nV_T}{I_D} \quad (107-1)$$

در این رابطه r_d مقاومت دینامیکی دیود به ازای جریان نقطه کار I_D است. با فرض $n=1$ و $V_T = 25mV$

¹ Ohmic Resistance

$$r_d = \frac{25}{I_D} \quad [\Omega, mA] \quad (الف-۱۰۷)$$

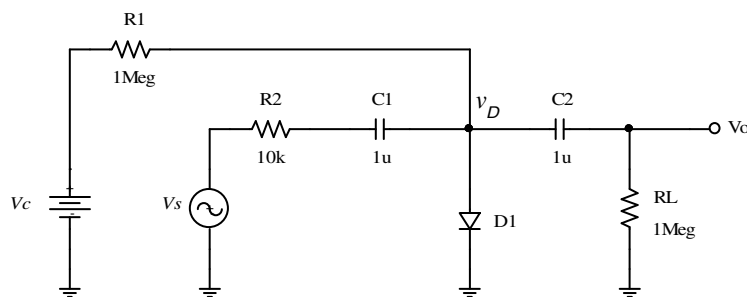
مفهوم این رابطه این است که، به ازای جریان نقطه کار یک میلی آمپر مقاومت دینامیکی دیود ۲۵ اهم است؛ به ازای یک میکرو آمپر، ۲۵ کیلو اهم و به ازای ۵۰ میکرو آمپر، ۵۰۰ اهم. یعنی دیود برای جریانهای متناوب با دامنه کم مانند یک مقاومت معمولی (اهمی) عمل میکند که مقدار آن توسط مولفه جریان مستقیم گذرنده از دیود تعیین می شود (مقاومت قابل تنظیم).

طبیعتاً چون دیود یک عنصر غیر خطی است، جانشینی آن با یک المان خطی (r_d)، فقط به ازای محدوده کمی از تغییرات ولتاژ دو سر آن (یعنی دامنه سیگنال)، مجاز است! در خیلی از مواقع استفاده از رابطه فوق را برای دامنه ولتاژ کمتر از ده میلی ولت، مجاز می دانند.

$$r_d = \frac{25}{I_D} \quad [\Omega, mA] \quad \text{for } V_P \leq 10mV \quad (ب-۱۰۷)$$

جهت اطلاع از نحوه محاسبه روابط فوق می توانید به پیوست ۱-۶ مراجعه کنید.

مثال ۱-۲۰ برای مدار شکل ۱-۶۲، $v_o(t)$ را با فرض این که منبع سیگنال یک مولد سینوسی با



شکل ۱-۶۲ مدار مثال ۱-۲۰

$$V_P = 20mV, f = 10kHz \text{ و}$$

$$n \cdot V_T = 25mV \text{ برای دیود}$$

باشد، برای دو حالت:

$$\text{الف - } V_C = 10V \text{ و}$$

$$\text{ب - } V_C = 100V$$

بدست آورید.

حل: مدار از دو دید بررسی می شود:

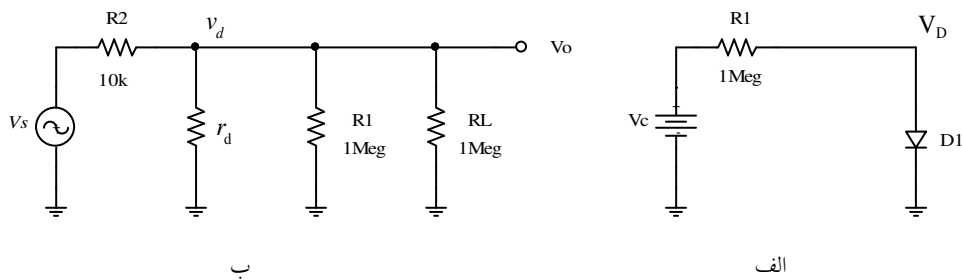
۱- V_C و $R1$ دیود را در نقطه کار بایاس می کنند. برای DC ، خازنها باز بوده، سایر المانها نقشی در تنظیم نقطه کار ندارند.

۲- از دید AC ، فقط یک منبع سیگنال $(v_s(t))$ با فرکانس $10kHz$ در مدار وجود دارد.

چون $\tau_1 \approx R_1 \cdot C_1 = 10ms$ و $\tau_2 \approx R_L \cdot C_2 = 1s$ نسبت به $T = \frac{1}{f} = 100\mu s$ خیلی

بزرگ می باشند، میتوان برای سیگنال - در حالت پایدار - خازنها را اتصال کوتاه فرض نمود.

بنابراین مدار شکل ۶۲-۱ را می توان بصورت شکل ۶۳-۱ به دو مدار تجزیه کرد:



شکل ۶۳-۱ الف- مدار معادل برای محاسبه نقطه کار ب- مدار معادل برای محاسبه سیگنال

۱- بایاسینگ مدار:

$$V_D \approx 0.7V, \quad I_D = \frac{V_C - V_D}{R1}, \quad V_C \gg V_D \Rightarrow I_D \approx \frac{V_C}{R1}$$

۲- محاسبه سیگنال خروجی:

$$v_o \approx \frac{r_d}{r_d + R2} \cdot v_s \quad : r_d \ll R1 \parallel RL \text{ و } \text{باشد در ناحیه خطی}$$

بنابراین برای حالت الف:

$$V_C = 10V \Rightarrow I_D \approx \frac{10V}{1M\Omega} = 10\mu A \Rightarrow r_d = \frac{25mV}{I_D} = 2.5k\Omega$$

$$v_o = \frac{r_d}{r_d + R_2} \cdot v_s = \frac{2.5k\Omega}{2.5k\Omega + 10k\Omega} \cdot V_P \sin(\omega t) = 4mV \cdot \sin(\omega t)$$

برای حالت ب:

$$V_C = 100V \Rightarrow I_D \approx \frac{100V}{1M\Omega} = 100\mu A \Rightarrow r_d = \frac{25mV}{100\mu A} = 250\Omega$$

$$v_o = \frac{r_d}{r_d + R_2} \cdot v_s = \frac{250\Omega}{250\Omega + 10k\Omega} \cdot V_P \sin(\omega t) \approx 0.5mV \cdot \sin(\omega t)$$

پس هر دو فرض درست هستند. زیرا هم دامنه ولتاژ سیگنال دیود در دو حالت (به ترتیب ۴ و ۰/۵ میلی ولت) از ۱۰ میلی ولت کمتر است و هم r_d ($2.5k\Omega$ بعبارت دیگر 250Ω) خیلی از $R_2 \parallel R_1 = 500k\Omega$ کوچکتر می باشد.

تذکر: چنان که مشاهده میشود، با تغییر V_C بعبارت دیگر I_D ، دامنه سیگنال خروجی قابل تنظیم

است بنابراین این مدار را می توان بعنوان یک پتانسیومتر (تضعیف کننده) الکترونیکی به کار برد.

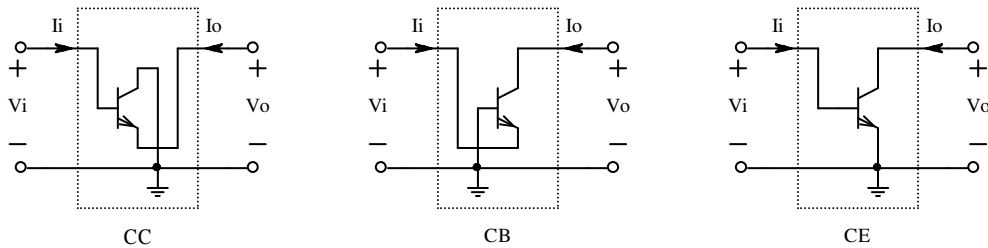
• مشخصات ترانزیستور

چون ترانزیستور یک سه قطبی است، در عمل یکی از پایه ها بین ورودی و خروجی مشترک خواهد

بود بنابراین بسته به این که کدام پایه مشترک باشد، سه آرایش: امیتر مشترک^۱، بیس مشترک^۲ و کلکتور

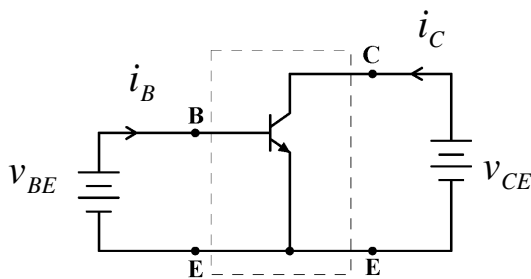
CE: Common Emitter¹
CB: Common Base²

مشترک^۱ می تواند وجود داشته باشد. بنابراین در مدارها عملاً ترانزیستور بعنوان یک مدار چهار قطبی^۲ بعبارت دیگر دو دریچه ای^۳، بررسی میشود (شکل ۱-۶۴).



شکل ۱-۶۴ سه آرایش مدارهای ترانزیستوری: امیتر مشترک (CE)، بیس مشترک (CB) و کلکتور مشترک (CC)

به علت این که مدار CE - بدلیل مشخصات بهتری که نسبت به دو مدار دیگر دارد - بیشتر به کار



شکل ۱-۶۵ مدار CE

گرفته میشود، مشخصه این مدار را بررسی می

کنیم (شکل ۱-۶۵). در ضمن چون ترانزیستور

خاصیت تقویت کنندگی دارد، مسیر سیگنال در

حالت ایده آل فقط در یک جهت است یعنی از

ورودی به خروجی، بعبارت دیگر دریچه BE

بعنوان ورودی و دریچه CE بعنوان خروجی به کار میرود بنابراین سه مشخصه برای ترانزیستور قابل

تعریف است:

- مشخصه ورودی^۴: یعنی وابستگی i_B به v_{BE} با پارامتر V_{CE}

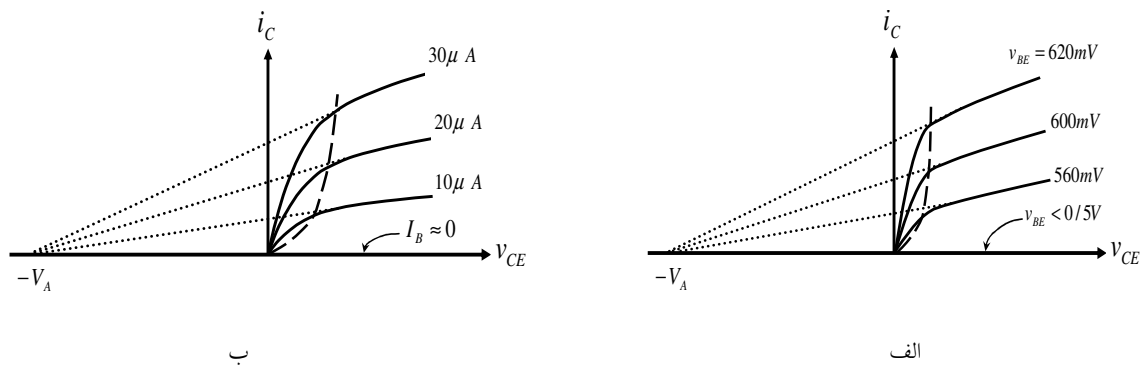
- مشخصه خروجی^۵: یعنی وابستگی i_C به v_{CE} با پارامتر V_{BE} یا I_B

CC: Common Collector^۱
Four Pole^۲
Two Port^۳
Input Characteristic^۴
Output Characteristic^۵

- مشخصه انتقالی^۱: یعنی وابستگی i_C به v_{BE} یا i_B با پارامتر V_{CE}

مشخصه ورودی، بعلت این که عملاً مشخصه دیود BE است و در ناحیه فعال^۲ وابستگی زیادی به V_{CE} ندارد؛ و مشخصه انتقالی، بعلت این که عملاً با یک ضریب ثابت قابل تعریف است، (در این درس) کاربرد زیادی ندارد.

بنابراین مهمترین مشخصه ترانزیستور مشخصه خروجی آن است، که در اینجا بررسی می شود. در شکل ۶۶-۱ مشخصه خروجی یک ترانزیستور واقعی برای v_{CE} های بزرگ، به صورت کیفی نمایش داده شده است.

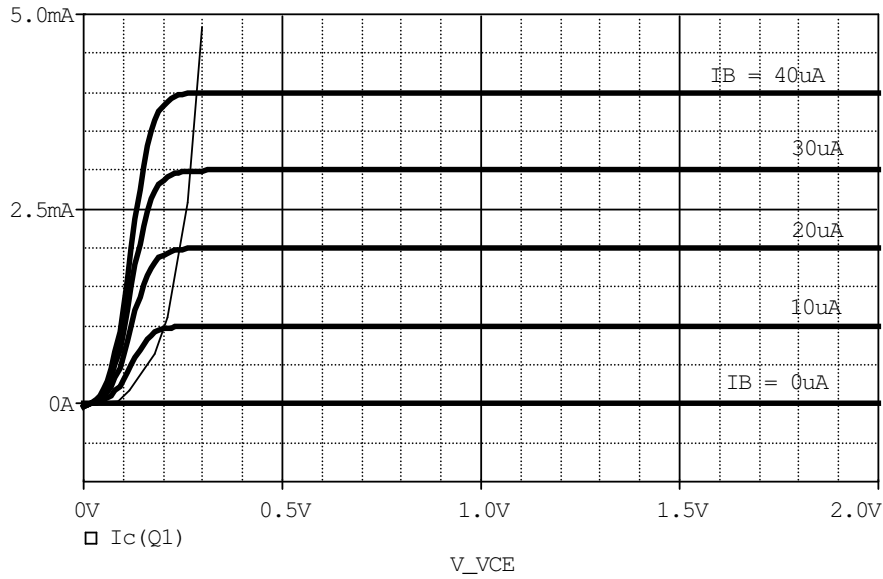


شکل ۶۶-۱ مشخصه خروجی یک ترانزیستور الف- با پارامتر V_{BE} و ب- با پارامتر I_B

مشخصه خروجی یک ترانزیستور تقریباً ایده آل، به طور کمی برای v_{CE} های کوچک در شکل ۶۷-۱ نمایش داده شده است (یکی از پارامترهای ترانزیستور V_A است که مقدار آن در حالت ایده آل ∞ فرض می شود).

¹ Transfer Characteristic

² بزودی، در همین قسمت تعریف می شود



شکل ۱-۶۷ مشخصه خروجی امیتر مشترک برای یک ترانزیستور تقریباً ایده‌آل

در این مشخصه‌ها سه ناحیه قابل تفکیک است:

- در صورتی که $V_{BE} < 0.5V$ ، عبارت دیگر $I_B \approx 0$ باشد، $i_C \approx 0$ می‌شود. در این حالت

می‌گویند ترانزیستور قطع است و این محدوده را ناحیه قطع^۱ نامند.

- در سمت چپ منحنی خط چین در نمودارهای شکل ۱-۶۶ به عبارت دیگر خط (نمایی)

نازک در شکل ۱-۶۷، شیب منحنی خروجی زیاد است (مقاومت بین کلکتور و امیتر کم). در

این حالت گویند ترانزیستور اشباع است و این محدوده را ناحیه اشباع^۲ نامند. هنگامی که

ترانزیستور اشباع است، $v_{CE} \approx 0.2 \dots 0.3V$ فرض می‌شود. برای مثال در شکل ۱-۶۷ به ازای

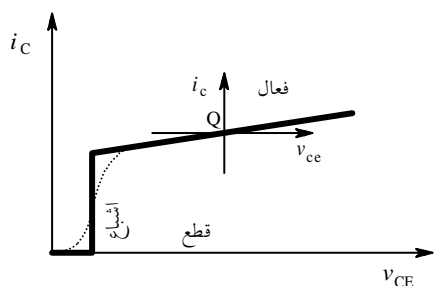
$I_B = 10\mu A$ ، برای $v_{CE} > V_{CE_{Sat}} \approx 0.2V$ خواهد بود و به ازای $I_B = 40\mu A$ ،

برای $v_{CE} > V_{CE_{Sat}} \approx 0.3V$ ، $I_C = 4mA$ می‌شود.

¹ Cut-off Region
² Saturation Region

- بالاخره در محدوده بین این دو ناحیه، یعنی جایی که $i_C > 0$ و شیب منحنی کم است (مقاومت دینامیکی بزرگ بین کلکتور و امیتر)، ترانزیستور بعنوان یک منبع جریان وابسته (به ولتاژ، یا جریان)، بعبارت دیگر بعنوان یک المان فعال به کار میرود. به همین دلیل این محدوده را ناحیه فعال¹ نامند.

با توجه به مطالب فوق می توان نمودار شکل ۶۶-۱ را به کمک سه نیم خط، مانند شکل ۶۸-۱



شکل ۶۸-۱ مشخصه خروجی ترانزیستور با تقریب خطی

تقریب زد. در این شکل نمودار نقطه چین مشخصه تقریبی یک ترانزیستور واقعی و خط پر نمودار ساده شده آن را نمایش می دهد. اگر در ناحیه فعال یک نقطه به روی منحنی انتخاب کنیم (Q) مانند آن

است که برای علایم کوچک، مبداء مختصات $v_{ce} - i_c$ را به این نقطه منتقل کرده باشیم (نقطه کار).

از یک ترانزیستور می توان هم بعنوان یک تقویت کننده (خطی) استفاده کرد، که در این صورت باید در ناحیه فعال قرار گیرد؛ و هم به عنوان بعنوان یک سویچ، که در این صورت ترانزیستور یا در ناحیه قطع است و یا در ناحیه اشباع، که تغییر حالت ترانزیستور بین این دو ناحیه به منزله قطع و وصل شدن سویچ می باشد.

علاوه بر ناحیه های کاری ذکر شده، برای این که ترانزیستور قابل استفاده باشد (معیوب نشود)، سه

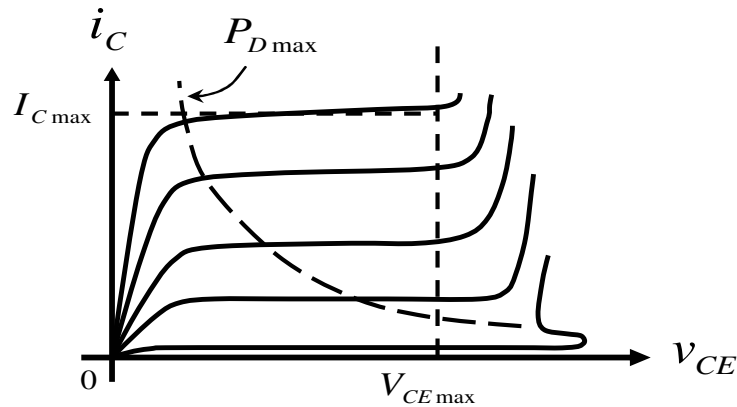
شرط زیر باید برقرار باشد:

- ولتاژ کلکتور-امیتر از حد مجاز خود تجاوز نکند: $v_{CE} < V_{CE_{max}}$

- جریان کلکتور از حد مجاز خود تجاوز نکند: $i_C < I_{C_{max}}$

¹ Active Region

- توان تلف شده بر روی ترانزیستور از حد مجاز خود تجاوز نکند: $i_C \cdot v_{CE} < P_{D_{max}}$



شکل ۱-۶۹ محدوده مجاز کار ترانزیستور

شکل ۱-۶۹ محدوده مجاز کار ترانزیستور را نمایش می‌دهد. همان طور که در شکل مشاهده می‌شود، اگر $v_{CE} > V_{CE_{max}}$ شود، i_C بشدت افزایش می‌یابد در این حالت اصطلاحاً گویند ترانزیستور در ناحیه شکست^۱ قرار گرفته است. به همین دلیل گاهی به V_{BD} ، V_{BDV} یا BV نیز می‌گویند. در صورتی که i_C توسط مقاومت‌های خارجی محدود نشود ترانزیستور معیوب می‌شود (خواهد سوخت). در صورتی که v_{CE} حتی خیلی کمتر از مقدار مجاز باشد ولی $i_C > I_{C_{max}}$ شود، باز هم ترانزیستور معیوب خواهد شد. از آن جایی که ولتاژ کلکتور و جریان آن تقریباً از هم مستقل هستند (چرا؟)، توان تلف شده بر روی ترانزیستور: $P_D = i_C \cdot v_{CE} < P_{D_{max}}$ به عبارت دیگر باید:

$$i_C < \frac{P_{D_{max}}}{v_{CE}} \quad (۱۰۸-۱)$$

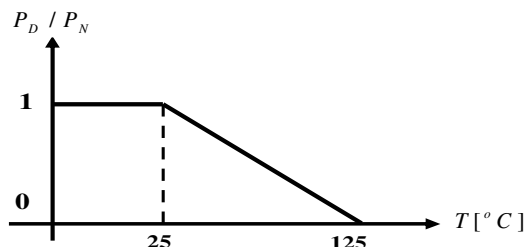
بنابراین ناحیه محصور بین محورها و خطوط نقطه چین در شکل ۱-۶۸ را "محدوده کار ایمن"^۲ گویند.

ترانزیستورها معمولاً برای مشخصات: $V_{CE_{max}} \approx 10 \dots 1000V$ ، $I_{C_{max}} \approx 10mA \dots 100A$ و

$P_{D_{max}} \approx 50mW \dots 500W$ موجود می‌باشد. برای اکثر ترانزیستورهای معمولی: $V_{CE_{max}} \approx 40V$ ،

^۱ Break - Down Voltage
^۲ SOA: Safe Operating Area

$I_{C_{max}} \approx 100mA$ و $P_{D_{max}} \approx 300mW$ است. مقادیر فوق معمولاً در دمای $25^\circ C$ می باشند. با افزایش دما این مقادیر، بخصوص $P_{D_{max}}$ کاهش می یابد. شکل ۱-۷۰ وابستگی توان قابل اتلاف بر روی ترانزیستور را به دما نمایش می دهد.



شکل ۱-۷۰ وابستگی توان ترانزیستور به دمای محفظه

برای مثال اگر توان نامی ترانزیستوری $P_{D_N} = 500mW$ باشد و دمای بدنه آن به $T = 75^\circ C$ برسد، حداکثر توان قابل اتلاف بر روی این ترانزیستور $P_{D_{max}} = 250mW$ خواهد بود.

تذکر: مطالب ذکر شده در مورد ترانزیستورهای npn و pnp یکسان است جز این که در حالت

عادی (جهت مستقیم) برای npn : $i_B, i_C, v_{CE} > 0$ و برای pnp : $i_B, i_C, v_{CE} < 0$.

• مدل های ترانزیستور

برای یک ترانزیستور در ناحیه فعال، رابطه وابستگی جریان کلکتور (خروجی) از ولتاژ بیس-امیتر (ورودی) طبق رابطه (۱-۱۰۹) تقریب زده میشود.

$$i_C \approx I_s e^{v_{BE}/n \cdot V_T} \left(1 + \frac{v_{CB}}{V_A} \right) \quad (1-109)$$

همانطور که مشاهده می شود، جریان خروجی علاوه بر ولتاژ ورودی به ولتاژ خروجی نیز وابسته است (شکل ۱-۶۶) در این رابطه، I_s ، n ، V_T همان مفاهیم پارامترهای دیود را دارند و V_A ولتاژ ارلی^۱ نام دارد و یکی از پارامترهای ترانزیستور است. تا زمانی که $v_{CE} \ll V_A$ باشد:

^۱ Forward Mode

$$i_C \approx I_s \cdot e^{v_{BE}/n \cdot V_T} \quad (109-الف)$$

برای ترانزیستورهای ایده‌آل $V_A \rightarrow \infty$ (شکل 1-67). از طرف دیگر: $i_C = f(i_B)$ که در حالت ایده‌آل:

$i_C \propto i_B$. ضریب تناسب را β یا بهره جریان اتصال کوتاه امیتر مشترک، می‌نامند بنابراین:

$$i_B = \frac{1}{\beta} i_C = \frac{1}{\beta} I_s \cdot e^{v_{BE}/n \cdot V_T} \quad (110-1)$$

$$\beta = \frac{i_C}{i_B} = Const. \quad (111-1)$$

تذکر: در حالت ایده‌آل که سیستم خطی در نظر گرفته می‌شود:

$$\beta = \frac{i_C}{i_B} = \frac{I_C}{I_B} = \frac{i_c}{i_b} = Const.$$

در این درس اغلب این رابطه به کار برده می‌شود ولی β واقعی تابع عوامل بسیاری است، که به

بعضی از آنها اشاره می‌شود:

در بسیاری از مسایل، برای سادگی $V_A \rightarrow \infty$ فرض می‌شود در مسایل واقعی معمولاً تا زمانی که

$\frac{V_{CE}}{V_A} < 0.1$ باشد، این فرض قابل قبول است (خطای کمتر از ۱۰٪). برای محاسبه دقیقتر معمولاً سه

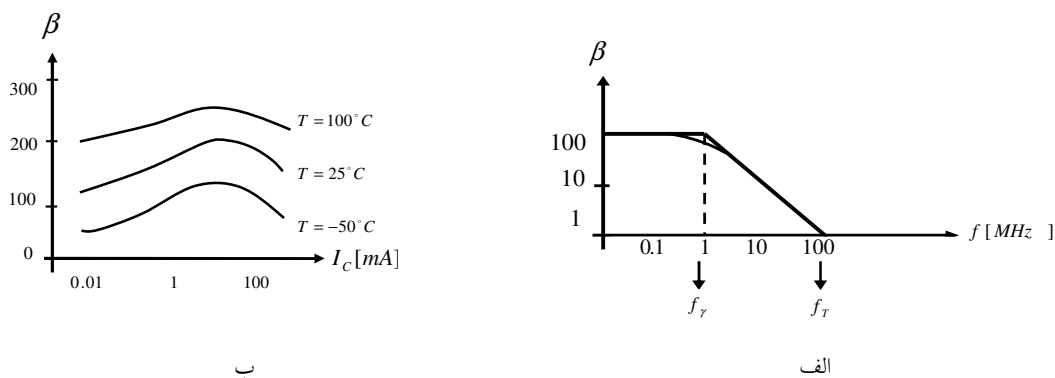
پارامتر برای β تعریف می‌شود. *PSpice* نام گذاری زیر را به کار برده است:

$$BF = \left. \frac{I_C}{I_B} \right|_{V_{CB}=0} \quad - \quad \text{یا } \beta \text{ ایده‌آل مستقیم، که مقدار آن عبارت است از:}$$

$$BDC = \left. \frac{I_C}{I_B} \right|_{I_C=I_Q} = BF \left(1 + \frac{V_{CB}}{V_A} \right) \quad - \quad \text{مقدار واقعی } \beta \text{ در نقطه کار (مقدار استاتیکی):}$$

$$BAC = \left. \frac{\partial i_C}{\partial i_B} \right|_{I_C=I_Q} = \frac{i_c}{i_b} \quad - \quad \text{مقدار } \beta \text{ برای محاسبه سیگنال (مقدار دینامیکی):}$$

علاوه بر آن β تابعی از فرکانس، دما و جریان نقطه کار نیز می‌باشد. شکل ۱-۷۱ مثالی برای این منظور نمایش می‌دهد.



شکل ۱-۷۱ وابستگی β به: الف- فرکانس ب- جریان نقطه کار و دما

مدل DC ترانزیستور

همانطور که در مورد دیود مشاهده شد، افت ولتاژ دو سر آن به هنگام بایاس شدن مقداری تقریباً ثابت است از آنجایی که اتصال BE عملاً یک دیود است، اگر در جهت مستقیم بایاس شده باشد، می‌توان در آنالیز DC ، بجای آن یک منبع ولتاژ مستقل با مقدار $V_{BE} = V_\gamma$ را به کار برد. اگر در مسایل مقدار این ولتاژ قید نشده باشد، $V_\gamma = 0.7V$ در نظر گرفته میشود.

در ناحیه فعال ترانزیستور، جریان خروجی (I_C) متناسب با جریان ورودی (I_B) است، بنابراین می

$$I_C = \beta_{DC} \cdot I_B \text{ : نظر گرفت}$$

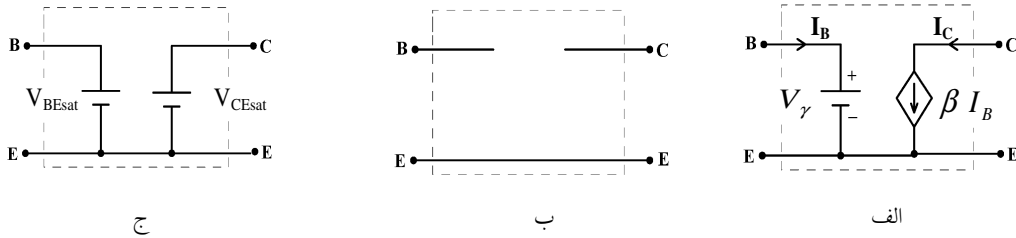
توجه: اگر پس از محاسبه، $V_{BE} < 0.5V$ بدست آمد، نتیجه گرفته میشود که ترانزیستور در ناحیه

قطع قرار دارد. و اگر پس از محاسبه، $V_{CE} < 0.2V$ یا $I_C < \beta \cdot I_B$ بدست آمد، نتیجه گرفته میشود که

ترانزیستور در ناحیه اشباع قرار دارد (چرا؟).

بنابراین با در نظر گرفتن مطالب فوق، می توان سه مدل ایده آل شده DC برای سه حالت

ترانزیستور در نظر گرفت (شکل ۷۲-۱).

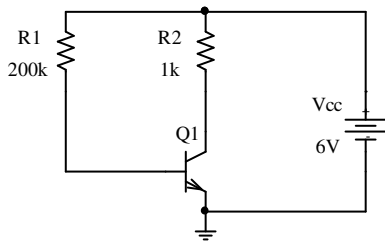


شکل ۷۲-۱ مدار معادل DC ترانزیستور در ناحیه: الف-فعال، ب-قطع و ج-اشباع

در این مدل‌ها، در صورتی که در مسئله مقدار پارامترها ذکر نشده باشد، $\beta = 100$ ، $V_\gamma = 0.7V$ ،

$V_{BEsat} = 0.8V$ و $V_{CEsat} = 0.2V$ به عنوان پیش فرض انتخاب می شوند.

مثال ۲۱-۱ نقطه کار ترانزیستور (V_{CE} ، I_C) مدار شکل



شکل ۷۳-۱ مدار مثال ۲۱-۱

۷۳-۱ را بدست آورید.

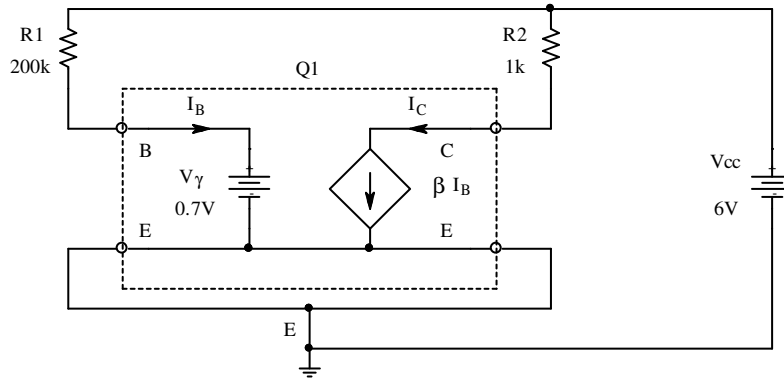
حل: در این مدار منبع تغذیه ۶ ولت است لذا از طریق

$R1$ جریان وارد بیس ترانزیستور می شود، پس دیود بیس-امیتر

در جهت مستقیم بایاس شده، ترانزیستور قطع نیست (یا در ناحیه فعال قرار دارد یا اشباع است). با

فرض این که ترانزیستور در ناحیه فعال قرار دارد، بجای ترانزیستور مدلس را قرار میدهیم. شکل ۷۳-۱،

با جانشینی مدل ترانزیستور از شکل ۷۲-۱ الف، تبدیل به مدار شکل ۷۴-۱ می شود.



شکل ۷۴-۱ جانشینی مدل ترانزیستور در مدار شکل ۷۳-۱

چون پارامترهای ترانزیستور ذکر نشده‌اند، مقادیر پیش فرض $\beta = 100$ و $V_{\gamma} = 0.7V$ در نظر گرفته می‌شوند. با استفاده از KVL در حلقه $V_{CC}, R1, V_{\gamma}$ داریم:

$$V_{CC} - R1 \cdot I_B - V_{\gamma} = 0 \rightarrow I_B = \frac{V_{CC} - V_{\gamma}}{R1} = \frac{6V - 0.7V}{200k\Omega} = 26.5\mu A$$

از مدل ترانزیستور به عبارت دیگر رابطه (۱۱۱-۱):

$$I_C = \beta \cdot I_B = 100 \cdot 26.5\mu A = 2.65mA$$

استفاده از KVL در حلقه $V_{CC}, R2, V_{CE}$ نتیجه می‌دهد:

$$V_{CC} - R2 \cdot I_C - V_{CE} = 0 \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - R2 \cdot I_C = 6V - 1k\Omega \cdot 2.65mA = 3.35V$$

چون $V_{CE} = 3.35V > V_{CEsat}$ است، لذا ترانزیستور در ناحیه فعال قرار داشته فرض اولیه صحیح است.

مثال ۲۲-۱ مثال قبل را برای ترانزیستوری با $\beta = 250$ حل کنید.

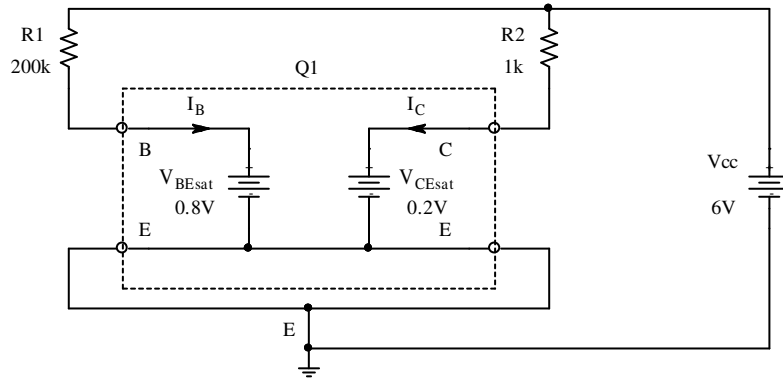
حل: چنان‌که فرض کنیم ترانزیستور در ناحیه فعال قرار دارد، میتوان از مدار شکل ۷۴-۱ استفاده

کرده $I_B = 26.5\mu A$ حاصل می‌شود. در نتیجه:

$$I_C = \beta \cdot I_B = 250 \cdot 26.5\mu A = 6.625mA$$

$$V_{CE} = V_{CC} - R_2 \cdot I_C = 6V - 1k\Omega \cdot 6.625mA = -0.625V$$

چون $V_{CE} = -0.625V < V_{CEsat}$ بدست آمد، لذا ترانزیستور در ناحیه اشباع قرار داشته فرض اولیه درست نیست. بنابراین شکل ۷۳-۱، با جانشینی مدل ترانزیستور از شکل ۷۲-۱ ج، تبدیل به مدار شکل ۷۵-۱ می شود.

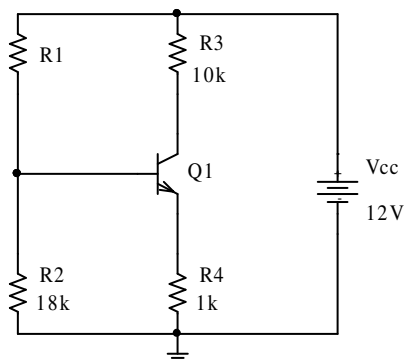


شکل ۷۵-۱ جانشینی مدل ترانزیستور در حالت اشباع در مدار شکل ۷۳-۱

چنان که ملاحظه می شود، در این مدار I_C از I_B مستقل است (چرا؟) و داریم:

$$V_{CE} = V_{CEsat} = 0.2V, \quad I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_2} = \frac{6V - 0.2V}{1k\Omega} = 5.8mA$$

مثال ۲۳-۱ نقطه کار ترانزیستور در مدار شکل ۷۶-۱ را برای دو حالت:



شکل ۷۶-۱ مدار مثال ۲۳-۱

الف - $R_1 = 100k\Omega$ و

ب - $R_1 = 500k\Omega$

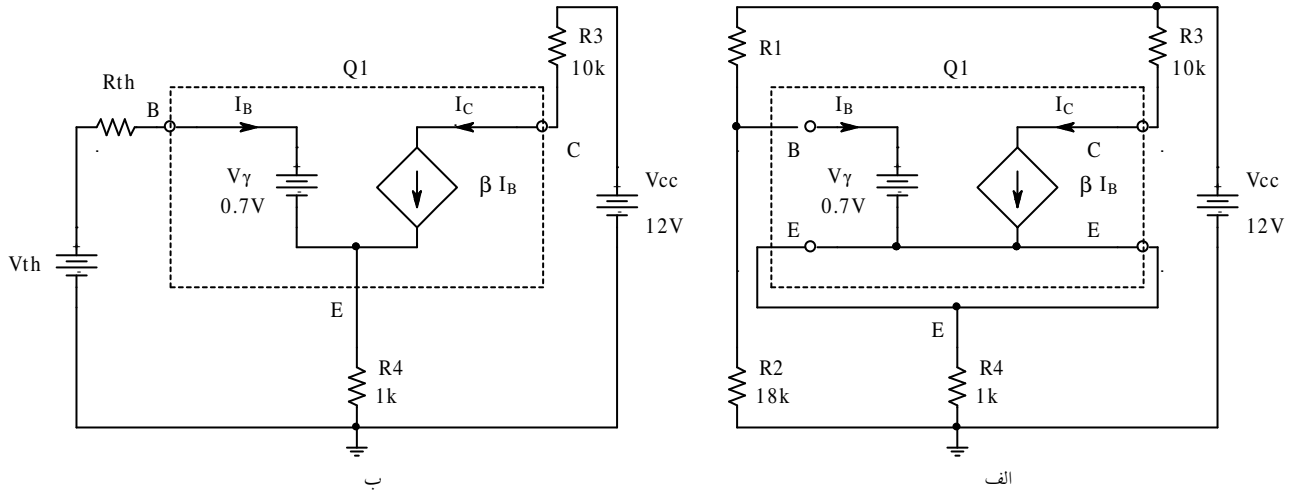
بدست آورید.

حل: در این مثال باز فرض می کنیم که ترانزیستور در

حالت فعال قرار دارد. بنابراین بجای $Q1$ از مدار معادلش

(شکل ۷۲-۱ الف) استفاده کرده شکل ۷۷-۱ الف حاصل

می شود. برای ساده تر شدن مدار، شبکه ای را که بیس ترانزیستور به بیرون می بیند؛ یعنی: $R1$ ، $R2$ و V_{CC} با مدار معادل تونن آن جانشین می کنیم (شکل ۱-۷۷ ب).



شکل ۱-۷۷ الف جانشینی ترانزیستور با مدل آن و ب- جانشینی شبکه از دید بیس با مدار معادل تونن آن

در این صورت داریم:

$$V_{th} = \frac{R2}{R1 + R2} \cdot V_{CC}, \quad R_{th} = R1 \parallel R2 = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2}$$

به علت این که مشخصات ترانزیستور بیان نشده اند، مقادیر پیش فرض $\beta = 100$ و $V_{\gamma} = 0.7V$ در نظر گرفته می شوند.

الف- $R1 = 100k\Omega$ ، در این صورت:

$$V_{th} = \frac{18k\Omega}{100k\Omega + 18k\Omega} \cdot 12V \approx 1.83V, \quad R_{th} = 100k\Omega \parallel 18k\Omega \approx 15.3k\Omega$$

چون $V_{th} \approx 1.83V > 0.5V$ ترانزیستور یا در ناحیه فعال است یا در ناحیه اشباع (چرا؟). در حلقه ورودی نتیجه می دهد:

$$\left. \begin{aligned} V_{th} - R_{th} \cdot I_B - V_{\gamma} - R4 \cdot I_E &= 0 \\ I_E &= I_B + I_C \\ I_C &= \beta \cdot I_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_C = \beta \cdot \frac{V_{th} - V_{\gamma}}{R_{th} + (\beta + 1) \cdot R4} = 0.9716251mA \approx 0.97mA$$

و در خروجی:

$$V_{CC} - R_3 \cdot I_C - V_{CE} - R_4 \cdot I_E = 0, \Rightarrow V_{CE} = V_{CC} - R_3 \cdot I_C - R_4 \cdot \frac{\beta + 1}{\beta} I_C \approx 1.3V$$

لذا چون $V_{CE} \approx 1.3V > V_{CE_{sat}}$ پس ترانزیستور در ناحیه فعال بوده فرض اولیه صحیح است.

ب- $R_1 = 500k\Omega$ ، در این صورت:

$$V_{th} = \frac{18k\Omega}{500k\Omega + 18k\Omega} \cdot 12V \approx 0.417V, \quad R_{th} = 500k\Omega \parallel 18k\Omega \approx 17.4k\Omega$$

چون $V_{th} \approx 0.417V < 0.5V$ ترانزیستور در ناحیه قطع است (چرا؟).

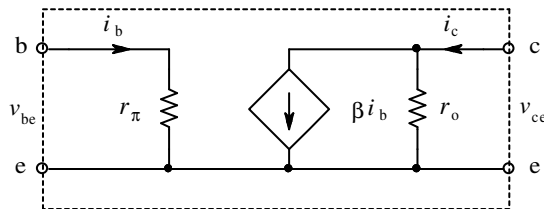
در نتیجه: $I_B \approx 0, I_C \approx 0, V_{CE} \approx 12V$

مدل علایم کوچک ترانزیستور

در صورتی که ترانزیستور در ناحیه فعال بایاس شده و دامنه سیگنال به اندازه کافی کوچک باشد، با توجه به خاصیت دیود $B-E$ (شکل ۱-۵۴ و رابطه (۱-۱۰۷)) و مشخصه خروجی ترانزیستور (شکل ۱-۶۶) می توان مدل ورودی را یک مقاومت (r_{be}) و مدل خروجی را یک منبع جریان وابسته ($\beta \cdot i_b$) موازی با یک مقاومت (r_{ce}) در نظر گرفت. بنابراین مدل خطی ساده شده یک ترانزیستور به صورت شکل ۱-۷۸ خواهد بود. معمولاً بجای r_{be} از $r_{\pi} \approx r_{be}$ و بجای r_{ce} از $r_o \approx r_{ce}$ استفاده می کنند. در این مدل نیز اگر پارامترهای ترانزیستور داده نشده باشند، از مقادیر پیش فرض:

$$\beta = 100, \quad r_o \rightarrow \infty, \quad r_{\pi} \approx \frac{n \cdot V_T}{I_B} = \beta \cdot \frac{n \cdot V_T}{I_C} \approx \frac{2.5}{I_C} \quad [k\Omega, mA]$$

استفاده می شود که در این رابطه I_C جریان نقطه کار ترانزیستور است.



شکل ۱-۷۸ مدل ساده شده ترانزیستور برای علایم کوچک

با مقایسه مدل علایم کوچک ترانزیستور (شکل ۱-۷۸) با مدل یک تقویت کننده جریان (شکل ۱-۴۴ ب، فصل ۱-۵-۲) به این نتیجه می رسیم که ترانزیستور در ناحیه خطی مانند یک تقویت کننده جریان عمل می کند که برای آن:

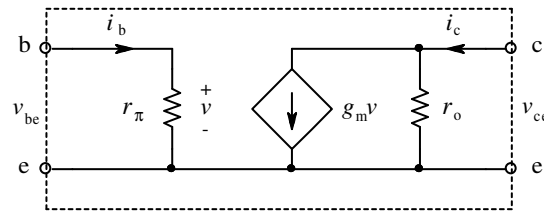
$$\beta = -A_i, \quad r_{\pi} = R_{ia}, \quad r_o = R_{oa}$$

است.

چنان که به جای v_{be} ، i_b را بعنوان سیگنال ورودی در نظر بگیریم شکل ۷۹-۱ حاصل می شود.^۱ با مقایسه این مدل با مدل تقویت کننده تراسانایی (شکل ۴۴-۱ ج، فصل ۱-۵-۲) به این نتیجه می رسیم که ترانزیستور در ناحیه خطی مانند یک تقویت کننده هدایت تقابلی عمل می کند که برای آن:

$$g_m = -G_m, \quad r_\pi = R_{ia}, \quad r_o = R_{oa}$$

است.



شکل ۷۹-۱ مدل دیگر علائم کوچک ترانزیستور

به کمک رابطه (۱۰۹-۱) و شکل های ۷۸-۱ و ۷۹-۱ نتیجه می شود در ناحیه فعال:

$$\beta = \beta_{DC} \approx \beta_{AC} \equiv \left. \frac{\partial i_C}{\partial i_B} \right|_{V_{CEQ}} = \beta_F \cdot \left(1 + \frac{V_{CB}}{V_A} \right) \quad (112-1)$$

$$r_\pi = \frac{v_{be}}{i_b} \equiv \left. \frac{\partial v_{BE}}{\partial i_B} \right|_{I_{BQ}} = r_{dBE} = \frac{n \cdot V_T}{I_{BQ}} = \frac{\beta \cdot n \cdot V_T}{I_{CQ}} \quad (113-1)$$

$$r_o = \frac{v_{ce}}{i_c} \equiv \left. \frac{\partial v_{CE}}{\partial i_C} \right|_{I_{CQ}, v_{be}=0} = \frac{V_A}{\beta_F \cdot I_{BQ}} = \frac{V_A + V_{CBQ}}{I_{CQ}} \approx \frac{V_A}{I_{CQ}} \quad (114-1)$$

$$g_m = \frac{i_c}{v_{be}} \equiv \left. \frac{\partial i_C}{\partial v_{BE}} \right|_{I_{CQ}, v_{ce}=0} = \beta \cdot \frac{i_b}{v_{be}} = \frac{\beta}{r_\pi} = \beta \cdot \frac{I_{BQ}}{n \cdot V_T} = \frac{I_{CQ}}{n \cdot V_T} \quad (115-1)$$

بنابراین با معلوم بودن پارامترهای ترانزیستور (n ، β_F ، و V_A)، دما (و در نتیجه V_T) و نقطه کار

(V_{CEQ} ، I_{CQ}) می توان از روابط فوق پارامترهای مدل علائم کوچک ترانزیستور را بدست آورد.

^۱ برای آشنایی با برخی مدل‌های دیگر ر. ک. پیوست ۷-۱

تذکر ۱: هدف این درس آموزش اصول و درک مفاهیم است. بنابراین سعی می شود حتی الامکان از

ساده ترین مدلها استفاده شود. به همین دلیل برای ترانزیستور به تعریف فقط چهار پارامتر I_S ، n ، β_F ، و V_A بسنده شده است. در صورتی که برای مثال نرم افزار *PSpice* برای ترانزیستور ۴۰ پارامتر تعریف کرده است.

تذکر ۲: چنان که بخواهید جواب های بدست آمده از روش تحلیلی را با جوابهای بدست آمده از

شبیه سازی با *PSpice* مقایسه کنید به نحو زیر عمل کنید:

- برای ترانزیستور $QbreakN$ را برای nnp و $QbreakP$ را برای $pnnp$ انتخاب کنید.

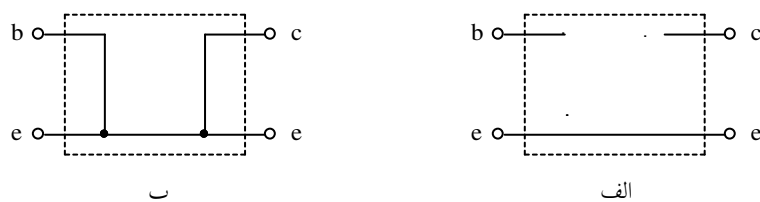
- در مدل ترانزیستور پارامترها را انتخاب کنید: $BF = \beta_F$ ، $NF = n$ ، $VAF = V_A$

- با توجه به دمای انتخاب شده در پنجره: *Analysis / Setup / Temperature*، مقدار V_T را

$$\text{بدست آورید: } V_T = \frac{k}{q} \cdot T \approx 86.1 \times T [\mu V, K], \quad T = \text{Temperature} + 273$$

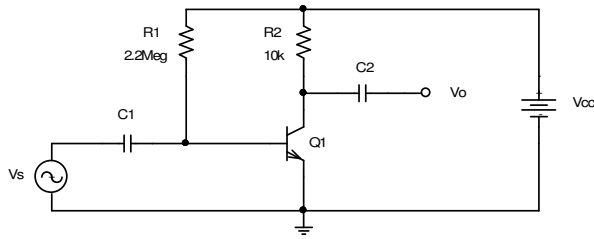
در حالت ایده آل، به کمک شکل ۱-۶۸ مدل علائم کوچک ترانزیستور در حالت قطع ($I_C \rightarrow 0$):

$r_o \rightarrow \infty$ ، $r_{\pi} \rightarrow \infty$ و $g_m \rightarrow 0$ ، و در حالت اشباع $r_o \rightarrow 0$ ، $r_{\pi} \rightarrow 0$ ، بدست می آید (شکل ۱-۸۰).



شکل ۱-۸۰ مدار معادل ایده آل علائم کوچک ترانزیستور در ناحیه: الف- قطع، ب- اشباع

مثال ۲۴-۱ مشخصات تقویت کننده مدار شکل ۸۱-۱ را با فرض $\beta = 200$ و $r_{\pi} = 5k\Omega$ ، برای



شکل ۸۱-۱ مدار مثال ۲۴-۱

فرکانس های میانی بدست آورید.

حل: منظور از مشخصات تقویت کننده

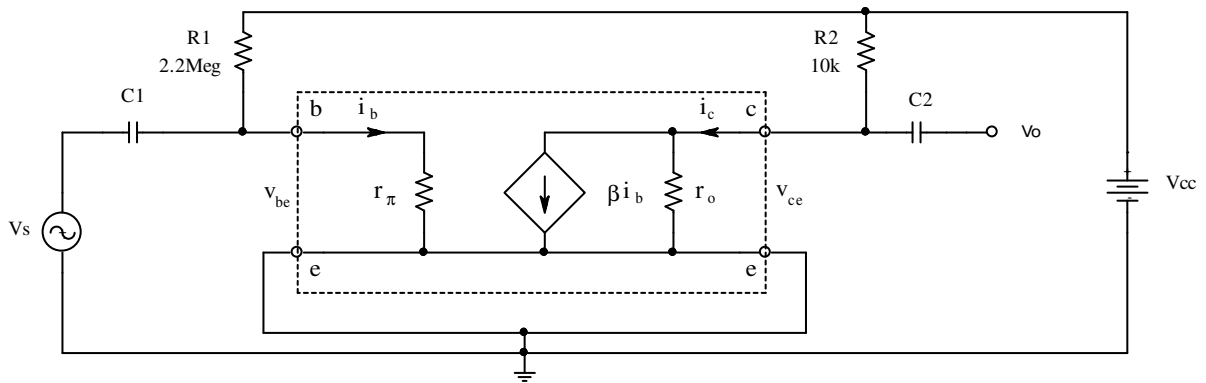
یعنی: بهره های ولتاژ، جریان و توان و همچنین

مقاومت های ورودی و خروجی مدار. بنا به

تعریف فرکانس های میانی محدوده فرکانسی است که خازن ها (و سلف ها) در مدار موثر نیستند (ر. ک.

به فصل ۱-۴-۴). یعنی در این مدار برای سیگنال، خازن ها را می توان مثل مدار اتصال کوتاه در نظر

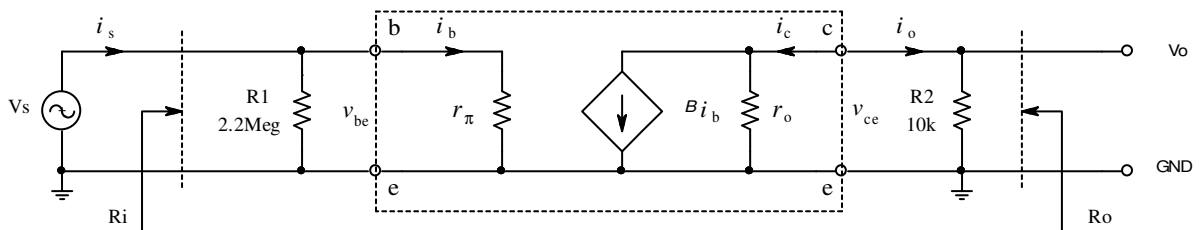
گرفت. با استفاده از مدار معادل ترانزیستور (شکل ۱-۷۹) مدار به صورت شکل ۱-۸۲ حاصل می شود.



شکل ۱-۸۲ استفاده از مدار معادل ترانزیستور در مدار شکل ۱-۸۱

با توجه به مطالب فوق و این واقعیت که مولفه ی سیگنال منبع تغذیه صفر است، خازن ها و V_{cc} را

اتصال کوتاه در نظر گرفته، مدار به صورت شکل ۱-۸۳ در می آید.



شکل ۱-۸۳ مدار معادل AC مدار شکل ۱-۸۱

به کمک این مدار و بنا به تعریف، مشخصات مدار:

$$R_i = R1 \parallel r_{\pi} = 2.2M\Omega \parallel 5k\Omega \approx 5k\Omega$$

$$R_o = R2 \parallel r_o = 10k\Omega \parallel \infty = 10k\Omega$$

$$A_{i_s} \equiv \frac{i_o}{i_s} = \frac{-i_c}{i_b + i_{R1}} \approx \frac{-i_c}{i_b} = -\beta = -200$$

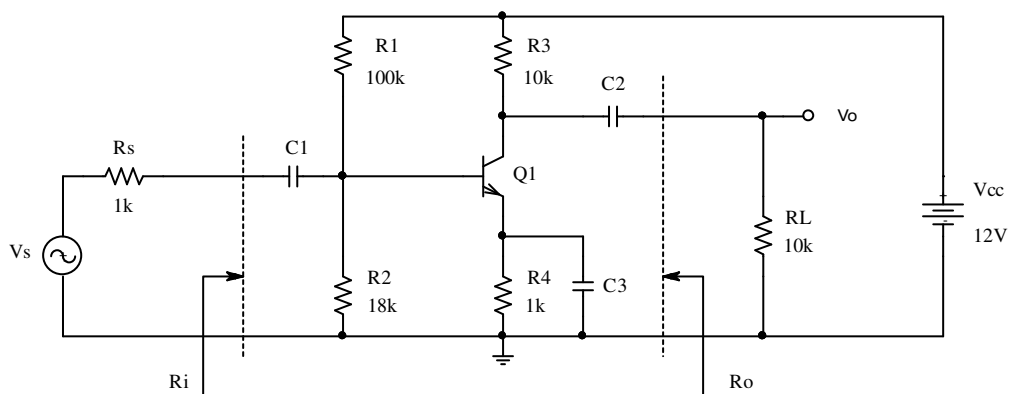
$$A_{v_s} \equiv \frac{v_o}{v_s} = \frac{i_o \cdot R2}{i_s \cdot R_i} \approx A_{i_s} \cdot \frac{R2}{R_i} \approx -200 \cdot \frac{10k\Omega}{5k\Omega} \approx -400$$

$$A_{p_s} \equiv A_{v_s} \cdot A_{i_s} \approx (-400) \cdot (-200) = 80000$$

بدست می‌آید. این مدار یک تقویت کننده امیتر مشترک است (چرا؟). توجه کنید که در مدار امیتر

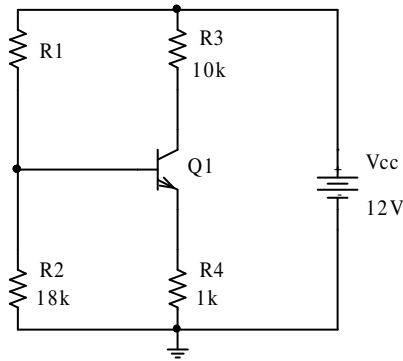
مشترک، بهره ولتاژ و جریان هر دو دارای مقادیری منفی با قدر مطلق بزرگتر از یک هستند.

مثال ۱-۲۵ مشخصات مدار زیر را بدست آورید.



شکل ۱-۸۴ مدار مثال ۱-۲۵

حل: در این مثال مشخصات ترانزیستور ذکر نشده‌اند. بنابراین مقادیر پیش فرض یعنی $\beta = 100$ و



شکل ۸۵-۱ جزء باقی مانده از مدار شکل ۸۴-۱ جهت بررسی مولفه DC.

$r_o \rightarrow \infty$ در نظر گرفته می‌شوند. ولی r_π چقدر است؟

برای این منظور باید ابتدا نقطه کار را بدست آوریم. برای محاسبه نقطه کار باید مدار را از دید DC بررسی کنیم. چون خازن برای DC مثل مدار باز عمل می‌کند، لذا مدار به صورت شکل ۸۵-۱ در می‌آید. با کمی دقت متوجه میشویم که این مدار همان مدار مثال ۲۳-۱ برای حالت الف

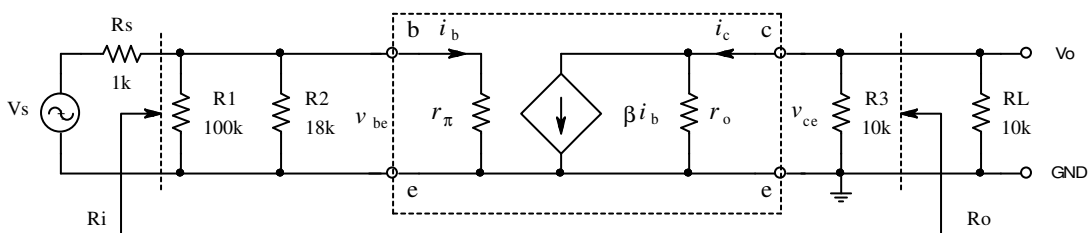
است. لذا بدون این که مسئله را حل کنیم از جواب‌های مثال ۲۳-۱ استفاده می‌کنیم یعنی:

$$V_{CE} = 1.3V, \quad I_C = 0.97mA \quad \rightarrow \quad r_\pi = \beta \cdot \frac{n \cdot V_T}{I_C} \approx 2.6k\Omega$$

برای بررسی سیگنال، از مدل علایم کوچک به عبارت دیگر AC استفاده می‌کنیم. بنابراین در این

مدار نیز خازن‌ها و منابع DC اتصال کوتاه در نظر گرفته شده، مدار شکل ۸۶-۱ حاصل می‌شود. از

روی شکل و با توجه به تعاریف داریم:



شکل ۸۶-۱ مدار معادل AC مدار شکل ۸۴-۱

$$R = R1 \parallel R2 = 100k\Omega \parallel 18k\Omega \approx 15.3k\Omega$$

$$R_i = R \parallel r_\pi = 15.3k\Omega \parallel 2.6k\Omega \approx 2.2k\Omega$$

$$R_o = R3 \parallel r_o, \quad r_o \rightarrow \infty, \quad \Rightarrow \quad R_o = R3 = 10k\Omega$$

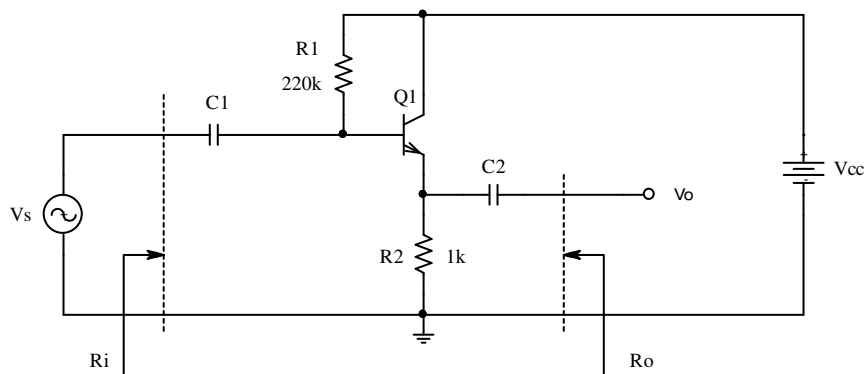
$$\left. \begin{aligned}
 A_{i_s} &\equiv \frac{i_L}{i_s} = \frac{i_L}{i_c} \cdot \frac{i_c}{i_b} \cdot \frac{i_b}{i_s} \\
 r_o &\rightarrow \infty, \Rightarrow i_c = \beta \cdot i_b \\
 \frac{i_L}{i_c} &= -\frac{R_3}{R_3 + R_L} = -0.5 \\
 \frac{i_c}{i_b} &= \beta = 100 \\
 \frac{i_b}{i_s} &= \frac{R}{R + r_\pi} \approx 0.85
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_{i_s} = -0.5 \times 100 \times 0.85 \approx -43$$

$$A_{v_s} \equiv \frac{v_o}{v_s} = \frac{i_L \cdot R_L}{i_s \cdot (R_s + R_i)} = A_{i_s} \cdot \frac{R_L}{R_s + R_i} = -43 \cdot \frac{10k\Omega}{1k\Omega + 2.2k\Omega} \approx -134$$

$$A_{p_s} \equiv \frac{P_o}{P_s} = A_{v_s} \cdot A_{i_s} \approx 134 \times 43 \approx 5760$$

این مدار نیز یک تقویت کننده امیتر مشترک است.

مثال ۲۶-۱ مشخصات مدار زیر را با فرض $\beta = 200$ و $r_\pi = 1k\Omega$ بدست آورید.

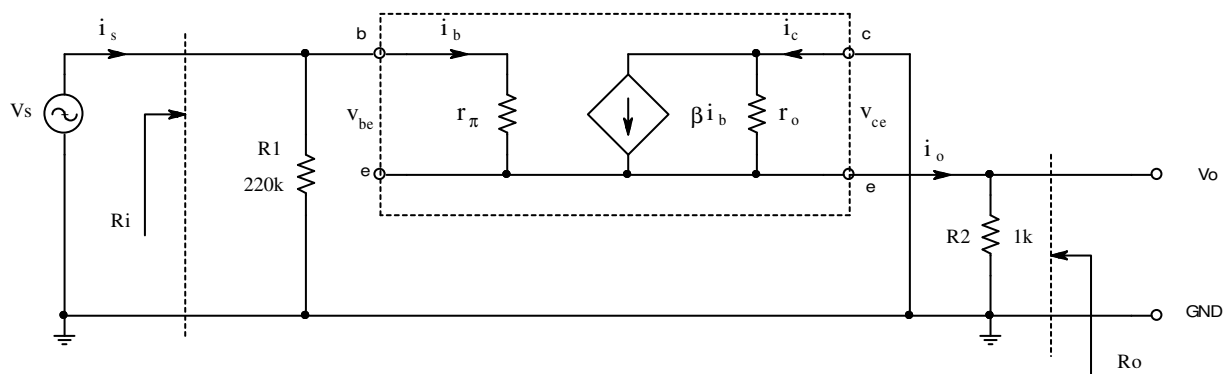


شکل ۸۷-۱ مدار مثال ۲۶-۱

حل: پارامترهای ترانزیستور در این مثال داده شده اند. بنابراین دیگر نیازی به محاسبه نقطه کار

نیست. برای محاسبه مشخصات AC مدار، مجدداً خازن‌ها و منبع تغذیه را اتصال کوتاه در نظر گرفته،

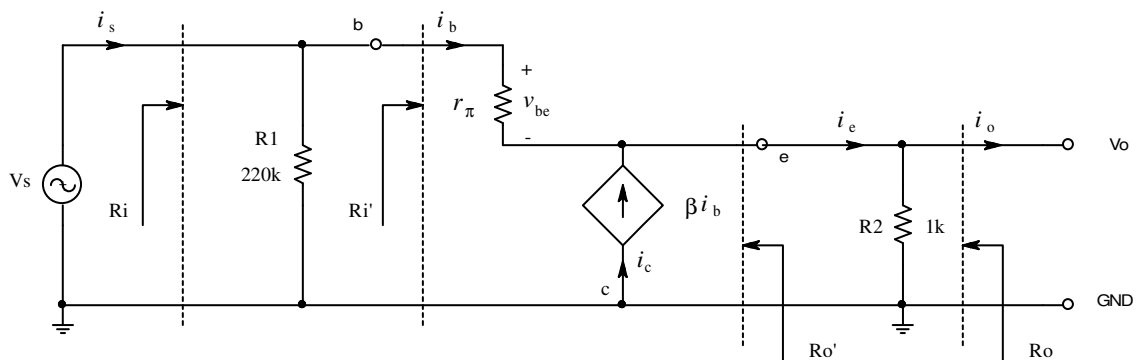
مدل علایم کوچک ترانزیستور را جایگزین میکنیم.



شکل ۸۸-۱ مدل AC مدار شکل ۸۶-۱

برای درک ساده‌تر راه حل مدار، شکل ۸۸-۱ را به صورت شکل ۸۹-۱ رسم و با توجه به $r_o \rightarrow \infty$ ،

آن را از مدار حذف میکنیم.



شکل ۸۹-۱ تغییر شکل یافته مدار شکل ۸۸-۱

توجه شود که در این مدار - بر خلاف دو مدار قبل - حلقه خروجی و ورودی بهم وابسته هستند

(چرا؟). در نتیجه نمی‌توان حلقه ورودی را مستقل از خروجی بررسی کرد. برای ساده‌تر شدن بررسی،

مقاومت ورودی از دید ترانزیستور - یعنی مقاومت بین بیس و زمین - را R_i' ، و مقاومت خروجی از دید ترانزیستور - یعنی مقاومت بین امیتر و زمین - را R_o' می‌نامیم.

با توجه به تعریف مقاومت ورودی و مقاومت خروجی، از روی شکل ۱-۸۸ مشخصات مدار بدست می‌آید.

$$\left. \begin{array}{l} R_i' \equiv \frac{v_b}{i_b} \Big|_{i_o=0} \\ v_b = i_b \cdot r_\pi + i_e \cdot R_2 \\ i_e = i_b + i_c \end{array} \right\} \Rightarrow R_i' = r_\pi + (1 + \beta) \cdot R_2 = 1k\Omega + 201 \times 1k\Omega = 202k\Omega$$

$$\left. \begin{array}{l} R_o' \equiv -\frac{v_o}{i_e} \Big|_{v_s=0} \\ v_o = -v_{be} = -r_\pi \cdot i_b \\ i_e = i_b + i_c \end{array} \right\} \Rightarrow R_o' = \frac{r_\pi}{1 + \beta} = \frac{1k\Omega}{201} \approx 5\Omega$$

$$R_i = R_1 \parallel R_i' = 220k\Omega \parallel 202k\Omega \approx 105k\Omega$$

$$R_o = R_2 \parallel R_o' = 1k\Omega \parallel 5\Omega \approx 5\Omega$$

$$A_{i_s} \equiv \frac{i_L}{i_s} = \frac{i_e}{i_b} \cdot \frac{i_b}{i_s} = (1 + \beta) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_i'} = 201 \times \frac{220k\Omega}{220k\Omega + 202k\Omega} \approx 105$$

$$A_{v_s} \equiv \frac{v_o}{v_s} = \frac{i_e \cdot R_2}{i_b \cdot R_i'} = (1 + \beta) \cdot \frac{R_2}{R_i'} = 201 \times \frac{1k\Omega}{202k\Omega} = 0.995 \approx 1$$

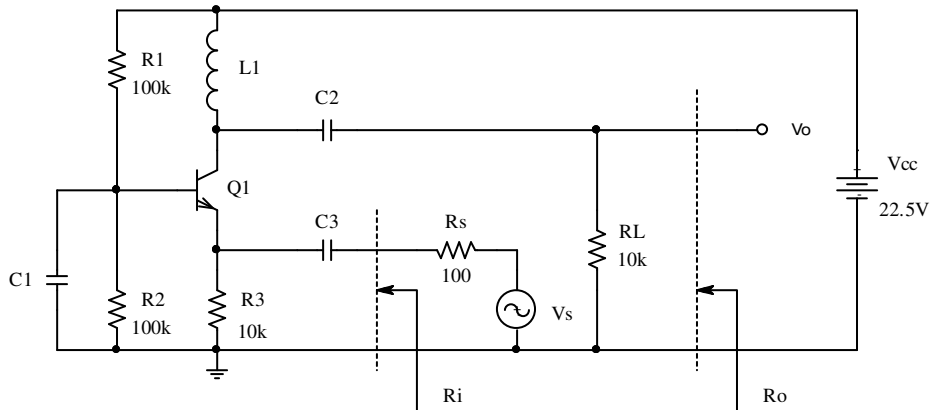
$$A_{p_s} \equiv \frac{p_o}{p_s} = A_{v_s} \cdot A_{i_s} \approx 105$$

این مدار یک تقویت کننده کلکتور مشترک است (چرا؟). در تقویت کننده کلکتور مشترک، بهره

ولتاژ و جریان دارای مقادیری مثبت هستند؛ بهره ولتاژ همواره از یک کوچکتر است (چرا؟) ولی با

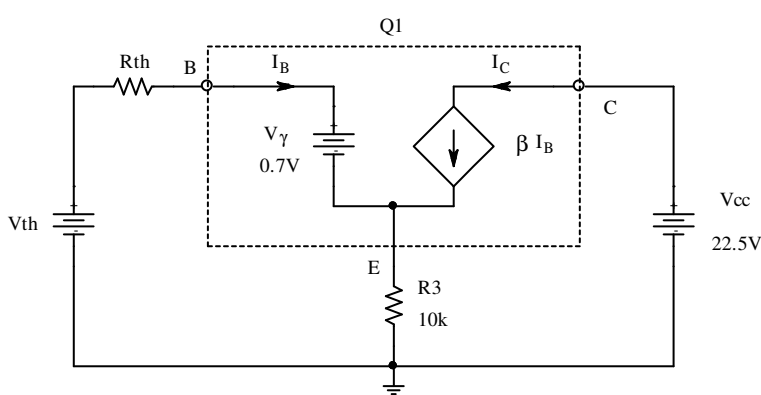
وجود این، یک تقویت کننده محسوب می‌شود (چرا؟).

مثال ۲۷-۱ مشخصات مدار زیر را بدست آورید.



شکل ۹۰-۱ مدار مثال ۲۷-۱

حل: در این مثال مشخصات ترانزیستور داده نشده اند. بنابراین $\beta = 100$ و $r_o \rightarrow \infty$ فرض میشوند.



شکل ۹۱-۱ مدار معادل DC مدار شکل ۹۰-۱

برای بدست آوردن r_{π} باید

نقطه کار را بدست آوریم.

برای این منظور مدار معادل

DC را رسم میکنیم. برای

DC خازنها مانند مدار باز و

سلفها مثل اتصال کوتاه

عمل میکنند (چرا؟). در نتیجه مدار شکل ۹۱-۱ حاصل می شود. از آنجا:

$$R_{th} = R1 \parallel R2 = 50k\Omega$$

$$V_{th} = \frac{R2}{R1 + R2} \cdot V_{CC} = 11.25V$$

$$\left. \begin{aligned} V_{th} - I_B \cdot R_{th} - V_\gamma - (I_B + I_C) \cdot R_3 = 0 \\ I_C = \beta \cdot I_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_C = \beta \cdot \frac{V_{th} - V_\gamma}{R_{th} + (1 + \beta) \cdot R_3} \approx 1 \text{mA}$$

$$V_{CC} - V_{CE} - (I_C + I_B) \cdot R_3 = 0 \Rightarrow V_{CE} \approx V_{CC} - I_C \cdot R_3 \approx 12.5 \text{V} \gg V_{CEsat}$$

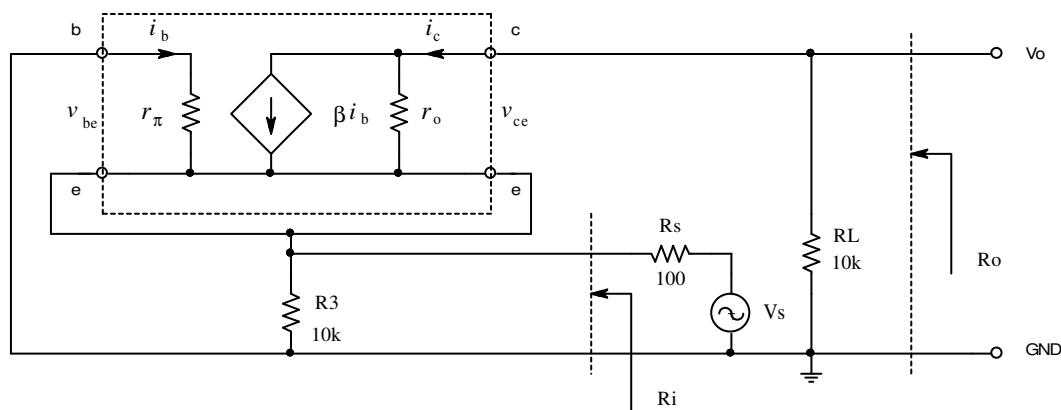
محاسبات فوق نشان می‌دهد که ترانزیستور در ناحیه فعال است. برای بررسی مشخصات دینامیکی

مدار از مدل علایم کوچک آن استفاده میکنیم:

$$V_{CE} = 12.5 \text{V}, I_C = 1 \text{mA} \Rightarrow \beta = 100, r_\pi = \beta \cdot \frac{n \cdot V_T}{I_C} \approx 2.5 \text{k}\Omega, r_o \rightarrow \infty$$

در فرکانس های میانی خازن‌ها مثل مدار اتصال کوتاه و سلف مثل مدار باز عمل میکنند (چرا؟).

بنابراین با جانشینی مدل علایم کوچک ترانزیستور، مدار شکل ۹۰-۱ به صورت شکل ۹۲-۱ در می‌آید.

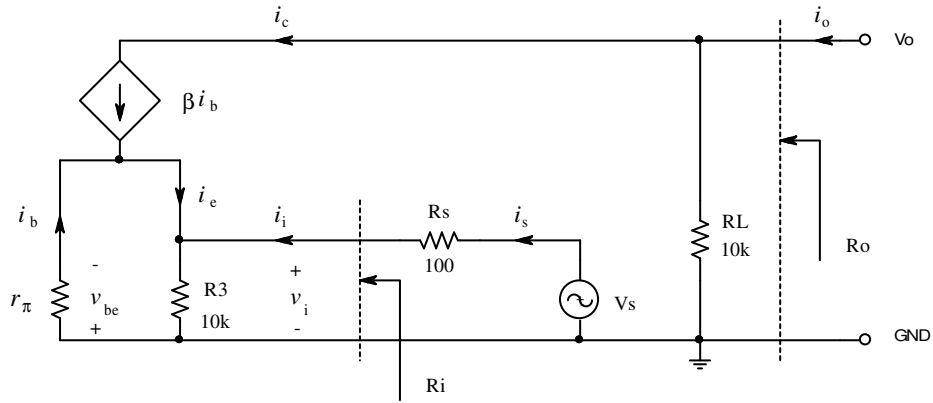


شکل ۹۲-۱ مدار معادل AC مدار شکل ۹۰-۱

برای بررسی ساده‌تر مدار اندکی شکل آنرا تغییر فرم می‌دهیم. با در نظر گرفتن $r_o \rightarrow \infty$ و

تعریف: $R_o \equiv \left. \frac{v_o}{i_o} \right|_{v_s=0}$ ، شکل ۹۳-۱ حاصل می‌شود. حال بکمک این شکل مشخصات مدار را بدست

می‌آوریم.



شکل ۹۳-۱ تغییر شکل داده شده مدار شکل ۹۲-۱

$$\left. \begin{aligned} i_e &= i_b + i_c = (1 + \beta) \cdot i_b \\ v_s = 0: i_e \cdot (R3 \parallel R_s) &= i_b \cdot r_\pi \end{aligned} \right\} \Rightarrow i_e \cdot (R3 \parallel R_s) = \frac{i_e}{1 + \beta} \cdot r_\pi \Rightarrow i_e = 0, i_c = 0$$

$$R_o \equiv \left. \frac{v_o}{i_o} \right|_{v_s=0} = \frac{v_o}{i_c + i_{RL}} = \frac{v_o}{i_{RL}} = R_L = 10k\Omega$$

$$\left. \begin{aligned} R_i &\equiv \left. \frac{v_i}{i_i} \right|_{i_o=0} \\ R_i &= R3 \parallel R_i' \\ R_i' &\equiv - \left. \frac{v_i}{i_e} \right|_{i_o=0} = - \frac{-v_{be}}{(1 + \beta) \cdot i_b} = \frac{r_\pi}{1 + \beta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_i = R3 \parallel \frac{r_\pi}{1 + \beta} \approx 10k\Omega \parallel 25\Omega \approx 25\Omega$$

$$\left. \begin{aligned} A_{v_s} &\equiv \left. \frac{v_o}{v_s} \right|_{i_o=0} \\ A_{v_s} &= \frac{v_o}{v_i} \cdot \frac{v_i}{v_s} \\ \frac{v_o}{v_i} &= \frac{-i_c \cdot R_L}{-i_b \cdot r_\pi} = \beta \cdot \frac{R_L}{r_\pi} \approx 400 \\ \frac{v_i}{v_s} &= \frac{R_i}{R_i + R_s} \approx 0.2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_{v_s} \approx 400 \times 0.2 \approx 80$$

$$\left. \begin{aligned} A_{i_s} &\equiv \frac{i_{RL}}{i_s} \Big|_{i_o=0} \\ A_{i_s} &= \frac{v_o/R_L}{v_i/R_i} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_{i_s} = \frac{v_o}{v_i} \cdot \frac{R_i}{R_L} \approx 400 \times \frac{25\Omega}{10k\Omega} \approx 1$$

$$A_{ps} = A_{vs} \cdot A_{i_s} \approx 80$$

این مدار یک تقویت کننده بیس مشترک است (چرا؟). در تقویت کننده بیس مشترک، بهره ولتاژ و

جریان دارای مقادیری مثبت هستند؛ بهره جریان همواره از یک کوچکتر است (چرا؟) ولی با وجود این،

یک تقویت کننده محسوب می شود (چرا؟).

۱-۵-۴-۲ ترانزیستور میدانی

همانطور که در دسته بندی ترانزیستورها در شکل ۱-۵۳ مشاهده می شود، یک گروه دیگر از ترانزیستورها، "فت"^۱ها هستند. در این قسمت مختصراً به معرفی دو نوع از آنها - یعنی "فت اتصال^۲" و "ماس فت"^۳ - می پردازیم.

• فت اتصال

شکل ۱-۹۴ ساختمان شماتیک یک فت اتصال و نماد آنرا نمایش میدهد. بین دو پایه درین^۴ (D) و سورس^۵ (S) یک قطعه سیلیسیم با ناخالصی قرار دارد، که به آن کانال^۶ می گویند. در صورتی که

ناخالصی از نوع n باشد، این

فت یک $n-Ch JFET$ نامیده

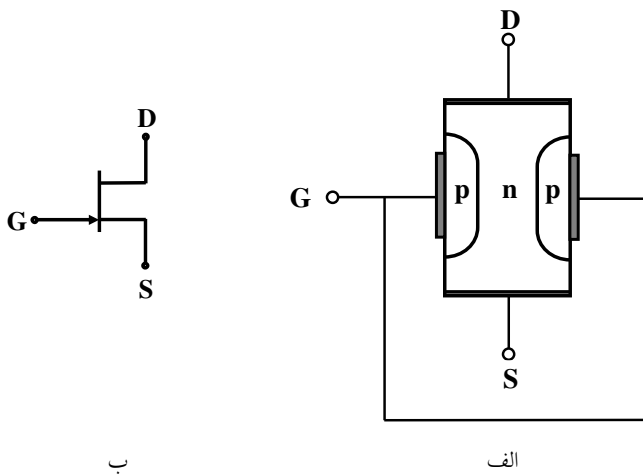
می شود. چنان که ناخالصی از

نوع p باشد، این فت یک

$p-Ch JFET$ نام خواهد

داشت. اگر در نوع n -کانال

یک لایه با ناخالصی از نوع p



ب

الف

شکل ۱-۹۴ الف- ساختار، ب- نماد یک جی فت

قرار دهیم، گیت^۱ (G) تشکیل خواهد شد. به همین منوال گیت $p-Ch JFET$ به کمک سیلیسیم با

ناخالصی از نوع n ساخته می شود. اتصال $p-n$ ، یعنی اتصال بین گیت و کانال (بعبارت دیگر اگر

¹ FET: Field Effect Transistor

² JFET: Junction Field Effect Transistor

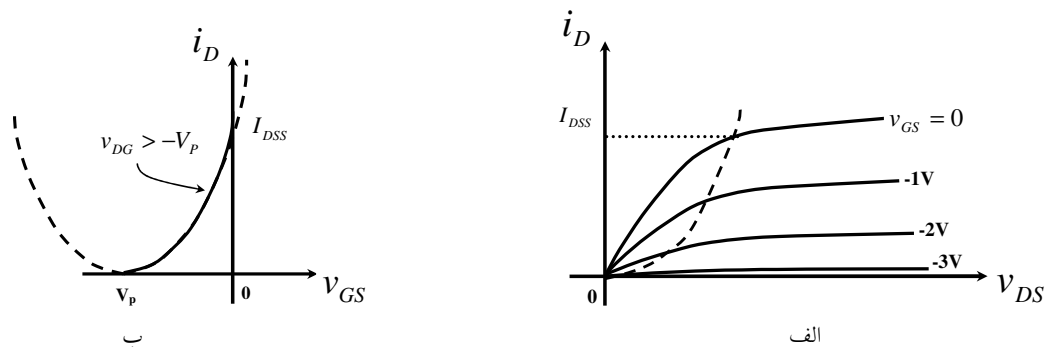
³ MOSFET: Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor

⁴ Drain

⁵ Source

⁶ Channel

مرجع را S در نظر بگیریم، بین G و S) مانند یک دیود عمل میکند. در عمل این دیود در جهت معکوس بایاس می شود. اگر $v_{GS} = 0$ باشد، حاملها می توانند از تمام سطح کانال عبور کرده، مقاومت کانال، حداقل است. برای فت n -کانال، با افزایش تدریجی v_{DS} ، حول لایه p یک میدان منفی بوجود می آید که باعث می گردد عرض کانال و در نتیجه سطح مؤثر آن کمتر شود. این امر یعنی زیادتر شدن مقاومت کانال (مقاومت متغیر). بالاخره اگر v_{DS} از حدی بیشتر شود، زیاد شدن مقاومت کانال تقریباً متناسب با افزایش v_{DS} می شود، بعبارت دیگر i_D تقریباً ثابت می ماند به این ولتاژ، ولتاژ قطع (V_P) و جریان ثابت شده را جریان اشباع (I_{DSS}) گویند. حال اگر $v_{GS} < 0$ شود، بعلت جمع شدن اثر میدانها، حالت ذکر شده بالا، زودتر بوجود می آید. اگر $|v_{DG}| > |V_P|$ باشد، i_D تقریباً یک تابع درجه دوم از v_{GS} خواهد بود. شکل ۱-۹۵ مشخصه خروجی و مشخصه انتقالی یک $n-Ch JFET$ را نمایش میدهد.



شکل ۱-۹۵ الف- مشخصه خروجی ب- مشخصه انتقالی یک $n-Ch JFET$

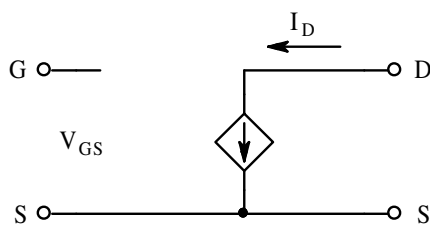
برای یک $p-Ch JFET$ مشخصه ها مشابه و فقط علامتها بر عکس هستند (برای $n-Ch JFET$):
 $i_D > 0$ ، $v_{DS} > 0$ ، $v_{GS} < 0$ و $V_P < 0$ برای $p-Ch JFET$: $i_D < 0$ ، $v_{DS} < 0$ ، $v_{GS} > 0$ و

Gate¹
 Pinch – Off Voltage²
 Saturation Current³

$(V_P > 0)$. برای هر دو نوع فت، در صورتی که $|v_{DG}| > |V_P|$ و $|v_{GS}| < |V_P|$ باشد، ترانزیستور در ناحیه فعال قرار داشته:

$$i_D \approx I_{DSS} \left(1 - \frac{v_{GS}}{V_P} \right)^2 \cdot (1 + \lambda \cdot v_{DS}) \quad (116-1)$$

که در این رابطه: i_D جریان درین (تابع)، v_{GS} و v_{DS} اختلاف پتانسیل های گیت و درین نسبت به سورس (متغیرها)، I_{DSS} جریان اشباع، V_P ولتاژ قطع و λ پارامترهای ترانزیستور هستند. واحد λ



عکس ولت است و معادل ولتاژ ارلی در ترانزیستور دو

قطبی می باشد ($\lambda \equiv \frac{1}{V_A}$). از این رابطه و ساختار فیزیکی

(شکل ۹۴-۱) مدل علایم بزرگ (DC) به دست می آید.

$$I_D \approx I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2 \cdot (1 + \lambda \cdot v_{DS})$$

با توجه به این که در شرایط عادی دیود گیت-کانال در

جهت معکوس بایاس می شود، جریان گذرنده از گیت به

جریان اشباع معکوس دیود، یعنی به مقدار بسیار کمی

شکل ۹۶-۱ مدل DC جی فت

محدود می شود. بنابراین در مدل شکل ۹۶-۱، اتصال بین گیت و سورس به عبارت دیگر اتصال بین

گیت و درین، مدار باز در نظر گرفته می شود. با توجه به این که در مدارها واقعی معمولاً

$\lambda \cdot V_{DS} \ll 1$ ، در اکثر موارد از اثر آن صرفنظر کرده برای محاسبه نقطه کار از رابطه (۱۱۷-۱) استفاده

می شود:

$$I_D \approx I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2 \quad (117-1)$$

برای بدست آوردن مدل علایم کوچک (AC) از رابطه (۱۱۶-۱) استفاده می کنیم. طبق تعریف:

$$g_m \equiv \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \right|_{I_D, V_{DS}} \approx \frac{2 \cdot I_{DSS}}{-V_P} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right) \cdot (1 + \lambda \cdot V_{DS}) \quad (118-1)$$

با صرفنظر کردن از اثر λ و استفاده از رابطه (117-1) نتیجه می شود:

$$g_m \approx \frac{2}{|V_P|} \cdot \sqrt{I_D \cdot I_{DSS}} \quad (119-1)$$

همچنین با استفاده از رابطه (116-1) و تعریف هدایت خروجی:

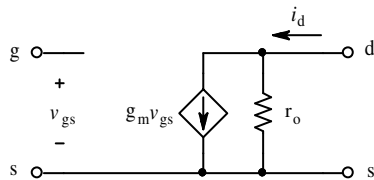
$$g_o \equiv \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} \right|_{I_D, V_{GS}} \approx I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2 \cdot \lambda = \frac{\lambda \cdot I_D}{1 + \lambda \cdot V_{DS}} \quad (120-1)$$

با جانشینی $V_A = 1/\lambda$ و $r_o = 1/g_o$:

$$r_o = \frac{V_A + V_{DS}}{I_D} \approx \frac{V_A}{I_D} \quad (121-1)$$

بنابراین مدل علایم کوچک *JFET* در ناحیه خطی و در فرکانس پایین (محدوده فرکانسی که از اثر

خازنهای ترانزیستور بتوان صرفنظر کرد)، به صورت مدار شکل



شکل 97-1 مدل AC جی فت

97-1 خواهد بود. با مقایسه مدل جی فت با مدل بای پلار

ترانزیستور، نتیجه می گیریم که با توجه به این که جریان

ورودی فت قابل اغماض است برای آن $A_i \equiv \frac{i_d}{i_g} \rightarrow \infty$.

بنابراین اگر در مدل بای پلار ترانزیستور $\beta \rightarrow \infty$ و در نتیجه $r_\pi = \frac{\beta}{g_m} \rightarrow \infty$ در نظر گرفته شوند،

همان مدل جی فت حاصل می شود.

تذکر: چنان که بخواهید جواب های بدست آمده از روش تحلیلی را با جوابهای بدست آمده از

شبیه سازی با *PSpice* مقایسه کنید به نحو زیر عمل کنید:

- *JbreakN* را برای n -کانال و *JbreakP* را برای p -کانال انتخاب کنید.

- *PSpice* برای جی فت ۱۴ پارامتر تعریف کرده است که ما از ۳ تای آنها استفاده می کنیم. این

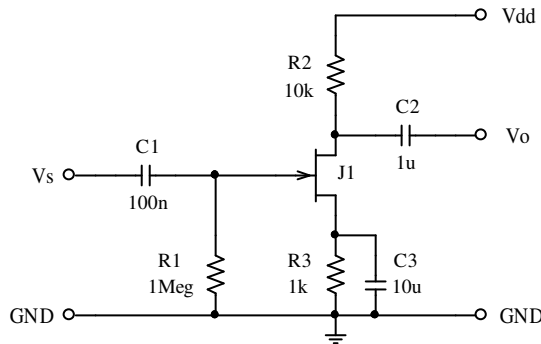
پارامترها عبارتند از: V_{TO} ، $BETA$ و $LAMBDA$.

- در مدل ترانزیستور پارامترها را انتخاب کنید: $V_{TO} = V_P$ ، $BETA = \frac{I_{DSS}}{V_P^2}$ و $LAMBDA = \frac{1}{V_A}$.

- در فایل خروجی: $GM = g_m$ و $GDS = \frac{1}{r_o}$ است.

مثال ۱-۲۸ با فرض $V_{dd} = 30V$ ، $I_{DSS} = 8mA$ ، $V_P = -4V$ و $V_A = 80V$ مشخصات مدار

شکل ۱-۹۸ را بدست آورید.



شکل ۱-۹۸ مدار مثال ۱-۲۸

حل: ابتدا باید نقطه کار را بدست آوریم تا

اولاً ببینیم که آیا ترانزیستور در ناحیه فعال قرار

دارد و ثانیاً پارامترهای مدل علایم کوچک را

محاسبه کنیم. پس از آن مشخصات دینامیکی

مدار را محاسبه می کنیم. بنابراین حل مدار در

سه مرحله انجام می شود:

الف - محاسبه نقطه کار: از رابطه (۱-۱۱۷) و شکل ۱-۹۸:

$$\left. \begin{aligned} I_D &= I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P} \right)^2 \\ V_{GS} + I_D \cdot R_S + I_G \cdot R_G &= 0 \\ I_G &= 0 \end{aligned} \right\} V_{GS} = -I_D \cdot R_S \Rightarrow I_D = 8mA \left(1 - \frac{-I_D \cdot 1k\Omega}{-4V} \right)^2$$

به عبارت دیگر:

$$I_D = 8 \left(1 - \frac{1}{2} \cdot I_D + \frac{1}{16} \cdot I_D^2 \right) \quad [mA, k\Omega, V]$$

و از آن جا:

$$I_D^2 - 10I_D + 16 = 0$$

$$I_D = 5 \pm \sqrt{25 - 16} = \begin{cases} 5 + 3 = 8 \\ 5 - 3 = 2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{غ ق ق (چرا؟)} \\ \checkmark \end{array}$$

پس $I_D = 2mA$ و $V_{DG} = 10V > |V_P|$ در نتیجه ترانزیستور در ناحیه فعال قرار داشته می توان از آن به عنوان یک تقویت کننده خطی استفاده کرد.

ب- محاسبه پارامترهای ترانزیستور: از رابطه (۱۱۹-۱):

$$g_m \approx \frac{2}{|V_P|} \cdot \sqrt{I_D \cdot I_{DSS}} \approx \frac{2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 8} \approx 2mA/V$$

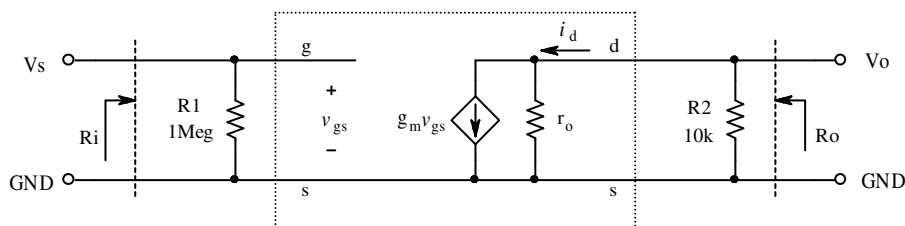
و از (۱۲۱-۱):

$$r_o = \frac{V_A + V_{DS}}{I_D} \approx \frac{V_A}{I_D} \approx \frac{80V}{2mA} = 40k\Omega$$

پ- محاسبه مشخصات مدار: برای بدست آوردن بهره ولتاژ، مقاومت ورودی و مقاومت خروجی

در فرکانس میانی، منبع تغذیه و تمام خازنهای اتصال کوتاه در نظر گرفته می شوند (چرا؟). با جایگزینی

مدل ترانزیستور، مدار شکل ۹۸-۱ به صورت مدار ۹۹-۱ در می آید.



شکل ۹۹-۱ مدار معادل غلامیم کوچک مدار شکل ۹۸-۱ برای فرکانس های میانی

$$R_i = R1 = 1M\Omega, R_o = r_o \parallel R2 = 8k\Omega, A_{v_s} = -g_m \cdot R_o = -16$$

از روی شکل:

برای بدست آوردن حداکثر دامنه خروجی، چنین استدلال می‌کنیم: از روی شکل ۹۸-۱ نتیجه می‌

گیریم که در فرکانس‌های میانی، بیشترین دامنه در نیم‌پریود مثبت برابر $V_P^+ = V_{DD} - V_D = 20V$

خواهد بود (چرا؟). همچنین حد اکثر دامنه در نیم‌پریود منفی برابر $V_P^- = V_{DG} - |V_P| - |V_P^- / A_v|$ به

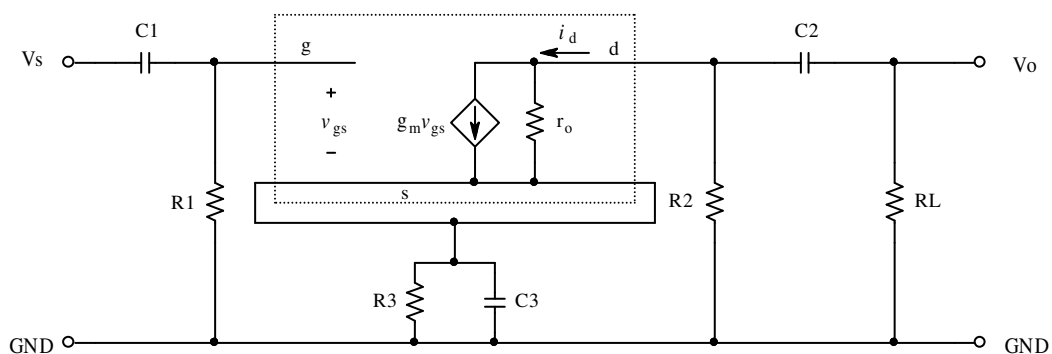
عبارت دیگر $V_P^- \approx 5.6V$ خواهد بود (چرا؟). در نتیجه برای این که شکل موج (تقریباً) متقارن باشد،

باید:

$$V_{P_{\max}} = \min(V_P^+, V_P^-) = 6V$$

برای بدست آوردن فرکانس‌های حد، مدار معادل علایم کوچک شکل ۹۸-۱ را با در نظر گرفتن

اثر خازن‌ها بررسی می‌کنیم (شکل ۱۰۰-۱).



شکل ۱۰۰-۱ بررسی تاثیر خازن‌ها در بدست آوردن فرکانس‌های حد

مسیر سیگنال از منبع (v_s) به سمت گیت است. بنابراین سیگنال در این مسیر $C1$ و $R1$ را می‌بیند

که اثر بالا‌گذری دارند. جریان خروجی (i_d) بر روی $R2$ ولتاژی ایجاد می‌کند. این ولتاژ (مدار معادل

تونن) از طریق $C2$ و RL به خروجی منتقل شده سیگنال خروجی (v_o) را ایجاد می‌کند. RL ، $C2$

نیز یک بالا‌گذر را تشکیل می‌دهند. بالاخره به ازای یک ولتاژ ثابت گیت (v_g) ، هر قدر فرکانس

سیگنال بیشتر باشد، v_s کمتر (چرا؟) و در نتیجه v_{gs} و به تبع آن i_d به عبارت دیگر v_o بیشتر می‌

شود. بنابراین $C3$ نیز نقش بالا گذری دارد. پس مدار شامل سه بالا گذر و فاقد پایین گذر است. در نتیجه: $f_h \rightarrow \infty$.

برای محاسبه f_l - با توجه به قضیه جمع آثار - به کمک شکل ۱-۱۰۰ اثر سه خازن را به صورت جداگانه بررسی می کنیم. طبیعی است که هنگام بررسی یک خازن (یا سلف) سایر عناصر وابسته به فرکانس باید در مدار بی تاثیر باشند. چون در این مدار هر سه خازن اثر بالا گذری دارند، هنگامی که اثر یک خازن بررسی می شود، آن دو خازن دیگر اتصال کوتاه در نظر گرفته می شوند (چرا؟).

- اثر $C1$: همان طور که در شکل مشهود است، $C1$ فقط $R1$ را می بیند. بنابراین:

$$\tau_1 = R1 \cdot C1 = 1M\Omega \times 100nF = 0.1s$$

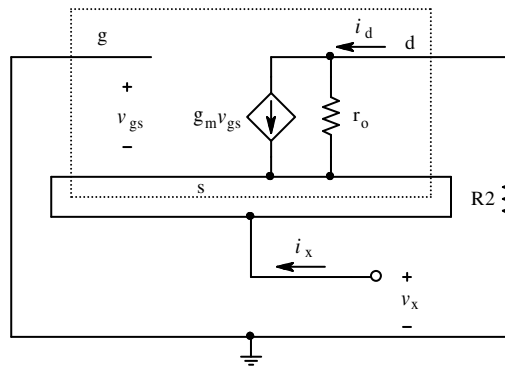
- اثر $C2$: این خازن از یک سو مقاومت خروجی مدار را می بیند، و از طرف دیگر مقاومت بار را. در نتیجه:

$$\tau_2 = (RL + (R2 \parallel \dots)) \cdot C2 \rightarrow \infty \quad (RL = \infty)$$

- اثر $C3$: این خازن از یک سو $R3$ را می بیند، و از سوی دیگر مقاومت دیده شده از طرف سورس، که این دو با هم موازی شده اند؛ یعنی $R_{C3} = R3 \parallel R_x$. برای محاسبه R_x ، طبق معمول، بین سورس و زمین یک منبع ولتاژ غیر وابسته v_x را قرار داده جریان گذرنده از آن (i_x) را - به ازای صفر کردن سایر منابع و اثر المانهای وابسته به فرکانس - محاسبه می کنیم.

$$R_x = \frac{v_x}{i_x}$$

با توجه به مطالب فوق مدار شکل ۱-۱۰۰ به صورت شکل ۱-۱۰۱ در می آید.



شکل ۱۰۱-۱ مدار معادل جهت محاسبه مقاومت دیده شده از سوی سورس

$$\left. \begin{aligned} i_d \cdot R2 + (i_d - g_m \cdot v_{gs}) \cdot r_o + v_x &= 0 \\ i_d = -i_x, \quad v_{gs} = -v_x \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_x \equiv \frac{v_x}{i_x} = \frac{R2 + r_o}{1 + g_m \cdot r_o} \approx 0.6k\Omega$$

$$\tau_3 = (R3 \parallel R_x) \cdot C3 \approx (1k\Omega \parallel 0.6k\Omega) \times 10\mu F \approx 3.75ms \quad \text{بنابراین:}$$

$$f_l = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau_3} \approx 40Hz \quad \text{و از آنجا:}$$

تذکر: چون برای سادگی محاسبات، $V_A \gg V_{DS}$ فرض و در نتیجه بجای استفاده از روابط (۱-۱)

(۱۱۶)، (۱۱۸-۱) و (۱۲۰-۱) از روابط تقریبی (۱۱۷-۱)، (۱۱۹-۱) و (۱۲۱-۱) استفاده شده است،

مقادیر محاسبه شده تقریبی هستند. علاوه بر آن برای محاسبه فرکانس حد، شبکه مربوط به $C3$ علاوه

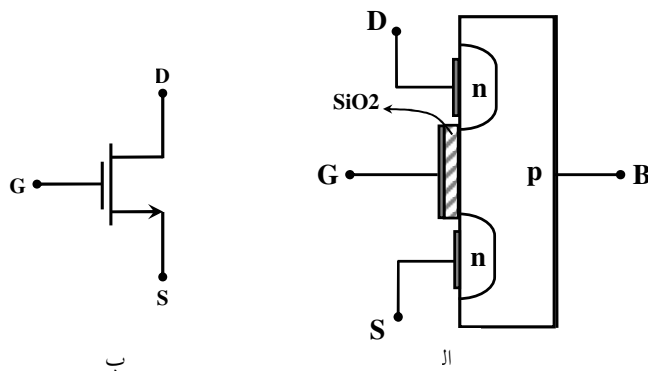
بر قطب دارای یک صفر هم است، که فقط اثر قطب در نظر گرفته شده است! برای مقایسه، مقادیر دقیق

(شبیه سازی شده با *PSpices*) عبارتند از: $I_D = 2.06mA$ ، $g_m = 2.12mA/V$ ، $r_o = 42.4k\Omega$ و از

$$\text{آن جا: } R_i = 1M\Omega, R_o = 8.093k\Omega, A_{v_s} = -17.16, V_{P_{max}} = 5V \text{ و } f_l = 37.9Hz.$$

• ماس فت

ماس فت^۱ یکی از انواع آی جی فت^۲ ها می باشد. شکل ۱-۱۰۲ ساختمان شماتیک یک ماس فت ارتقایی^۳ n -کانال را نمایش میدهد. یک قطعه سیلیسیم با ناخالصی p زیر لایه^۴ یا بدنه^۵ را تشکیل میدهد. دو جزیره با ناخالصی n پایه های درین و سورس را می سازند. بین این دو جزیره یک لایه اکسید سیلیسیم، گیت را - که از یک لایه فلز تشکیل شده است - از بدنه جدا می سازد در اکثر مواقع بدنه (B) و سورس (S) به یک دیگر متصل هستند.



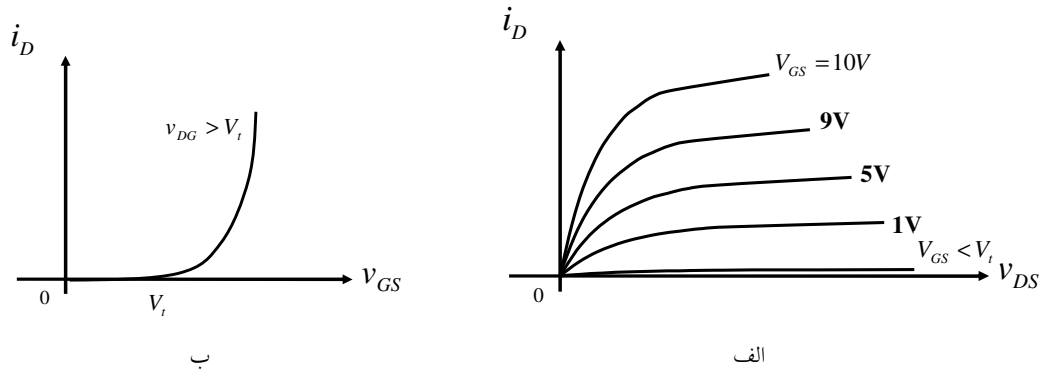
شکل ۱-۱۰۲ الف- ساختار ب- نماد ماس فت

در حالت عادی - یعنی هنگامی که v_{GB} ، بعبارت دیگر v_{GS} صفر باشد - ارتباط بین درین و سورس، قطع است (چرا؟) یعنی $I_D \approx 0$. با افزایش ولتاژ گیت - سورس، میدانی بین گیت و بدنه بوجود میآید که باعث میشود حامل های

اقلیت بدنه (الکترون ها) به سمت گیت رانده شوند. اگر میدان به اندازه کافی قوی باشد ($v_{GS} > V_f$)، تعداد الکترونهایی که به سمت گیت جذب میشوند، به اندازه ای زیاد خواهد بود که ایجاد یک کانال (n) بین دو جزیره D و S کرده ارتباط بین این دو برقرار میشود. طبیعتاً هر قدر v_{GS} بزرگتر باشد تعداد حاملهای جذب شده بیشتر و سطح مؤثر کانال بیشتر و مقاومت اهمی آن کمتر خواهد بود (به ازای

¹ MOSFET: Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor
² IGFET: Insulated Gate FET
³ Enhancement
⁴ Substrate
⁵ Bulk, Body

v_{DS} ثابت i_D بیشتر می شود). شکل ۱-۱۰۳ مشخصه های یک ماس فت ارتقای n -کانال را نمایش میدهد.



شکل ۱-۱۰۳ مشخصه های ماس فت ارتقای n -کانال الف- خروجی ب- انتقالی

به V_t ولتاژ حد^۱ گویند. در ماس فت می تواند منفی یا مثبت باشد. برای ماس فت n -کانال، $V_t > 0$ و در شرایط عادی $v_{GS} \geq 0$ ، $i_D \geq 0$ و $v_{DS} \geq 0$ انتخاب می شوند. بعضی از ماس فت ها - برخلاف بای پلار ترانزیستورها - متقارن هستند یعنی $v_{DS} \leq 0$ و $i_D \leq 0$ هم قابل استفاده است. یعنی ماس فت در جهت معکوس تقریباً بخوبی جهت مستقیم کار میکند. مطالب ذکر شده، برای ماس فت p -کانال نیز صادق است. با این تفاوت که بدنه از نیمه هادی با ناخالصی n و جزیره ها از ناخالصی p ساخته شده اند، $V_t < 0$ ، $v_{GS} \leq 0$ و در جهت مستقیم $i_D \leq 0$ و $v_{DS} \leq 0$ انتخاب می شوند. مدل ماس فت نیز مانند جی فت است (شکل های ۱-۹۶ و ۱-۹۷). برای این که ترانزیستور (هر دو نوع n و p) در ناحیه خطی قرار داشته باشد، باید: $|v_{GS}| \geq |V_t|$ و $|v_{DG}| \geq |V_t|$ باشد، در این صورت:

$$i_D = K \cdot (v_{GS} - V_t)^2 \cdot (1 + \lambda \cdot v_{DS}) \quad (1-122)$$

^۱ ولتاژ آستانه، Threshold Voltage

که در این رابطه K ضریبی است ثابت، که توسط ساختمان داخلی ترانزیستور معین می شود. در برخی

از کتب این پارامتر را چنین تعریف می کنند: $K = \frac{K'}{2} \cdot \frac{W}{L}$. واحد این ضریب A/V^2 است. سایر

پارامترها: V_t ولتاژ آستانه، $\lambda = \frac{1}{V_A}$ ، W عرض کانال، L طول کانال و K' هدایت آن می باشند. برای

مدل DC می توان از رابطه (۱۲۲-۱) با جایگذاری مقادیر نقطه کار استفاده کرد. در عمل اغلب

$\lambda \cdot v_{DS} \ll 1$ در نظر گرفته می شود. در این صورت:

$$I_D \approx K \cdot (V_{GS} - V_t)^2 \quad (123-1)$$

برای مدل AC ، از (۱۲۲-۱) طبق تعریف:

$$g_m \equiv \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}} \right|_{I_D, V_{DS}} = 2K \cdot (V_{GS} - V_t) \cdot (1 + \lambda \cdot V_{DS}) \quad (124-1)$$

جانشینی $V_{GS} - V_t$ از (۱۲۲-۱) در (۱۲۴-۱):

$$g_m = 2 \cdot \sqrt{K \cdot I_D \cdot (1 + \lambda \cdot V_{DS})} \quad (125-1)$$

با صرفنظر کردن از اثر λ :

$$g_m \approx 2 \cdot \sqrt{K \cdot I_D} \quad (126-1)$$

همچنین با استفاده از رابطه (۱۲۲-۱) و تعریف هدایت خروجی:

$$g_o \equiv \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} \right|_{I_D, V_{GS}} = K \cdot \lambda \cdot (V_{GS} - V_t)^2 = \frac{\lambda \cdot I_D}{1 + \lambda \cdot V_{DS}} \quad (127-1)$$

با جانشینی $r_o = 1/g_o$ و $V_A = 1/\lambda$:

$$r_o = \frac{V_A + V_{DS}}{I_D} \approx \frac{V_A}{I_D} \quad (128-1)$$

هرگاه بین دو جزیره، در بدنه ماس فت n -کانال، مقدار ناخالصی نوع n اضافه کنیم، به ازای $v_{GS} = 0$ نیز کانال وجود داشته و $i_D > 0$ است. اگر $v_{GS} < 0$ شود کانال کمتر و مقاومت آن بیشتر می شود و بلعکس برای $v_{GS} > 0$ ، سطح مؤثر کانال بیشتر و مقاومت آن کمتر می شود. برای این که $i_D \approx 0$ شود، باید $v_{GS} < V_t$ باشد. در این صورت به V_t در برخی نشریات V_p گویند. به این نوع ماس فت، ماس فت تهی^۱ (کاهشی) n -کانال گفته می شود. مشخصات این نوع فت مانند جی فت است، با این تفاوت که این فت در محدوده $v_{GS} > 0$ نیز قابل به کار گیری است. متناظر n -کانال، ماس فت تهی p -کانال نیز وجود دارد. در عمل این نوع ترانزیستور کمتر متداول است به همین دلیل در این درس در مورد آن بیشتر توضیح داده نمی شود.

تذکر: چنان که بخواهید جواب های بدست آمده از روش تحلیلی را با جوابهای بدست آمده از

شبیه سازی با *PSpice* مقایسه کنید به نحو زیر عمل نمایید:

- *MbreakN3* را برای n -کانال و *MbreakP3* را برای p -کانال انتخاب کنید.

- *PSpice* برای ماس فت ۴۲ پارامتر تعریف کرده است که ما از ۳ تای آنها استفاده می کنیم.

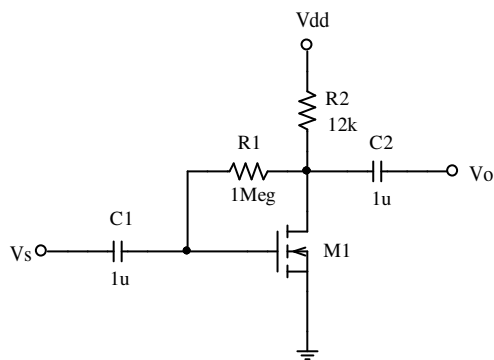
این پارامترها عبارتند از: VTO ، KP و $LMBDA$ (به عنوان پیش فرض $W = L = 100\mu m$)

در نظر گرفته شده اند).

- در مدل ترانزیستور پارامترها را انتخاب کنید: $VTO = V_t$ ، $KP = 2 \cdot K$ و $LAMBDA = \frac{1}{V_A}$.

- در فایل خروجی: $GM = g_m$ و $GDS = \frac{1}{r_o}$ است.

مثال ۱-۲۸: در صورتی که در مدار شکل ۱-۱۰۴ $V_{dd} = 15V$ و مشخصات ترانزیستور، $V_t = 2V$



شکل ۱-۱۰۴ مدار مثال ۱-۲۸

$K = 1mA/V^2$ و $V_A \rightarrow \infty$ فرض شوند، R_o ، R_i

و $V_{P_{max}}$ را بدست آورید. (تذکر: در

نشریات مختلف برای ماس فت نماد های گوناگونی

استفاده می شود، برای مثال اغلب کتب درسی نماد

شکل ۱-۱۰۲ الف را به کار می برند. *PSpice* از

سمبل شکل ۱-۱۰۴ استفاده می کند).

حل: طبق معمول برای حل مسئله سه مرحله را طی می کنیم:

الف- محاسبه نقطه کار: از (۱-۱۲۳)، و با توجه به این که $I_G = 0$ ، از روی شکل ۱-۱۰۴:

$$\left. \begin{aligned} I_D &= K(V_{GS} - V_t)^2 \\ V_{GS} &= V_{DS} = V_{dd} - I_D R_D \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_D = K(V_{dd} - I_D R_D - V_t)^2$$

و از آن جا:

$$144I_D^2 - 313I_D + 169 = 0$$

$$I_D = \frac{313 \pm 25}{288} = \begin{cases} 1.174mA \\ 1mA \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{غ ق ق (چرا؟)} \\ \checkmark \end{array}$$

پس $I_D = 1mA$ ، $V_{DS} = V_{GS} = 3V$ ، یعنی $V_{GS} > V_t$ و $V_{DG} > -V_t$ ، در نتیجه ترانزیستور در ناحیه

فعال قرار داشته می توان از آن به عنوان یک تقویت کننده خطی استفاده کرد.

ب- محاسبه پارامترهای ترانزیستور ($\lambda \rightarrow 0$): از رابطه (۱-۱۲۵) به عبارت دیگر (۱-۱۲۶):

$$g_m = 2\sqrt{K \cdot I_D} = 2 \cdot \sqrt{1 \cdot 1} = 2mA/V$$

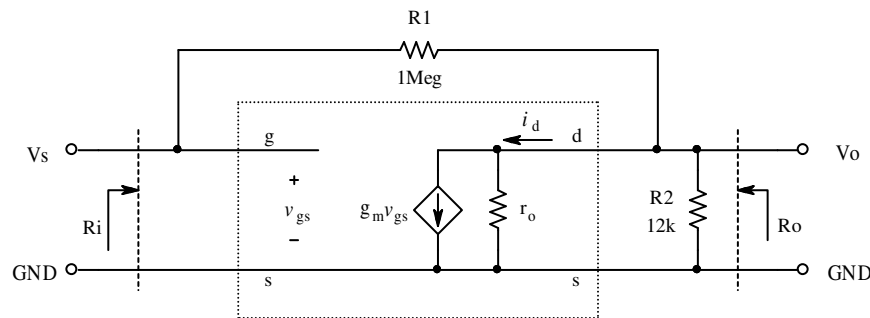
و از (۱-۱۲۸):

$$r_o \rightarrow \infty$$

پ- محاسبه مشخصات مدار: برای بدست آوردن بهره ولتاژ، مقاومت ورودی و مقاومت خروجی

در فرکانس میانی، منبع تغذیه و تمام خازنهای اتصال کوتاه در نظر گرفته می شوند (چرا؟). با جایگزینی

مدل ترانزیستور، مدار شکل ۱-۱۰۴ به صورت مدار ۱-۱۰۵ در می آید.



شکل ۱-۱۰۵ مدار معادل علایم کوچک مدار شکل ۱-۱۰۵ برای فرکانس های میانی

برای محاسبه بهره ولتاژ و مقاومت ورودی از قضیه میلر استفاده می کنیم. اگر اثر $R1$ در ورودی را $R1'$

و در خروجی $R1''$ به نامیم:

$$\left. \begin{aligned} K = A_v &\equiv \left. \frac{v_o}{v_i} \right|_{i_o=0} = -g_m \cdot (R1'' \parallel R2 \parallel r_o) \\ R1'' &= \frac{K \cdot R1}{K-1} \\ K < -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R1'' > \frac{R1}{2} = 500k\Omega \Rightarrow K \approx -g_m \cdot R2 = -24$$

$$r_o \rightarrow \infty, R1'' > 500k\Omega \Rightarrow R1'' \parallel R2 \parallel r_o \approx R2$$

$$A_{v_s} = A_v = K \approx -24$$

$$R_i = \left. \frac{v_s}{i_s} \right|_{i_o=0} = R1' = \frac{R1}{1-K} \approx 40k\Omega$$

$$R_o = \left. \frac{v_o}{i_o} \right|_{v_s=0} = R1'' \parallel R2 \parallel r_o \approx R2 = 12k\Omega$$

مقاومت خروجی، طبق تعریف:

برای بدست آوردن فرکانس های حد، با توجه به مسیر سیگنال از سمت ورودی به سوی خروجی، مشهود است که $C1$ و $C2$ نقش بالا گذری دارند. و چون خازن دیگری که محدودیت فرکانسی بوجود بیاورد، وجود ندارد، $f_h \rightarrow \infty$. خازن $C1$ ، مقاومت ورودی و خازن $C2$ ، مقاومت خروجی سری با بار را می بیند. بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \tau_1 = R_i \cdot C1 \approx 40ms \\ \tau_2 = (R_o + R_L) \cdot C2 \rightarrow \infty \end{array} \right\} \Rightarrow f_l = \frac{1}{2\pi\tau_1} \approx 4Hz$$

برای محاسبه ماکزیمم دامنه خروجی چنین استدلال می کنیم: بیشترین ولتاژ درین موقعی حاصل می شود که $i_D \rightarrow 0$ و کمترین مقدار آن - که هنوز ترانزیستور در ناحیه خطی قرار داشته باشد - به ازای $v_{DG} = -V_t$ بدست می آید. بنا به تعریف دامنه ولتاژ خروجی عبارت است از حداکثر تغییرات ولتاژ حول نقطه کار، بنابراین:

$$V_P^+ = V_{dd} - V_{DS} = 15V - 3V = 12V$$

$$\left. \begin{array}{l} v_{DG_{\min}} = -V_t \\ v_{DS} = v_{DG} + v_{GS} \\ V_P^- = V_{DS} - v_{DS_{\min}} \\ v_{DS_{\min}} = -V_t + v_{GS_{\max}} \\ v_{GS_{\max}} = V_{GS} - V_P^- / A_v \end{array} \right\} \Rightarrow V_P^- = \frac{A_v}{A_v - 1} \cdot V_t = \frac{24}{25} \times 2V \approx 1.9V$$

و در نتیجه:

$$V_P = \min[V_P^+, V_P^-] \approx 1.9V$$

محاسبه مقادیر دقیق نتیجه می دهد: $A_{v_s} = -23.701$ ، $R_i = 40.484k\Omega$ ، $R_o = 11.856k\Omega$

$$.V_{P_{\max}} = 1.85V \text{ و } f_l = 3.939Hz$$

۱-۶ محاسبه سریع مدارها

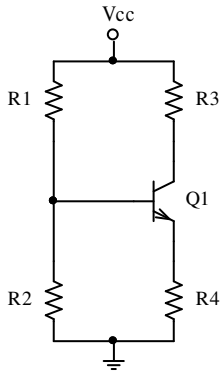
در بعضی مواقع نیاز است که مشخصات مدارهای مفصل (یا حتی ساده) را در زمان کوتاه، با دقت قابل قبول بدست آورد. تا کنون برای حل شبکه ها از روشهای سیستماتیک مداری استفاده کرده ایم. طبیعتاً استفاده از این روشها همیشه منتهی به جوابهای دقیق می شود. برنامه های نرم افزاری نظیر *Spice* نیز از همین روش استفاده می کنند. ولی در سیستم های واقعی، مدارها معمولاً به حدی پیچیده می شوند، که حل آنها از طریق روش های سیستماتیک فقط به کمک نرم افزارهای کامپیوتری امکان پذیر است. به همین دلیل در روشهای مهندسی، با توجه به شناخت خاصیت سیستم مورد بررسی، بعضی از خواص کم تاثیر گذار در سیستم را حذف کرده، مقادیر مطلوب را با خطای قابل قبول و در زمان کم بدست می آورند. در این بخش می خواهیم با برخی از این روشهای "مهندسی" آشنا شویم.

از آنجایی که مدارهای الکترونیکی عمدتاً از تقویت کننده ها تشکیل شده اند، ابتدا بررسی مدارهای پایه ترانزیستوری می پردازیم. و سپس مدارهای ترکیبی مفصل تر را تحلیل می نماییم.

۱-۶-۱ بایاسینگ مدار

مدار شکل ۱-۶-۱ را در نظر بگیرید. این چه مدار است؟ یک مدار امیتر - کلکتور - بیس مشترک! چرا؟ برای این که مسیر سیگنال در این مدار مشخص نیست. اگر سیگنال ورودی از طریق بیس به مدار اعمال، و ولتاژ کلکتور به عنوان سیگنال خروجی منظور شود، مدار امیتر مشترک خواهد بود. ورودی

بیس و خروجی امیتر، یعنی کلکتور مشترک. و بالاخره ورودی امیتر و خروجی کلکتور مدار بیس مشترک حاصل می شود. برای بدست آوردن نقطه کار، به کمک روابط مداری:



شکل ۱۰۶-۱ بایاسینگ ترانزیستور

$$V_{Th} = \frac{R2}{R1 + R2} \cdot V_{CC}$$

$$R_{Th} = R1 \parallel R2$$

$$\left. \begin{aligned} V_{Th} - R_{Th} \cdot I_B - V_{BE} - (I_B + I_C) \cdot R4 &= 0 \\ I_C &= \beta \cdot I_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$I_C = \frac{\beta \cdot (V_{Th} - V_{BE})}{(\beta + 1) \cdot R4 + R_{Th}}$$

چنان که مشاهده می شود، در صورتی که $\beta \gg 1$ و $(\beta + 1) \cdot R4 \gg R_{Th}$ باشد، $I_C \approx \frac{(V_{Th} - V_{BE})}{R4}$

و تقریباً مستقل از β خواهد بود. برای اغلب ترانزیستورهای امروزی که $\beta > 100 \gg 1$ بوده شرط اول برقرار است. برای این که شرط دوم نیز ارضا شود، باید $I_{R1} \gg I_B$ باشد (چرا؟). به همین دلیل اگر

شرط خاصی برقرار نباشد، معمولاً طراحان مقاومت $R1$ را طوری انتخاب می کنند که $I_{R1} \approx \sqrt{\beta} \cdot I_B$

به عبارت دیگر $I_{R1} \approx 10 \cdot I_B$ باشد. در این صورت جریان و در نتیجه ولتاژ نقطه کار با تغییر β

مثلاً بدلیل تعویض ترانزیستور با یک ترانزیستور مشابه، یا تغییر دما، یا هر علت دیگر - تغییر محسوسی

نخواهد کرد. بنابراین در تحلیل مدار، ابتدا فرض می کنیم که طراحی درست انجام شده است، در نتیجه

از جریان بیس در مقابل جریان گذرنده از مقاومت های بایاسینگ بیس، صرف نظر می کنیم. البته پس از حل

مسئله باید با بدست آمدن مقادیر جریانها مطمئن شویم که فرض اولیه درست بوده است. در غیر این

صورت با مقدار بدست آمده یک بار دیگر مسئله را حل می کنیم. جوابهای بدست آمده در مرحله دوم

به مقدار دقیق نزدیکتر خواهند بود (روش آزمون و خطا). برای کاهش اثر تغییرات V_{BE} (مثلاً به واسطه

تغییر دما) چون V_{BE} با V_{Th} به عبارت دیگر V_{R4} مقایسه می شود، چنان که $V_{R4} \geq 1V$ انتخاب شود، تغییرات جریان کلکتور بر اثر تغییر دمایی $\Delta T = \pm 50^\circ C$ ، حدوداً $\frac{\Delta I_C}{I_C} \leq \pm 10\%$ خواهد بود^۱ (چرا؟).

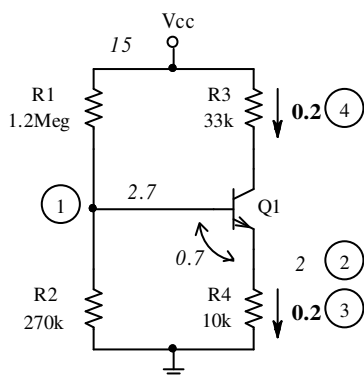
در صورتی که بخواهیم از مدار شکل ۱-۱۰۶ به عنوان مدار امیتر مشترک استفاده کنیم، باید سعی شود V_{R4} حتی الامکان کوچک باشد (چرا؟). بنابراین اگر شرط یا محدودیت خاصی نباشد، اکثراً $V_{R4} \approx 1 \dots 2V$ انتخاب می شود. در مدار کلکتور مشترک، در صورتی که شرط خاصی نباشد، $R3 = 0$ و $V_{R4} \approx V_{CC}/2$ انتخاب می شود (چرا؟). در مدار کلکتور مشترک اغلب $I_{R1} < 10 \cdot I_B$ و در مدار بیس مشترک اغلب $I_{R1} > 10 \cdot I_B$ (چرا؟). در مدار بیس مشترک نیز اغلب $V_{R4} \approx 1 \dots 2V$ انتخاب می شود.

مثال ۱-۲۹ نقطه کار مدار شکل ۱-۱۰۶ را با فرض: $V_{CC} = 15V$ ، $\beta = 350$ ، $V_{BE} = 0.7V$ ،

$R1 = 1.2M\Omega$ ، $R2 = 270k\Omega$ ، $R3 = 33k\Omega$ ، $R4 = 10k\Omega$ بدست آورید.

حل: در این مدار شرط اول یعنی $\beta \gg 1$ برقرار است ($\beta = 350$). فرض می کنیم شرط دوم نیز

برقرار باشد، یعنی $I_B \ll I_{R1}$. در این صورت $V_B \approx \frac{R2}{R1 + R2} \cdot V_{CC} \approx 2.7V$. طبیعتاً این مقدار را می



شکل ۱-۱۰۷ حل مدار به روش ذهنی

توان دقیقاً محاسبه کرد، ولی در مدارهای مفصل، نوشتن روابط و

محاسبه مقادیر - بخصوص چنان که ماشین حساب هم در

دسترس نباشد - وقت گیر است. بنابراین می خواهیم برای

تمرین این مدار را از روش "ذهنی" و از روی شکل حل کنیم.

شکل ۱-۱۰۶ یک بار دیگر در شکل ۱-۱۰۷ تکرار شده است. در

^۱ این نحوه نگارش از لحاظ ریاضی اشتباه، ولی در بین مهندسين متداول است!

این روش - با توجه به ساختار مدار - از یک نقطه مناسب شروع کرده، ولتاژهای گره‌ها و جریانهای شاخه‌ها را بر روی شکل یادداشت می‌کنیم. در این شکل توالی بدست آمدن مقادیر توسط اعداد داخل دایره نمایش داده شده است.

مرحله ۱- ولتاژ منبع ۱۵ ولت است (I_5)، مجموع R_1 و R_2 حدود ۱,۵ مگا اهم است. اگر بتوانیم از جریان بیس صرف‌نظر کنیم، ولتاژ منبع به نسبت مقاومت‌ها بر روی آنها تقسیم می‌شود. بنابراین ولتاژ بیس حدوداً ۲,۷ ولت (2.7) خواهد بود.

مرحله ۲- ولتاژ بیس - امیتر ۰,۷ ولت است (0.7) بنابراین ولتاژ امیتر ۲ ولت می‌شود (2).

مرحله ۳- این ولتاژ بر روی مقاومت امیتر می‌افتد بنابراین جریان امیتر ۰,۲ میلی آمپر (0.2) خواهد بود.

مرحله ۴- چون $\beta \gg 1$ ، جریان کلکتور تقریباً با جریان امیتر برابر است. بنابراین جریان امیتر ۰,۲ میلی آمپر (0.2) خواهد بود.

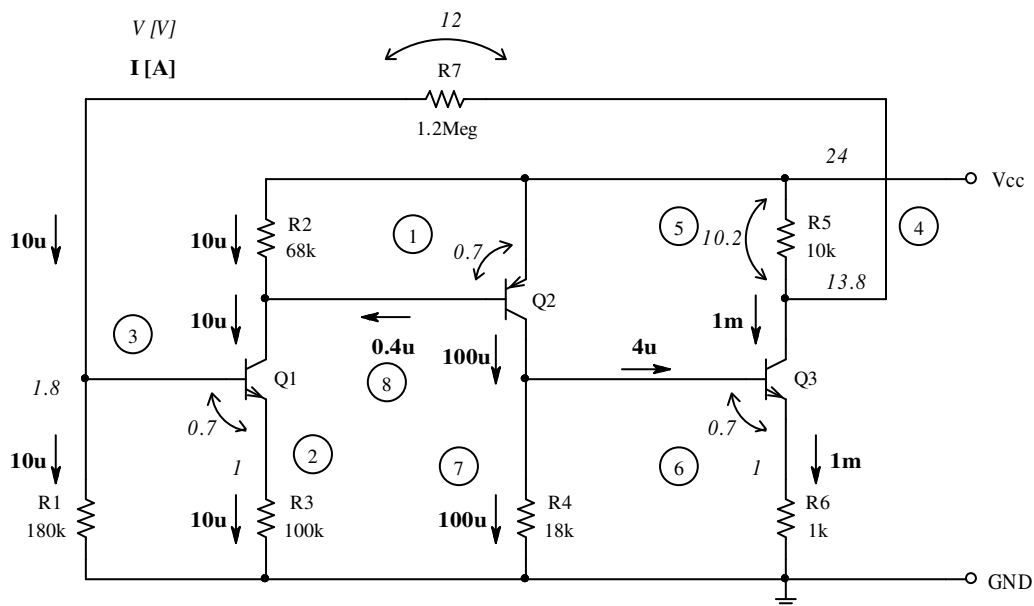
مرحله ۵- مسئله با فرض $I_B \ll I_{R1}$ حل شده است. حال باید مطمئن شویم که این فرض درست بوده است. اگر $V_B \approx 2.7V$ باشد، $I_{R1} \approx I_{R2} \approx 10\mu A$ خواهد بود، که در مقابل $I_B = I_C / \beta$ به عبارت دیگر $I_B \approx \frac{200}{350}\mu A$ بسیار بزرگ است، بنابراین فرض درست بوده همین جوابها قابل قبول هستند. با معلوم بودن جریان کلکتور، ولتاژ کلکتور - امیتر نیز بدست می‌آید ($V_{CE} \approx 6.4V$). بنابراین ترانزیستور در حالت فعال قرار داشته کلیه مفروضات و مقادیر صحیح هستند. جهت مقایسه، مقادیر را به

روش سیستماتیک بدست می آوریم. نتیجه: $V_{CE} = 6.70V$ ، $I_B = 0.551\mu A$ ، $I_C = 193\mu A$

$$I_{R2} = 9.75\mu A \text{ و } I_{R1} = 10.31\mu A$$

مثال ۳۰-۱ نقاط کار ترانزیستورها در مدار شکل ۱-۱۰۸ را بدست آورید. $V_{CC} = 24V$

ترانزیستورها مشابه، $\beta = 250$ و $|V_{BE}| = 0.7V$ فرض شود.



شکل ۱-۱۰۸ مدار مثال ۳۰-۱

حل: مسئله را از روش ذهنی حل می کنیم. برای این منظور از مفروضاتی که بیشترین اطمینان را به

آنها داریم آغاز می کنیم. در این مدار مطمئناً $V_{EB2} = 0.7V$ است (چرا؟) بنابراین از آن شروع می کنیم.

در شکل ولتاژها را بر حسب V و جریان ها را بر حسب A مشخص می کنیم.

مرحله اول - $I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R2} = \frac{V_{EB2}}{R2} \approx 10\mu A$ ، با فرض این که $I_{B2} \ll I_{R2}$ ، $I_{C1} \approx I_{R2} \approx 10\mu A$

مرحله دوم - چون $\beta \gg 1$ ، $I_{R3} = I_{E1} \approx I_{C1} \approx 10\mu A$ و در نتیجه $V_{R3} = I_{E1} \cdot R3 \approx 1V$

مرحله سوم- برای محاسبه V_{B1} ، با توجه به مقدار $R1$ ، $V_{B1} = V_{R3} + V_{BE1} \approx 1.8V$ ، و از آنجا $I_{R1} \approx 10\mu A$ بدست می آید. توجه کنید که می توانستیم $V_{B1} = V_{R3} + V_{BE1} = 1.7V$ و از آنجا $I_{R1} \approx 10\mu A$ را بدست آوریم. ولی نحوه برخورد اولی با مسئله آگاهانه تر است. به هنگام تقریب زدن باید سعی کنیم، حتی الامکان تقریب های کاهشی و افزایشی را با هم خنثی کنیم تا خطای محاسباتی کم شود. در این حالت در مرحله اول دچار دو خطای کاهشی شده- ایم. اول این که $\frac{V_{EB2}}{R2} > 10\mu A$ است و دوم این که $I_{C1} > I_{R2}$. در مرحله دوم نیز یک خطای کاهشی داریم زیرا $I_{E1} > I_{C1}$. بنابراین مطمئناً $V_{R3} > 1V$ و در نتیجه $V_{B1} > 1.7V$ خواهد بود.

مرحله چهارم- با فرض این که $I_{B1} \ll I_{R1}$ ، $V_{R7} = I_{R7} \cdot R7 \approx 12V$ و از آنجا $V_{C3} \approx 13.8V$.

مرحله پنجم- $V_{R5} = V_{CC} - V_{C3} \approx 10.2V$ ، $I_{C3} = I_{R5} - I_{R7} \approx \frac{V_{R5}}{R5} \approx 1mA$

مرحله ششم- چون $\beta \gg 1$ ، $I_{R6} = I_{E3} \approx I_{C3} \approx 1mA$ و در نتیجه $V_{R6} = I_{E3} \cdot R6 \approx 1V$.

مرحله هفتم- مانند استدلال مرحله سوم: $I_{C2} \approx \frac{V_{R4}}{R4} \approx \frac{1.8V}{18k\Omega} \approx 100\mu A$

مرحله هشتم- حال باید بررسی کنیم که فرض ها و در نتیجه تقریب ها در حد قابل قبول باشند.

$I_{B1} = \frac{I_{C1}}{\beta} \approx 40nA$ و $I_{R1} \approx 10\mu A$ بنابراین فرض $I_{B1} \ll I_{R1}$ صحیح است ($E_{rel} \approx 0.4\%$).

همچنین $I_{C1} \approx 10\mu A$ و $I_{B2} \approx 400nA$ بنابراین $I_{B2} \ll I_{C1}$ نیز برقرار است ($E_{rel} \approx 4\%$).

و بالاخره $I_{C2} \approx 100\mu A$ و $I_{B1} \approx 4\mu A$ یعنی $I_{B1} \ll I_{C2}$ ($E_{rel} \approx 4\%$). بنابراین می توان

گفت جواب ها در حد قابل قبول بوده نیاز به اصلاح ندارند. در نتیجه: $I_{C1} \approx 10\mu A$

$$V_{CE3} \approx 12.8V \text{ و } V_{CE2} \approx 22.3V, V_{CE1} \approx 22.3V \text{ و از آنجا } I_{C3} \approx 1mA, I_{C2} \approx 100\mu A$$

تذکر ۱- با بررسی اولیه به این نتیجه رسیدیم که خطای محاسباتی مطمئناً کمتر از ۱۰٪ می باشند.

بنابراین با همان سعی اول به نتیجه رسیده‌ایم. در صورتی که دقت محاسباتی بیشتری مطلوب باشد، در

همان دور اول جوابها را دقیقتر محاسبه می کنیم و با استفاده از جوابهای بدست آمده، یک بار دیگر

مسئله را حل می کنیم. برای مثال:

$$I_{C1} = \frac{V_{EB2}}{R2} + I_{B2} = \frac{0.7V}{68k} + 0.4\mu A \approx 10.69\mu A$$

$$V_{B1} = I_{C1} \cdot R1 + V_{BE1} \approx 10.7\mu A \times 100k + 0.7V \approx 1.77V$$

$$V_{C3} = V_{B1} + (I_{R3} + I_{B1}) \cdot R7 \approx 1.77V + (9.833\mu A + 0.043\mu A) \times 1.2M\Omega \approx 13.6V$$

$$I_{C3} = \frac{V_{CC} - V_{C3}}{R5} - I_{R7} \approx \frac{24V - 13.6V}{10k\Omega} - 9.833\mu A \approx 1.03mA$$

$$V_{B3} = I_{E3} \cdot R6 + V_{BE} \approx 1.03mA \times 1k\Omega + 0.7V \approx 1.73V$$

$$I_{C2} = \frac{V_{B3}}{R4} + \frac{I_{C3}}{\beta} \approx 96.1\mu A + 4.12\mu A \approx 100.2\mu A$$

$$V_{CE1} = V_{CC} - V_{B1} \approx 24V - 1.77V \approx 22.23V$$

$$V_{CE2} = V_{CC} - V_{B3} \approx 24V - 1.73V \approx 22.27V$$

$$V_{CE3} = V_{C3} - I_{E3} \cdot R6 \approx 13.6V - 1.03V \approx 12.57V$$

همان طور که میدانیم، خطای مطلق محاسباتی در روش سعی و خطا، کمتر از نصف تفاضل دو مقدار

متوالی است (چرا؟). بنابراین بیشترین خطای نسبی در جوابهای سعی دوم، مطمئناً کمتر از ۳٫۵٪ خواهد

$$\text{بود (} |E_{rel}(I_{C3})| < 1.5\% \text{ ، } |E_{rel}(I_{C2})| < 0.1\% \text{ ، } |E_{rel}(I_{C1})| < 3.5\% \text{)}$$

تذکر ۲- چنین به نظر می رسد که روش ذهنی پیچیده و مفصل است. ولی با اندکی تمرین به این نتیجه می رسید که چنین نیست. این مراحل و توضیحاتی که در اینجا نوشته شده اند، فقط جهت آموزش بوده در عمل (در تمرینات یا سر جلسه امتحان) نیازی به توضیح نیست و مستقیماً از روی شکل می توان جوابها را بدست آورد.

تذکر ۳- چون این روش غیر سیستماتیک است، بدون آگاهی از خواص مدار نمی توان آنرا حل کرد! لذا درک مطلب و حل تمرین های گوناگون و متعدد برای تسلط به این روش الزامی است.

تذکر ۴- توصیه اکید می شود که این مسئله (و چند مسئله دیگر) را به روش استاندارد مداری (مثلاً با استفاده از KVL و KCL) حل کنید و این دو روش را با هم مقایسه نمایید.

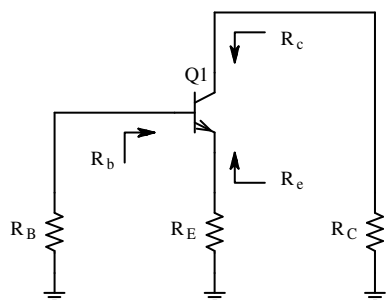
مقایسه- برای تایید مطالب ذکر شده، جوابهای بدست آمده از سعی اول، سعی دوم و روش سیستماتیک ($PSpice$) در جدول ۱-۳ مقایسه شده اند.

جدول ۱-۳ مقایسه نتایج روش ذهنی با روش سیستماتیک

کمیت	سیستماتیک	سعی ۱	خطا (%)	سعی ۲	خطا (%)
$I_{C1} (\mu A)$	10.701	10	-6.54	10.69	-0.10
$V_{CE1} (V)$	22.226	22.3	+0.33	22.23	+0.02
$I_{C2} (\mu A)$	100.16	100	-0.16	100.2	+0.04
$V_{CE2} (V)$	22.271	22.3	+0.13	22.27	-0.00
$I_{C3} (mA)$	1.0251	1	-2.44	1.030	+0.49
$V_{CE3} (V)$	12.621	12.8	+1.42	12.57	-0.40

۲-۶-۱ مشخصات دینامیکی مدار

شکل ۱-۱۰۹ مدار معادل یک تقویت کننده برای سیگنالهای کوچک در فرکانس های میانی را نمایش می دهد. این مدار نیز با توجه به این که مسیر سیگنال چگونه باشد، می تواند به عنوان مدار



شکل ۱-۱۰۹ مدار معادل کوچک تقویت کننده

امپتر، کلکتور یا بیس مشترک مورد استفاده قرار گیرد.

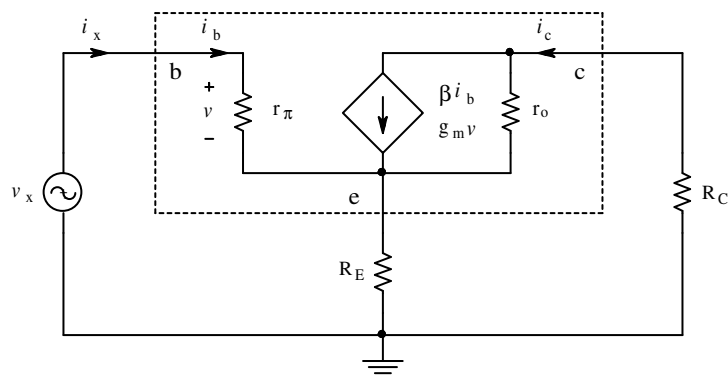
در این بخش می خواهیم مقاومت های دیده شده از سوی هر پایه به داخل ترانزیستور را در حالت کلی بدست بیاوریم. این مقاومتها می توانند در محاسبه مقاومت ورودی و

خروجی مدار به کار آیند.

بنا به تعریف، برای محاسبه مقاومت دیده شده به داخل یک شبکه دو سر، یک منبع ولتاژ (جریان) مستقل بین آن دو سر قرار داده، جریان منبع ولتاژ (ولتاژ منبع جریان) را بدست می آوریم. مقاومت دیده شده، معادل نسبت این ولتاژ به جریان خواهد بود.

الف- مقاومت دیده شده از سوی بیس: اگر در مدار شکل ۱-۱۰۹ بجای R_B منبع ولتاژ v_x و به

جای ترانزیستور مدار معادل علایم کوچک آنرا قرار دهیم شکل ۱-۱۱۰ حاصل می شود.



شکل ۱-۱۱۰ مدار معادل برای محاسبه مقاومت بیس

$$R_b = \frac{v_x}{i_x} \quad \text{بنا به تعریف:}$$

$$(i_c - \beta \cdot i_b) \cdot r_o + (i_c + i_b) \cdot R_E + i_c \cdot R_C = 0 \quad \text{در حلقه کلکتور:}$$

$$i_c = \frac{\beta \cdot r_o - R_E}{r_o + R_E + R_C} \cdot i_b = B \cdot i_b \quad \text{از آنجا:}$$

$$v_x - i_b \cdot r_\pi - (i_b + i_c) \cdot R_E = 0 \quad \text{در حلقه بیس:}$$

$$i_b = i_x \quad \text{و:}$$

$$R_b = r_\pi + (1 + B) \cdot R_E \quad \text{در نتیجه:}$$

از روابط فوق بهره جریان ترانزیستور یعنی نسبت جریان کلکتور به جریان بیس، در مدار:

$$B = \frac{\beta \cdot r_o - R_E}{r_o + R_E + R_C} \quad (129-1)$$

و مقاومت از دید بیس:

$$R_b = r_\pi + (1 + B) \cdot R_E \quad (130-1)$$

حاصل می شود. در مدارهای واقعی اکثراً $r_o \gg R_E + R_C$ ، در اینصورت از (129-1):

$$B \approx \beta \quad (129-1 \text{ الف})$$

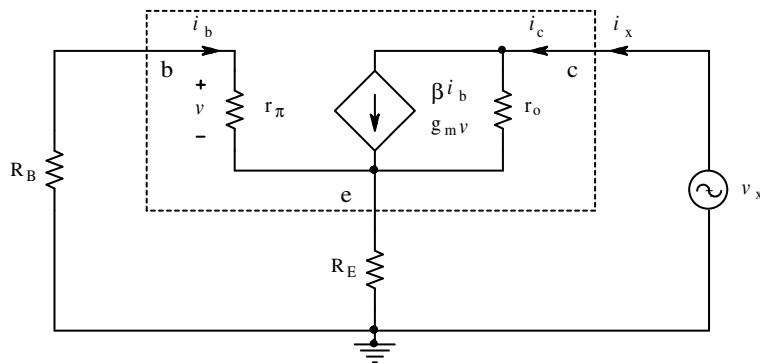
و از آنجا:

$$R_b \approx r_\pi + (1 + \beta) \cdot R_E \approx r_\pi + \beta \cdot R_E \quad (131-1)$$

مفهوم این رابطه اینست که اگر در داخل ترانزیستور از طرف بیس به سوی امیتر بنگریم، مقاومتی (امپدانسهایی) که در امیتر قرار دارد، β برابر بزرگتر دیده می شود.

ب- مقاومت دیده شده از سوی کلکتور: اگر در مدار شکل ۱-۱۰۹ بجای R_C منبع ولتاژ v_x و به

جای ترانزیستور مدار معادل علایم کوچک آنرا قرار دهیم شکل ۱-۱۱۱ حاصل می شود.



شکل ۱-۱۱۱ مدار معادل برای محاسبه مقاومت کلکتور

در این شکل نیز با توجه به تعریف مقاومت و استفاده از روابط مدار:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= (i_x - g_m \cdot v) \cdot r_o + i_x \cdot (R_E \parallel (r_\pi + R_B)) \\ v &= i_b \cdot r_\pi \\ i_b &= -\frac{R_E}{R_E + r_\pi + R_B} \cdot i_x \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = -\frac{r_\pi \cdot R_E}{R_E + r_\pi + R_B} \cdot i_x$$

$$v_x = i_x \cdot r_o + i_x \cdot g_m \cdot \frac{r_\pi \cdot R_E}{R_E + r_\pi + R_B} \cdot i_x \cdot (R_E \parallel (r_\pi + R_B))$$

و در نتیجه:

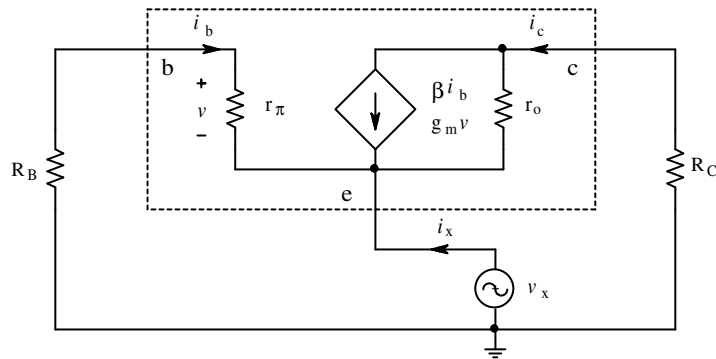
$$R_C \equiv \frac{v_x}{i_x} = \left(1 + g_m \cdot \frac{r_\pi \cdot R_E}{R_E + r_\pi + R_B} \right) \cdot r_o + (R_E \parallel (r_\pi + R_B)) \quad (1-132)$$

در مدارهای واقعی همواره $r_o \ll r_\pi$ (چرا؟) و معمولاً $R_B \ll r_\pi$. بنابراین:

$$R_c \approx (1 + g_m \cdot (R_E \parallel r_\pi)) \cdot r_o = r_o + \mu \cdot (R_E \parallel r_\pi) \quad (1-133)$$

که در این رابطه $\mu = g_m \cdot r_o$ بهره ولتاژ ترانزیستور نامیده می شود. برای ترانزیستورهای معمولی $\mu \approx 1000 \dots 4000$ (چرا؟). مفهوم رابطه (1-133) اینست که اگر در داخل ترانزیستور از طرف کلکتور به سوی زمین بنگریم، مقاومتی (امپدانسهایی) که در امتیتر قرار دارد، μ برابر بزرگتر دیده می شود. علاوه بر این، طبق رابطه فوق: $r_o \leq R_c \leq (\beta + 1) \cdot r_o$ (چرا؟).

پ- مقاومت دیده شده از سوی امتیتر: اگر در مدار شکل 1-109 بجای R_E منبع ولتاژ v_x و به جای ترانزیستور مدار معادل علایم کوچک آنرا قرار دهیم شکل 1-112 حاصل می شود.



شکل 1-112 مدار معادل برای محاسبه مقاومت امتیتر

در این شکل نیز با توجه به تعریف مقاومت و استفاده از روابط مدار:

$$\left. \begin{aligned} i_c &= -i'_x \\ v_x - (i'_x + g_m \cdot v) \cdot r_o - i'_x \cdot R_C &= 0 \\ v &= -\frac{r_\pi}{r_\pi + R_B} \cdot v_x \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$v_x - i'_x \cdot r_o + g_m \cdot \frac{r_\pi}{r_\pi + R_B} \cdot v_x \cdot r_o - i'_x \cdot R_C = 0$$

$$R'_e \equiv \frac{v_x}{i'_x} = \frac{R_C + r_o}{1 + g_m \cdot r_\pi \cdot r_o / (r_\pi + R_B)}$$

$$R_e = R'_e \parallel (R_E + r_\pi) = \frac{R_C + r_o}{1 + g_m \cdot r_\pi \cdot r_o / (r_\pi + R_B)} \parallel (R_E + r_\pi) \quad (134-1)$$

در مدارهای واقعی معمولاً $R_B \ll r_\pi$. بنابراین:

$$R_e = r_\pi \parallel \frac{R_C + r_o}{1 + g_m \cdot r_o} \approx r_\pi \parallel (R_C + r_o) / \mu \quad (135-1)$$

مفهوم رابطه (135-1) اینست که اگر در داخل ترانزیستور از طرف امیتر به سوی کلکتور بنگریم، مقاومتها (امپدانسها)، μ برابر کوچکتر دیده می شوند. در مدارهای معمولی اغلب $R_C \ll r_o$ ، بنابراین:

$$R_e \approx r_\pi \parallel \frac{1}{g_m} = \frac{\beta}{(\beta+1)g_m} \approx \frac{1}{g_m} \quad (136-1)$$

تذکر- از آنجایی که مدل علایم کوچک جی فت و ماس فت، مانند مدل علایم کوچک بای پلار

ترانزیستوری است که برای آن $\beta \rightarrow \infty$ به عبارت دیگر $r_\pi \rightarrow \infty$ باشد، بنابراین روابط (130-1)، (131-1)

(132) و (134-1) به صورت:

$$R_g \rightarrow \infty \quad R_d = r_o + (\mu + 1) \cdot R_S \quad R_s = (R_D + r_o) / (1 + \mu) \approx 1 / g_m$$

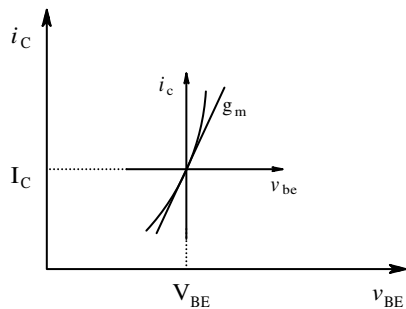
در می آیند. توجه کنید که برای فت ها $\mu \approx 50 \dots 500$.

۱-۶-۳ مدل ساده شده ترانزیستور

در این بخش می خواهیم به کمک مطالب فوق به یک مدل ساده شده ترانزیستور دست یابیم، که به کمک آن به طور شهودی و مستقیماً از روی مدار (بدون نوشتن معادلات) مشخصات دینامیکی مدار را بدست آوریم. طبیعتاً برای این که جوابهای حاصل از این روش دارای خطای قابل قبولی باشند، باید شروطی بر قرار باشند، که در باره آنها توضیح داده می شود.

اگر مشخصه انتقالی یک ترانزیستور (بای پلار، جی فت یا ماس فت) را در نظر بگیریم، به طور کلی

دارای فرم شکل ۱-۱۱۳ هستند، که به عنوان مثال این شکل



شکل ۱-۱۱۳ قسمتی از مشخصه انتقالی

برای یک بای پلار ترانزیستور رسم شده است. بهره ترانزیستور حول نقطه کار (V_{BE}, I_C) ، هدایت انتقالی آن است (g_m) . طبیعتاً هر قدر g_m بیشتر باشد، بهره ترانزیستور بیشتر خواهد بود؛ یعنی برای ترانزیستور ایده آل $g_m \rightarrow \infty$.

حال با توجه به این که g_m هدایت الکتریکی است، عکس آن

یک مقاومت خواهد بود، که ما آن را r_m می نامیم. توجه کنید که r_m جزو پارامترهای ترانزیستور تعریف نشده است، بلکه فقط یک مجهول معاون است که برای سادگی محاسبات به کار می رود.

$$r_m \equiv \frac{1}{g_m} = \left. \frac{v_{be}}{i_c} \right|_{I_C} = \frac{n \cdot V_T}{I_C} \quad (1-137)$$

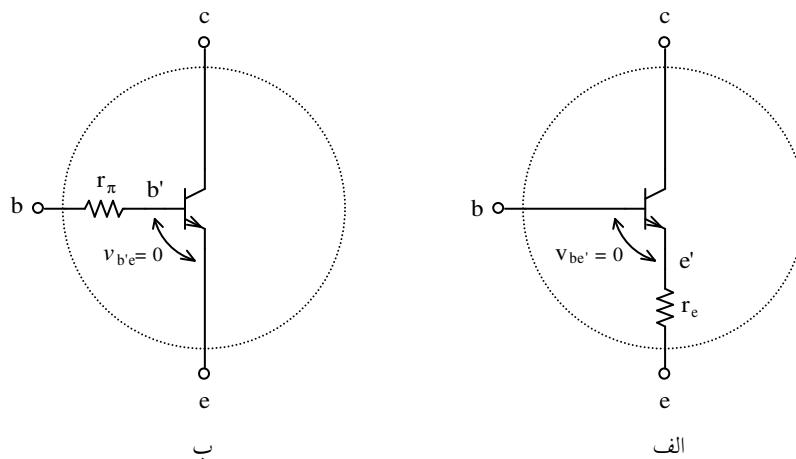
در صورتی که برای ترانزیستوری $\beta \gg 1$ باشد، $i_c \approx i_e$. بنابراین می توان طبق رابطه (۱-۳۸)

مقاومتی به نام مقاومت امیتر تعریف کرد، که این مقاومت در حقیقت همان مقاومت دینامیکی اتصال بیس امیتر می باشد.

$$r_e \equiv \left. \frac{v_{be}}{i_e} \right|_{I_E} = \frac{n \cdot V_T}{I_E} \approx \frac{n \cdot V_T}{I_C} \approx r_m \approx \frac{1}{g_m} \quad (138-1)$$

بنا به تعریف فوق برای یک ترانزیستور ایده‌آل باید $r_m \rightarrow 0$ ، به عبارت دیگر چون $i_c \neq \infty$ ، در نتیجه: $v_{be} \rightarrow 0$. بنابراین یک ترانزیستور واقعی را می‌توان به صورت یک ترانزیستور ایده‌آل و یک مقاومت سری با امیتر ایده‌آل تقریب زد. در شکل ۱-۱۱۴ الف پایه e' امیتر ترانزیستور ایده‌آل و e امیتر ترانزیستور واقعی است. این مدل در حقیقت بیان دیگری از رابطه ۱-۱۳۶ است و لذا هنگامی قابل استفاده است که در مدار $R_C \ll r_o$ به عبارت دیگر $r_o \rightarrow \infty$ و $\beta \gg 1$ باشد. با توجه به خاصیت تقویت‌کنندگی ترانزیستور، می‌توان اثر مقاومت امیتر را از دید بیس در نظر گرفت. در این صورت شکل ۱-۱۱۴ ب حاصل می‌شود. در این صورت پایه b' بیس ترانزیستور ایده‌آل و b بیس ترانزیستور واقعی و مقاومت بیس همان r_π خواهد بود.

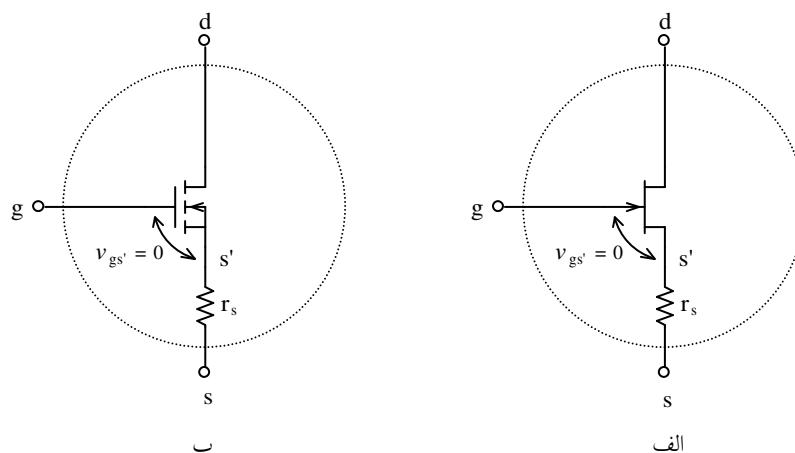
$$r_\pi = (\beta + 1) \cdot r_e \approx \beta \cdot r_e \quad (139-1)$$



شکل ۱-۱۱۴ مدل ساده شده یک ترانزیستور واقعی به کمک یک ترانزیستور ایده‌آل و الف مقاومت امیتر، ب- مقاومت بیس

تذکر: مطالبی که در مورد بای پلار ترانزیستور ذکر شد در مورد فت ها نیز صادق است. با این تفاوت که در روابط فوق $\beta \rightarrow \infty$ و در نتیجه $r_{\pi} \rightarrow \infty$. بنابراین فقط مدل شکل ۱-۱۱۴ الف قابل اقتباس است. مدل شهودی فت ها در شکل ۱-۱۱۵ و رابطه (۱-۱۴۰) تعریف شده است. طبیعی است که این مدل نیز در مدارهایی قابل استفاده است که در آنها $R_D \ll r_o$ به عبارت دیگر $r_o \rightarrow \infty$ فرض شود.

$$r_s \equiv \left. \frac{v_{gs}}{i_s} \right|_{I_D} = \frac{1}{g_m} \quad (1-140)$$



مدل ساده شده یک ترانزیستور واقعی به کمک یک ترانزیستور ایده‌آل، الف- جی فت و ب- ماس فت

۱-۶-۴ چند مثال

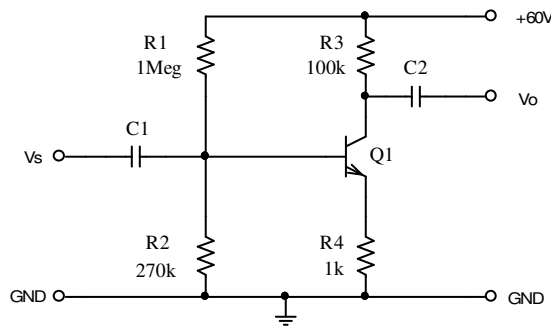
در این بخش می‌خواهیم در قالب چند مثال، استفاده از روش مناسب در حل یک مسئله خاص را بیاموزیم.

مثال ۱-۳۱ بهره ولتاژ، مقاومت ورودی و مقاومت خروجی مدار شکل ۱-۱۱۶ را برای فرکانس

های میانی بدست آورید. برای ترانزیستور

$$\beta_F = 10, V_A = 50V, V_{BE} = 0.7V \text{ و}$$

$$n \cdot V_T = 25mV \text{ فرض شود.}$$



شکل ۱-۱۱۶ مدار مثال ۱-۳۱

حل: طبق معمول برای بدست آوردن

خواسته های مدار باید سه مرحله اجرا شود:

الف- بدست آوردن نقطه کار: در این مدار شرط $\beta \cdot R_4 \gg R_2$ برقرار نیست! بنابراین نمی توان

از روش تقریبی استفاده کرد. با نوشتن روابط مدار (مدل DC ترانزیستور را در ذهن داریم!):

$$V_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{CC} = \frac{270}{270 + 1000} \times 60V \approx 12.7V$$

$$R_{Th} = R_1 \parallel R_2 = \frac{270 \times 1000}{270 + 1000} \approx 212.6k\Omega$$

$$\left. \begin{aligned} V_{Th} - I_B \cdot R_{Th} - V_{BE} - (I_B + I_C) \cdot R_4 &= 0 \\ I_C &= \beta \cdot I_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_C = \beta \cdot \frac{V_{Th} - V_{BE}}{R_{Th} + (\beta + 1) \cdot R_4} \approx 0.54mA$$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_C \cdot R_3 - I_E \cdot R_4 = 60V - 0.54mA \times 100k\Omega - 0.54mA \times \frac{11}{10} \times 1k\Omega \approx 5.7V$$

بنابراین ترانزیستور در ناحیه فعال قرار دارد.

تذکر- در این مسئله $\beta_F = 10$ داده شده است، در صورتی که چون $V_A = 50V \neq \infty$ ، باید قبل از به کار بردن $\beta = \beta_{DC} > \beta_F$ مقدار آنرا حساب کنیم $(\beta = \beta_F \cdot (1 + V_{CB}/V_A))$! برای این منظور می بایست یک سیستم ۳ معادله با ۳ مجهول β ، I_C و V_{CB} را حل می کردیم که پیچیده و وقت گیر می شود. به همین دلیل در این جا از روش آزمون و خطا استفاده کردیم و در آغاز فرض کردیم $\beta \approx \beta_F$. با این فرض $V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} \approx 5V$ بدست آمد. بنابراین مطمئناً $E_{rel}(I_C) < 10\%$ (چرا؟). در صورت لزوم، β جدید را حساب کرده، یک بار دیگر مسئله را حل می کنیم، توجه کنید که خطای V_{CE} به مراتب بیش از این خواهد بود (چرا؟). ولی در هر صورت ترانزیستور در ناحیه فعال قرار دارد (چرا؟). لذا اگر مقدار V_{CE} مهم باشد، حتماً باید روش سعی و خطا را استفاده کرد. ولی چون مشخصات ترانزیستور به عبارت دیگر مدار بیشتر وابسته به I_C است، نیاز به ادامه نیست (مقدار دقیق نقطه کار به کمک حل سیستم سه معادله سه مجهول فوق: $I_C = 0.5633mA$ ، $V_{CE} = 3.052V$).

ب- بدست آوردن پارامترهای ترانزیستور:

$$r_{\pi} = \frac{\beta \cdot n \cdot V_T}{I_{CQ}} \approx \frac{10 \times 25mV}{0.54mA} \approx 463\Omega \quad (465) \quad \text{از (۱۱۳-۱)}$$

$$r_o = \frac{V_A + V_{CBQ}}{I_{CQ}} \approx \frac{50V + 5V}{0.54mA} \approx 102k\Omega \quad (92.9) \quad \text{از (۱۱۴-۱)}$$

$$g_m = \frac{I_{CQ}}{n \cdot V_T} \approx \frac{0.54mA}{25mV} \approx 21.6mA/V \quad (22.5) \quad \text{از (۱۱۵-۱)}$$

(مقادیر داخل پرانتز با $I_C = 0.5633mA$ حساب شده اند)

پ- بدست آوردن مشخصات مدار: چون در این مدار شروط $r_o \gg R_C$ و $\beta \gg 1$ بر قرار نیستند، پس نمی توان از روش تقریبی استفاده کرد. بنابراین باید مدل AC ترانزیستور را در مدار قرار داده، شبکه را حل کرد. چون قبلاً بارها از این روش استفاده شده است، از ذکر جزئیات خودداری می شود.

مقاومت ورودی: اگر این مدار را با مدار شکل ۱-۱۰۹ مقایسه کنیم، مشاهده می کنیم که:

$$R_i = R_1 \parallel R_2 \parallel R_b$$

$$R_b = r_\pi + (1+B) \cdot R_E \quad \text{از (۱-۱۳۰)}$$

$$B = \frac{\beta \cdot r_o - R_E}{r_o + R_E + R_C} \quad \text{و از (۱-۱۲۹)}$$

با جای گذاری مقادیر:

$$B = \frac{\beta \cdot r_o - R_E}{r_o + R_E + R_C} = \frac{10 \times 102 - 1}{102 + 1 + 100} \approx 5$$

$$R_b = r_\pi + (1+B) \cdot R_E = 0.463 + (5+1) \times 1 \approx 6.5 k\Omega$$

$$R_i = R_1 \parallel R_2 \parallel R_b = 1000 \parallel 270 \parallel 6.5 \approx 6.3 k\Omega \quad (6.283 k\Omega)$$

مقاومت خروجی: اگر این مدار را با مدار شکل ۱-۱۰۹ مقایسه کنیم، مشاهده می کنیم که:

$$R_o = R_3 \parallel R_c$$

$$R_c = \left(1 + g_m \cdot \frac{r_\pi \cdot R_E}{R_E + r_\pi + R_B} \right) \cdot r_o + (R_E \parallel (r_\pi + R_B)) \quad \text{از (۱-۱۳۲)}$$

در این مدار $R_B = 0$ (چرا؟). در نتیجه:

$$R_c = \left(1 + 21.6 \times \frac{0.463 \times 1}{1 + 0.463 + 0}\right) \times 102 + (1 \parallel (0.463 + 0)) \approx 800k\Omega$$

$$R_o = R_3 \parallel R_c = 100 \parallel 800 \approx 89k\Omega \quad (88.33k\Omega)$$

بهره ولتاژ: بنا به تعریف:

$$A_{v_s} \equiv \left. \frac{v_o}{v_s} \right|_{I_C} = \frac{-i_c \cdot R_3}{i_b \cdot R_b} = -\beta \cdot \frac{R_3}{R_b} \approx -5 \times \frac{100}{6.5} \approx -77 \quad (-77.33)$$

بنابراین در این مدار (که یک تقویت کننده امیتر مشترک است)، $A_{v_s} \approx -77$ ، $R_i \approx 6.3k\Omega$ و

$R_o \approx 89k\Omega$ است. یعنی خطای: $E_{rel}(I_C) \approx -4.1\%$ و $E_{rel}(V_{CE}) \approx +86.8\%$ به عبارت دیگر

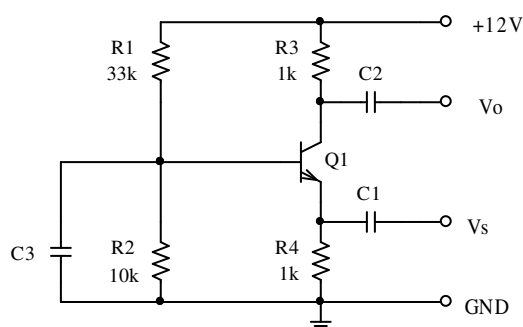
$E_{rel}(r_{\pi}) \approx -0.43\%$ ، $E_{rel}(V_{CB}) \approx +112.7\%$! باعث خطای پارامترهای مدل ترانزیستور به اندازه:

$E_{rel}(r_o) \approx +9.8\%$ و $E_{rel}(g_m) \approx -4\%$ و در نتیجه باعث خطای مشخصات مدار در حد:

$E_{rel}(A_{v_s}) \approx -0.43\%$ ، $E_{rel}(R_i) \approx +0.27\%$ و $E_{rel}(R_o) \approx +0.76\%$ می شود.

مثال ۱-۳۲ با فرض $\beta = 250$ ، مشخصات مدار شکل ۱-۱۱۷ را بدست آورید. (این مدار بیس

مشترک است).



شکل ۱-۱۱۷ مدار مثال ۱-۳۲

حل: در این مثال فقط مقدار β تعیین شده

است، بنابراین برای سایر پارامترها مقادیر پیش

فرض آنها یعنی: $V_{BE} = 0.7V$ ، $V_A \rightarrow \infty$

در نظر گرفته می شود. $n = 1$ و $V_T = 25mV$

الف- محاسبه نقطه کار: در این مدار $\beta \cdot R4 \gg R2$ در نتیجه اگر از روش ذهنی مسئله را حل

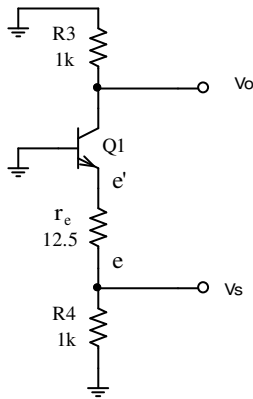
کنیم، با این مقادیر مطمئناً $|E_{rel}(I_C)| < 4\%$ خواهد بود (چرا؟). بنابراین $V_B \approx \frac{10}{43} \times 12 \approx 2.7V$

$I_C \approx I_E \approx 2mA$ ، $V_E \approx 2V$. (مقادیر دقیق: $I_C = 2.021mA$ ، $I_E = 2.029mA$).

ب- محاسبه پارامترهای ترانزیستور: چون در این مدار $\beta \gg 1$ و $r_o \rightarrow \infty$ ، میتوان از رابطه (۱)-

$$r_e \approx \frac{n \cdot V_T}{I_C} \approx \frac{25mV}{2mA} = 12.5\Omega \quad (۱۳۸) \text{ استفاده کرده:}$$

پ- محاسبه مشخصات مدار: با استفاده از روش



شکل ۱۱۸-۱ مدار علایم کوچک

ذهنی در شکل ۱۱۷-۱ در امیتر ترانزیستور یک مقاومت r_e

در نظر می گیریم (برای تمرین این مدار در شکل ۱۱۸-۱

تکرار شده است، ولی از این پس، این تغییرات را فقط در

ذهن خود انجام میدهیم). به کمک این مدار و با توجه به

این که $v_{e'} = 0$ و $i_c \approx -i_e$ مشخصات دینامیکی مدار را

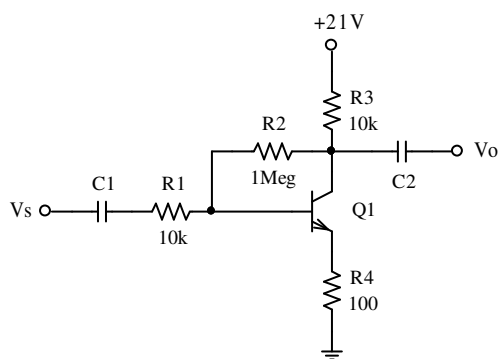
بدست می آوریم:

$$R_i \equiv \left. \frac{v_s}{i_s} \right|_{i_o=0} = R4 \parallel r_e = 1k\Omega \parallel 12.5\Omega \approx 12.35\Omega \quad (\approx 12.5\Omega) \quad (12.18)$$

$$R_o \equiv \left. \frac{v_o}{i_o} \right|_{v_s=0} = R3 \parallel R_c = 1k\Omega \parallel \infty = 1k\Omega \quad (1k)$$

$$A_{v_s} \equiv \left. \frac{v_o}{v_s} \right|_{i_o=0} = \frac{-i_c \cdot R3}{i_e \cdot r_e} \approx \frac{R3}{r_e} \approx \frac{1k\Omega}{12.5\Omega} \approx 80 \quad (80.81)$$

مثال ۳۳-۱ مشخصات مدار شکل ۱۱۹-۱ را بدست بیاورید.



شکل ۱۱۹-۱ مدار مثال ۳۳-۱

حل: چون در این مثال پارامترهای ترانزیستور قید

نشده اند، مقادیر پیش فرض آنها یعنی: $\beta = 100$ ،

$n = 1$ و $V_T = 25mV$ ، $V_{BE} = 0.7V$ ، $V_A \rightarrow \infty$

در نظر گرفته می شود.

الف- محاسبه نقطه کار: چون این مدار ساده

است، استفاده از روش سعی و خطا منطقی نیست (وقت گیر تر و مفصلتر از روش سیستماتیک خواهد

بود). به کمک KVL :

$$V_{CC} - (I_C + I_B) \cdot R_3 - I_B \cdot R_2 - V_{BE} - (I_C + I_B) \cdot R_4 = 0$$

$$I_C = \beta \cdot \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_2 + (\beta + 1) \cdot (R_3 + R_4)} = 100 \times \frac{21 - 0.7}{1000 + (100 + 1) \times (10 + 0.1)} \approx 1mA$$

$$V_{CE} = V_{CC} - (I_C + I_B) \cdot (R_3 + R_4) = 21 - 1.01 \times 10.1 \approx 10.8V$$

ب- محاسبه پارامترهای ترانزیستور: چون در این مدار $\beta \gg 1$ و $r_o \rightarrow \infty$ ، میتوان از رابطه (۱-)

$$r_e \approx \frac{n \cdot V_T}{I_C} \approx \frac{25mV}{1mA} = 25\Omega \quad (۱۳۸) \text{ استفاده کرده:}$$

پ- محاسبه مشخصات مدار: برای استفاده از روش ذهنی - برای این که به مدار استاندارد امیتر

مشترک برسیم - باید مقاومت "شناور" R_2 را طبق قضیه میلر به دو مقاومت $R_2' = \frac{R_2}{1-K}$ در ورودی،

و $R2'' = \frac{K \cdot R2}{K-1}$ در خروجی تقسیم کنیم^۱. در این صورت $K = \frac{v_c}{v_b} \equiv A_v$. چون $K < 0$ (چرا؟) و با

فرض این که $|K| \gg 1$ ، نتیجه می گیریم: $R2'' = \frac{K \cdot R2}{K-1} \approx R2$ (چرا؟). بنابراین:

$$K = A_v = -\frac{R2'' \parallel R3}{r_e + R4} \approx -\frac{1000k \parallel 10k}{25 + 100} \approx -80$$

$$R2' = \frac{R2}{1-K} \approx \frac{1000k}{1+80} \approx 12.5k\Omega$$

$$R_i' = R2' \parallel (\beta + 1) \cdot (r_e + R4) \approx 12.5 \parallel (100 \times 0.125) \approx 6.3k\Omega$$

$$R_i = R1 + R_i' \approx 10 + 6.3 = 16.3k\Omega \quad (16.286)$$

$$A_{v_s} \equiv \frac{v_o}{v_s} = \frac{v_c}{v_b} \cdot \frac{v_b}{v_s} = A_v \cdot \frac{R_i'}{R_i} \approx -80 \times \frac{6.3k}{16.3k} \approx -30 \quad (-30.354)$$

تذکر ۱: چون این مدار ساده است می توان آنرا از روش سیستماتیک نیز حل کرد. توصیه اکید می

شود که این کار را انجام دهید!

تذکر ۲: با فرض $|K| \gg 1$ ، مقدار $K \approx -80$ حاصل شد. بنابراین فرض اولیه درست بوده نیازی به

اصلاح نیست.

تذکر ۳: برای این که نیازمند ماشین حساب نباشیم و جوابها را سریع محاسبه کنیم، با توجه به

مقادیر المانها، از اثر بعضی از آنها صرفنظر می کنیم. مثلاً برای محاسبه K از اثر $R2'' = 1M\Omega$ ، در مقابل

$R3 = 10k\Omega$ ، صرفنظر کردیم (تقریب افزایشی). همچنین برای محاسبه $R2'$ از ۱ در مقابل ۸۰ صرفنظر

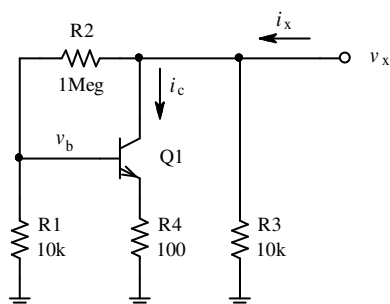
کردیم (تقریب نقصانی). بنابراین این تقریب ها (خطای محاسباتی) تا حدی اثر هم دیگر را خنثی می

کنند.

^۱ ر.ک. فصل ۱-۳-۶

تذکر ۴: مقادیر داخل پرانتزها مقادیر شبیه سازی شده توسط *PSpice* هستند.

تذکر ۵: برای محاسبه مقاومت خروجی، استفاده از رابطه $R_o = R2 \parallel R3$ اشتباه است، زیرا بنا به



شکل ۱-۱۲۰ نحوه محاسبه مقاومت خروجی

تعریف: $R_o \equiv \left. \frac{v_o}{i_o} \right|_{v_s=0}$ ، بنابراین ضریب میلر بدست آمده

در روابط فوق دیگر معتبر نمی باشد. لذا برای محاسبه

مقاومت خروجی، یک منبع ولتاژ v_x را به خروجی اعمال

کرده جریان این منبع را محاسبه می کنیم. برای این منظور

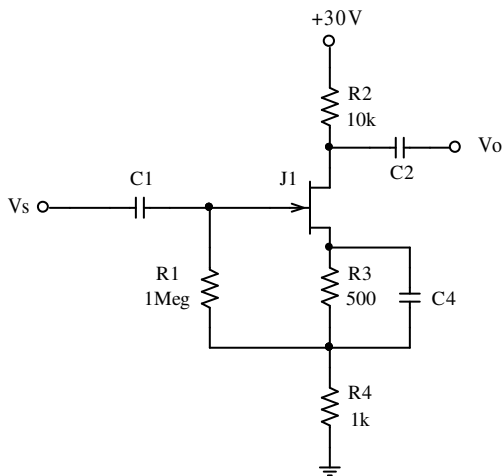
شکل ۱-۱۱۹ به صورت شکل ۱-۱۲۰ تبدیل می شود.

$$\left. \begin{aligned} R'_o &\equiv \frac{v_x}{i_c} \\ i_c \approx i_e &= \frac{v_b}{r_e + R4} \\ v_b &= \frac{R_b}{R_b + R2} \cdot v_x \end{aligned} \right\} \Rightarrow R'_o = (1 + R2/R_b) \cdot (r_e + R4)$$

$$R_b = ((\beta + 1) \cdot (r_e + R4)) \parallel R1 = (101 \times (25 + 100)) \parallel 10k = 5.58k\Omega$$

$$R'_o = (1 + R2/R_b) \cdot (r_e + R4) = (1 + 1000/5.58) \cdot (25 + 100) \approx 22.5k\Omega$$

$$R_o = R'_o \parallel R3 \parallel (R2 + R_b) = 22.5 \parallel 10 \parallel (1000 + 5.58) \approx 6.9k\Omega$$



شکل ۱۲۱-۱ مدار مثال ۳۴-۱

مثال ۳۴-۱ مشخصات مدار شکل ۱۲۱-۱ را با

فرض $V_P = -2V$ و $I_{DSS} = 8mA$ بدست آورید.

حل: چون مقدار V_A مشخص نشده است

$r_o \rightarrow \infty$ فرض می شود.

الف- محاسبه نقطه کار: از رابطه (۱۱۷-۱) و

شکل ۱۲۱-۱

$$\left. \begin{aligned} I_D &= I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 \\ V_{GS} &= -R3 \cdot I_D \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_D = 8 \cdot \left(1 - \frac{-0.5 \cdot I_D}{-2}\right)^2$$

$$I_D^2 - 10I_D + 16 = 0 \Rightarrow I_D = \begin{cases} 8mA & \times \\ 2mA & \checkmark \end{cases}$$

$$V_{DG} = V_{DD} - I_D \cdot (R2 + R4) = 30 - 2 \times (10 + 1) = 8V > -V_P$$

بنابراین ترانزیستور در ناحیه فعال قرار دارد.

ب- محاسبه پارامترهای ترانزیستور: از (۱۱۹-۱) و (۱۱۴۰-۱)

$$g_m = \frac{2}{|V_P|} \cdot \sqrt{I_D \cdot I_{DSS}} = \frac{2}{2} \cdot \sqrt{2 \times 8} = 4mA/V \Rightarrow r = \frac{1}{g_m} = 250\Omega$$

پ- محاسبه مشخصات مدار: برای استفاده از روش ذهنی - برای این که به مدار استاندارد سورس

مشترک برسیم - در این مدار نیز باید مقاومت شناور $R1$ را طبق قضیه میلر به دو مقاومت

چون $K = \frac{v_s}{v_g}$ در این صورت تقسیم کنیم. $R1'' = \frac{K \cdot R1}{K - 1}$ در ورودی، و $R1' = \frac{R1}{1 - K}$

$R1 \gg R4$ به احتمال زیاد $R1'' \gg R4$ (چرا؟) بوده از اثر آن در سعی اول صرفنظر می کنیم. (توجه

شود که در این مدار $0 < K < 1$ (چرا؟)). بنابراین:

$$K = \frac{v_s}{v_g} \approx \frac{R4}{r_s + R4} = \frac{1}{0.25 + 1} = 0.8$$

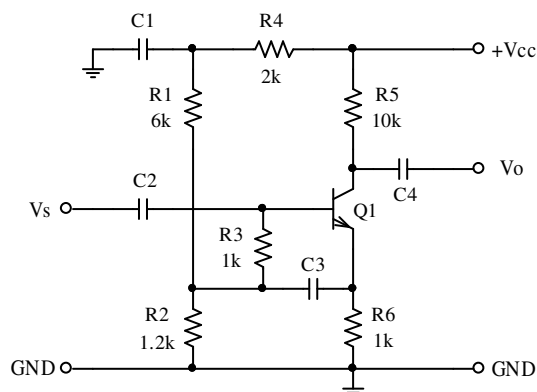
$$R1' = \frac{R1}{1 - K} \approx \frac{1M\Omega}{1 - 0.8} = 5M\Omega$$

$$R2' = \frac{K \cdot R2}{K - 1} \approx \frac{0.8 \times 1M\Omega}{0.8 - 1} = -4M\Omega$$

پس فرض اولیه درست بود.

$$R_i = R1' = 5M\Omega, \quad R_o = R2 = 10k\Omega, \quad A_{v_s} = -\frac{R2}{r_s + R4} = -8$$

مثال ۳۵-۱ مشخصات مدار شکل ۱۲۲-۱ را بدست آورید. برای ترانزیستور $\beta = 18$ ، $r_o \rightarrow \infty$ و



شکل ۱۲۲-۱ مدار مثال ۳۴-۱

$r_{\pi} = 1k\Omega$ فرض شود. مدار را برای دو حالت:

الف - $C3 \rightarrow 0$ و ب - $C3 \rightarrow \infty$ حل کنید.

حل: در این مثال پارامترهای مدل علایم

کوچک ترانزیستور داده شده اند، بنابراین نیاز به

محاسبه نقطه کار نداریم. در ضمن چون β

نسبتاً کوچک و علاوه بر آن مدار ساده است، بهتر است که از روش سیستماتیک استفاده کنیم.

الف- در این حالت خازن $C3 \rightarrow 0$ ، یعنی این خازن در مدار وجود ندارد. سایر خازنها برای

فرکانس های میانی مانند اتصال کوتاه عمل می کنند.

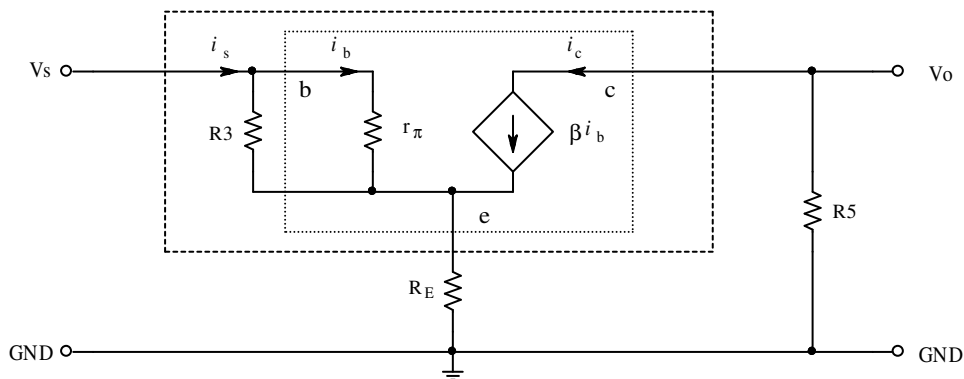
$$R_b = r_{\pi} + (1 + \beta) \cdot R_E = 1k + (1 + 18) \times 1k = 20k\Omega \quad \text{از (۱۳۱-۱):}$$

$$R_i = R_b \parallel (R_3 + (R_1 \parallel R_2)) = 20 \parallel (1 + (6 \parallel 1.2)) \approx 1.8k\Omega \quad \text{از روی شکل:}$$

$$R_o = R_c \parallel R_5 = R_5 = 10k\Omega \quad \text{از روی شکل (} r_o \rightarrow \infty \text{):}$$

$$A_{v_s} = \frac{v_o}{v_s} = \frac{-i_c \cdot R_5}{i_b \cdot R_b} = -\beta \cdot \frac{10k}{20k} = -9$$

ب- در این حالت خازن $C_3 \rightarrow \infty$ ، یعنی این خازن و سایر خازنها برای فرکانس های میانی مانند اتصال کوتاه عمل می کنند. در این صورت مقاومت R_3 بین خروجی و ورودی قرار گرفته است. در این مدار توصیه نمی شود که از قضیه میلر استفاده کنیم. زیرا با وجود این که این مدار از لحاظ ساختاری مشابه مدار مثال ۱-۳۴ است، ولی بر خلاف مسئله قبل $R_3 \gg R_6$ نبوده اثر آن در خروجی قابل اغماض نمی باشد. در نتیجه خطای سعی اول بسیار زیاد بوده باید روش سعی و خطا را در چند مرحله انجام دهیم. علاوه بر آن چون $K \approx 1$ (چرا؟)، ممکن است خطای محاسباتی اندک آن باعث بروز خطای قابل توجه در محاسبه مقاومت ورودی و بهره ولتاژ شود (چرا؟). بنابراین مسئله را از روش سیستماتیک حل می کنیم. در فرکانس های میانی برای علایم کوچک، مدار شکل ۱-۱۲۲ به صورت مدار شکل ۱-۱۲۳ در میاید.



شکل ۱-۱۲۳ مدار معادل علایم کوچک مدار شکل ۱-۱۲۲ برای فرکانس های میانی

در این مدار $R_E = R1 \parallel R2 \parallel R6 = 500\Omega$ است. همان طور که مشاهده می شود $R3$ موازی r_{π} قرار دارد. بنابراین آن قسمت از مدار که داخل مستطیل بزرگتر قرار دارد، مانند مدار معادل ترانزیستوری است که برای آن:

$$r'_{\pi} = r_{\pi} \parallel R3 = 500\Omega, \quad \beta' \equiv \frac{i_c}{i_s} = \frac{i_c}{i_b} \cdot \frac{i_b}{i_s} = \beta \cdot \frac{R3}{R3 + r_{\pi}} = 9$$

خواهد بود. بنابراین:

$$R_i = r'_{\pi} + (1 + \beta') \cdot R_E = 0.5k\Omega + 10 \times 0.5k\Omega = 5.5k\Omega \quad \text{از (۱-۱۳۱):}$$

$$R_o = R_c \parallel R5 = \infty \parallel 10k\Omega = 10k\Omega \quad \text{از روی شکل:}$$

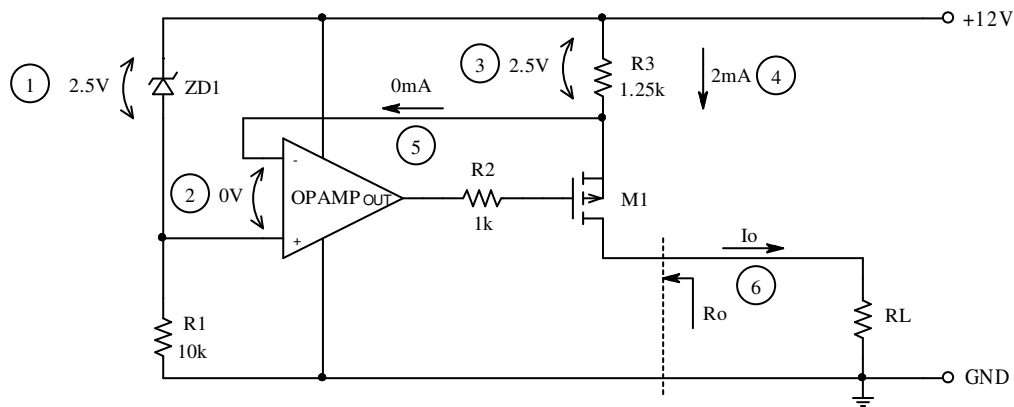
$$A_{v_s} = \frac{v_o}{v_s} = \frac{-i_c \cdot R5}{i_s \cdot R_i} = -\beta' \cdot \frac{R5}{R_i} = -9 \cdot \frac{10k\Omega}{5.5k\Omega} \approx -16.4 \quad \text{از روی شکل:}$$

چنان که مشاهده می شود، وجود خازن $C3$ باعث افزایش مقاومت ورودی و بهره ولتاژ - به عبارت دیگر افزایش بهره جریان و توان - می شود. به این عمل - که بایاسینگ مدار را طوری اعمال کنند، که بازگشت جزیی از سیگنال خروجی به ورودی^۱ باعث افزایش مقاومت ورودی شود - بوت استرپ^۲ گویند. در مدار مثال قبل نیز از خاصیت بوت استرپ استفاده شده است.

مثال ۱-۳۶ در مدار شکل ۱-۱۲۴ مشخصات آپ امپ: $R_{o_a} = 100\Omega$ ، $R_{i_a} = 100k\Omega$ ، $A_o = 1000$ مشخصات فت: $V_t = -2V$ ، $K = 2mA/V^2$ ، $V_A = 100V$ و مشخصات دیود: $V_Z = 2.5V$ ، $r_Z = 10\Omega$ فرض می شوند. مقدار R_L چقدر می تواند باشد، تا مدار کار خود را درست انجام دهد؟ در این صورت مقادیر I_o و R_o را بدست آورید.

^۱ ر. ک. به فصل ۳ (فیدبک مثبت)

^۲ Boot Strap



شکل ۱-۱۲۴ مدار مثال ۱-۳۶

حل: در این مدار به راحتی از روی شکل می توان مقدار جریان را بدست آورد.

۱- $r_Z \ll R1$ ، در نتیجه از افت ولتاژ دو سر آن می توان صرف نظر کرده، $V_{ZD1} \approx V_Z = 2.5V$.

۲- بهره آپ امپ $A_o = 1000$ ، در صورتی که اشباع نشده باشد، $V_I < \frac{V_{CC}}{A_o} < 12mV \approx 0$

۳- در نتیجه: $V_{R3} = V_{ZD1} - V_I \approx 2.5V$

۴- و: $I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R3} \approx 2mA$

۵- جریان ورودی آپ امپ $I_{Ia} = \frac{V_{Ia}}{R_{Ia}} < \frac{12mV}{100k\Omega} \ll I_{R3} \approx 0$

۶- و از آن جا: $I_o = -I_D = I_S \approx I_{R3} \approx 2mA$

برای محاسبه محدوده R_L باید بدانیم که مدار چکار می کند. تا زمانی که تقویت کننده و

ترانزیستور در ناحیه فعال قرار دارند، جریان خروجی: $I_o \approx V_{ZD1}/R3 \approx Const(R_L)$. بنابراین این

مدار یک منبع جریان بوده، جریان گذرنده از مقاومت بار مستقل از مقدار آن است. ترانزیستور یک

$p-Ch MOSFET$ است. بنابراین برای این که فت در ناحیه خطی قرار گیرد باید $V_{GS} < V_t = -2V$

و $V_{DG} < -V_t = 2V$ باشند. در نتیجه تا هنگامی که ترانزیستور در ناحیه خطی قرار دارد، آپ امپ نیز

اشباع نشده است (چرا؟). بنابراین با توجه به مطالب فوق و این واقعیت که $|V_{DS}| < 9.5V \ll V_A$:

$$I_D \approx -K \cdot (V_{GS} - V_t)^2 \quad \text{از (۱۲۳-۱) با توجه به } p-Ch$$

$$V_{GS} \approx -\sqrt{-I_D/K} + V_t \approx -\sqrt{2/2} - 2 = -3V$$

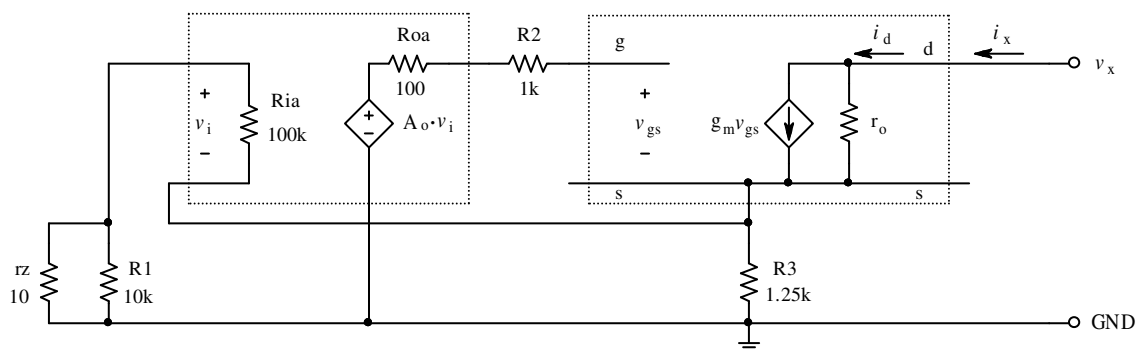
$$V_{DS} = V_{DG} + V_{GS} \leq -V_t + V_{GS} = -(-2) - 3 = -1V$$

$$\left. \begin{aligned} V_S &= V_{CC} - I_S \cdot R3 \\ V_D &= V_S - V_{DS} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_D < 12 - 2.5 - 1 = 8.5V$$

$$V_D = R_L \cdot I_o \quad \text{از طرف دیگر:}$$

$$R_L < \frac{8.5V}{2mA} \Rightarrow R_L = 0 \dots 4.25k\Omega \quad \text{پس:}$$

برای محاسبه R_o باید مدل کوچک علامی و ترانزیستور را در مدار قرار داده و طبق معمول نسبت ولتاژ به جریان خروجی را بدست آوریم. این مدار در شکل ۱۲۵-۱ نمایش داده شده است:



شکل ۱۲۵-۱ مدار معادل علامی کوچک مدار شکل ۱۲۴-۱ جهت بدست آوردن مقاومت خروجی

$$g_m \approx 2 \cdot \sqrt{K \cdot I_D} \approx 2 \times \sqrt{2 \times 2} = 4mA/V \quad \text{از (۱۲۶-۱):}$$

$$r_o = \frac{V_A + V_{DS}}{I_D} \approx \frac{V_A}{I_D} \approx \frac{100V}{2mA} = 50k\Omega \quad \text{از (۱۲۸-۱):}$$

و در نتیجه:

$$\mu = g_m \cdot r_o = 4 \times 50 = 200$$

توجه کنید که مقدار V_{DS} و در نتیجه r_o وابسته به مقدار R_L است. بنابراین به کمک مقادیر محاسبه شده، کوچکترین مقدار مقاومت خروجی بدست می آید.

در این مدار R_{oa} و R_2 نقشی در محاسبه R_o ندارند و اثر R_1 و r_Z قابل اغماض است (چرا؟).

$$R_o = \frac{v_x}{i_x} = \frac{v_x}{i_d} \quad \text{بنا به تعریف:}$$

$$\left. \begin{aligned} v_x &= (i_x - g_m \cdot v_{gs}) \cdot r_o + i_x \cdot (R_3 \parallel R_{ia}) \\ v_{gs} &= v_g - v_s = A_o \cdot v_i - (-v_i) = (A_o + 1) \cdot v_i \\ v_i &= -i_x \cdot (R_3 \parallel R_{ia}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$R_o = r_o + (R_3 \parallel R_{ia}) + g_m \cdot r_o \cdot (A_o + 1) \cdot (R_3 \parallel R_{ia}) \approx \mu \cdot A_o \cdot R_3$$

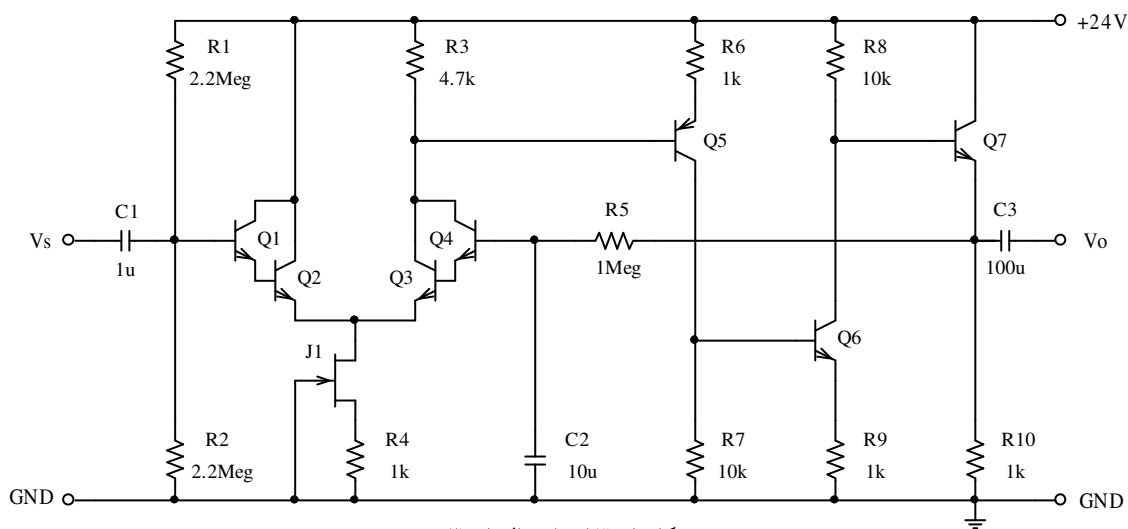
$$R_o \approx 200 \times 1000 \times 1.25k = 250M\Omega$$

مثال ۱-۳۷ بهره ولتاژ، مقاومت ورودی مقاومت خروجی و حداکثر دامنه خروجی در فرکانس های

میانی و فرکانس های حد مدار شکل ۱-۱۲۶ را بدست آورید. برای فت $I_{DSS} = 4mA$ و $V_P = -2V$ فرض شوند.

حل: چون پارامترهای ترانزیستورها مشخص نشده اند، مقادیر پیش فرض، یعنی: $\beta = 100$ ،

$$n \cdot V_T = 25mV \text{ و } V_A \rightarrow \infty \text{ در نظر گرفته می شوند. } |V_{BE}| \approx 0.7V$$



شکل ۱۲۶-۱ مدار مثال ۳۷-۱

الف- محاسبه نقاط کار: به علت مفصل بودن مدار از روش ذهنی استفاده می کنیم.

$$۱- \text{ با فرض } I_{B1} \ll I_{R1}, V_{B1} \approx \frac{R2}{R1+R2} \cdot V_{CC} \approx 12V$$

$$۲- \text{ از } I_{D1} = I_{DSS} \cdot (1 - V_{GS}/V_P)^2 \text{ و } V_{GS} = -I_{D1} \cdot R4 \text{ نتیجه می شود } I_{D1} = 1mA$$

$$۳- \text{ استدلال } I_{C2} = I_{C3} \text{ اشتباه است! زیرا در حالت کلی دلیلی ندارد که } V_{BE2} = V_{BE3}$$

باشد. این درست است که برای ترانزیستورها $|V_{BE}| \approx 0.7V$ فرض می شود، ولی

همانطور که می دانیم اختلاف جزئی بین V_{BE} های ترانزیستورهای مشابه، باعث

اختلاف قابل توجهی بین I_C های آنها خواهد بود ($\Delta V_{BE} \approx 60mV \log(I_2/I_1)$).

این امر بدین معنی است که اختلاف ولتاژ حدود ۲۰ میلی ولت، باعث جریانهایی به

نسبت حدود ۲ به ۱ می شود! از همین واقعیت استفاده کرده، چنین استدلال می کنیم:

در صورتی که تقویت کننده اشباع نباشد، $|V_{B1} - V_{B4}|$ از چندین ده میلی ولت نمی

تواند تجاوز نماید (چرا؟). در نتیجه: $V_{E7} = V_{B1} \pm |V_{B1} - V_{B4}| + I_{B4} \cdot R5$ و از

آنجایی که مطمئناً $I_{B4} < 0.1\mu A$ است (چرا؟) $V_{E7} \approx V_{B1} \approx 12V$.

$$I_{C7} \approx I_{E7} \approx I_{R10} \approx V_{E7}/R_{B10} \approx 12V/1k\Omega \approx 12mA \quad -\xi$$

$$I_{R8} \approx 1.13mA \quad \text{و در نتیجه } V_{R8} = V_{CC} - V_{BE7} - V_{E7} \approx 24 - 0.7 - 12 \approx 11.3V \quad -\theta$$

$$I_{C6} = I_{R8} - I_{C7}/\beta \approx 1mA \quad -\zeta \quad \text{از آنجا } V_{E6} = I_{E6} \cdot R9 \approx 1V \quad \text{و } V_{R7} \approx 1.7V$$

$$I_{B6} \approx 10\mu A$$

$$I_{C5} = I_{R7} + I_{B6} \approx 0.18mA \quad \text{پس } V_{R6} = I_{E5} \cdot R6 \approx 0.18V \quad \text{و } V_{R3} \approx 0.9V \quad -\eta$$

$$I_{B5} \approx 1.8\mu A$$

$$I_{C3} + I_{C4} = I_{R3} + I_{B5} \approx V_{R3}/R3 \approx 0.2mA \quad \text{بنابراین } I_{C3} \approx 200\mu A \quad \text{و } -\vartheta$$

$$I_{C4} \approx 2\mu A$$

$$I_{C1} \approx 8\mu A \quad \text{و } I_{C2} \approx I_{E2} = I_{D1} - I_{E3} \approx 0.8mA, \quad I_{E3} \approx I_{C3} \quad -\iota$$

۱۰- با به دست آمدن جریانهها، ولتاژها نیز به راحتی قابل محاسبه بوده مشاهده می شود

که تمام ترانزیستورها در ناحیه فعال قرار دارند. در ضمن: فرض های اولیه

$$I_{B1} \ll I_{R1}, \quad V_{R5} \ll V_{E7} \quad \text{و} \quad |V_{B1} - V_{B4}| \ll V_{E7} \quad \text{صادقند، زیرا:}$$

$$I_{R1} \approx 12/2.2M \approx 5.5\mu A, \quad I_{B1} \approx 80nA, \quad I_{B4} \approx 20nA \quad \text{و } V_{E7} \approx 12V$$

$$V_{B1} - V_{B4} \approx 2 \times 60mV \log(0.8mA/0.2mA) \approx 70mV$$

ب- محاسبه پارامترهای مدل علایم کوچک ترانزیستورها: به علت بزرگ بودن β و V_A ، و مفصل بودن مدار، از روش ذهنی استفاده می کنیم. بنابراین کافی است برای ترانزیستورها $r_e \approx n \cdot V_T / I_C$ را محاسبه نماییم. توجه شود که فت برای سیگنال نقشی ایفا نمی کند و مانند یک اتصال باز است (چرا؟). به همین دلیل نیازی به محاسبه مشخصات دینامیکی آن نیست. مقادیر حساب شده I_C ها و r_e ها و همچنین مقادیر شبیه سازی شده I_C ها، V_{CE} ها و V_{BE} ها در جدول ۱-۴ منعکس شده است.

جدول ۱-۴ نقاط کار و مقاومت امیتر ترانزیستورها

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7
$I_C (Calc.) [A]$	8μ	$0.8m$	$0.2m$	2μ	$0.2m$	$1m$	$12m$
$I_C (Sim.) [A]$	7.825μ	790.3μ	199.8μ	1.979μ	191.0μ	$1.011m$	$11.75m$
$r_e [\Omega]$	$3.2k$	32	125	$12.5k$	125	25	2
$V_{CE} [V]$	12.8	13.5	12.6	11.8	22	11.7	12.1
$V_{BE} [mV]$	667	782	748	632	747	788	850

تذکر ۱- برای سادگی، قدر مطلق مقادیر ذکر شده اند.

تذکر ۲- با وجود این که مدار با فرض $V_{BE} = 0.7V$ محاسبه شده است ولی برای ترانزیستورهای

مختلف $V_{BE} = 0.632 \dots 0.85V$ می باشد، و علاوه بر آن منابع خطای دیگری وجود دارد، خطای

$$E_{rel}(I_C) = 0.1 \dots 4.7\% \text{ جریانها}$$

پ- محاسبه مشخصات مدار: مدار یک تقویت کننده چند طبقه است. مقاومت ورودی مدار،

معادل مقاومت ورودی طبقه اول، مقاومت خروجی مدار، معادل مقاومت خروجی طبقه آخر و بهره

مدار، معادل حاصلضرب بهره تک تک طبقات است. از روی شکل داریم:

$$R_i \approx R1 \parallel R2 \parallel \left(2 \cdot \beta^2 \cdot (r_{e2} + r_{e3}) \right) \approx 2.2M \parallel 2.2M \parallel \left(2 \times 10^4 \cdot (32 + 125) \right) \approx 815k\Omega \approx 800k\Omega$$

$$R_o \approx R5 \parallel R10 \parallel (r_{e7} + R8/\beta) = 1M \parallel 1k \parallel (2 + 10k/100) \approx 92\Omega$$

$$A_{v_{1...4}} \approx \frac{R3 \parallel (\beta \cdot (R6 + r_{e5}))}{2 \cdot (r_{e2} + r_{e3})} \approx \frac{4.7k \parallel (100 \times (1k + 125))}{2 \times (32 + 125)} \approx 14.4$$

$$A_{v_5} \approx -\frac{R7 \parallel (\beta \cdot (R9 + r_{e6}))}{R6 + r_{e5}} \approx -\frac{10k \parallel (100 \times (1k + 25))}{1k + 125} \approx -8.1$$

$$A_{v_6} \approx -\frac{R8 \parallel (\beta \cdot ((R10 \parallel R5) + r_{e7}))}{R9 + r_{e6}} \approx -\frac{10k \parallel (100 \times (1k + 2))}{1k + 25} \approx -8.9$$

$$A_{v_7} \approx \frac{R10 \parallel R5}{(R10 \parallel R5) + r_{e7}} \approx \frac{1k}{1k + 2} \approx 0.998 \approx 1$$

$$A_{v_s} = A_{v_{1...4}} \times A_{v_5} \times A_{v_6} \times A_{v_7} \approx 14.4 \times 8.1 \times 8.9 \times 1 \approx 1038 \approx 1000$$

برای محاسبه حداکثر دامنه خروجی، بیشترین تغییرات ولتاژ خروجی حول نقطه کار را باید بدست

آوریم. در این مدار $Q7$ نه می تواند قطع شود و نه می تواند اشباع شود (چرا؟). بنابراین این محدودیت

توسط $Q6$ بوجود می آید. بیشترین ولتاژ خروجی موقعی حاصل می شود که این ترانزیستور به سمت

قطع شدن میل کند، یعنی $I_{C6} = 0$ در این صورت:

$$V_{CC} - I_{B7} \cdot R8 - V_{BE7} - I_{E7} \cdot R10 = 0$$

$$V_{E7}(\max) = I_{E7} \cdot R10 \approx \frac{R10}{R10 + R8/\beta} \cdot (V_{CC} - V_{BE7}) \approx 21V$$

کمترین ولتاژ خروجی موقعی حاصل می شود که $Q6$ به سمت اشباع شدن میل کند، یعنی $V_{CE6} \approx 0$

در این صورت:

$$V_{E7}(\min) \approx \frac{R9}{R9 + R8} \cdot (V_{CC} - V_{CE6}) - V_{BE7} \approx 1.5V$$

$$\left. \begin{aligned} V_P^+ &= V_{E7}(\max) - V_{E7}(\text{OP}) \approx 21 - 12 = 9V \\ V_P^- &= V_{E7}(\text{OP}) - V_{E7}(\min) \approx 12 - 1.5 = 10.5V \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_{P_{\max}} = \min[V_P^-, V_P^+] \approx 9V$$

برای محاسبه فرکانس های حد، با توجه به این که در مدار فقط ۳ خازن وجود دارد که هر سه اثر

بالا گذاری دارند، بنابراین $f_h \rightarrow \infty$. و برای محاسبه فرکانس حد پایین چنین استدلال می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= R_i \cdot C1 \approx 800k \times 1\mu = 800ms \\ \tau_2 &= R5 / (1 - A_{v_s}) \cdot C2 \approx 1M / 1000 \times 10\mu = 10ms \\ \tau_3 &= (R_o + R_L) \cdot C3 = (92 + \infty) \cdot 100\mu \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \Rightarrow f_l = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau_2} \approx 16Hz$$

برای مقایسه، مشخصات مدار با شبیه سازی چنین بدست می آید:

$$R_i = 816.396k\Omega, R_o = 91.823\Omega, A_{v_s} = 1020, V_{P_{\max}} = 9.1858V, f_l = 16.308Hz$$

بنابراین چنان که مشاهده می شود، مقادیر محاسبه شده به روش سریع ذهنی از دقت بسیار خوبی

برخوردار است. خطای محاسباتی این روش برای مدارهای واقعی، اغلب به مراتب کمتر از خطای ناشی

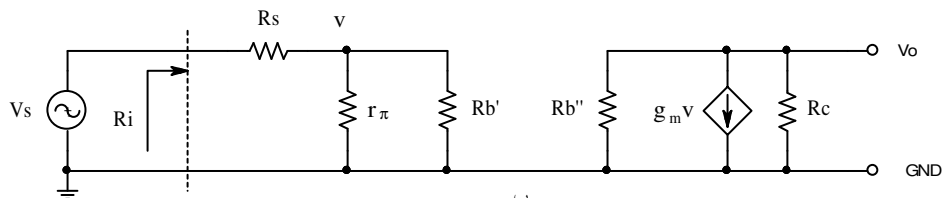
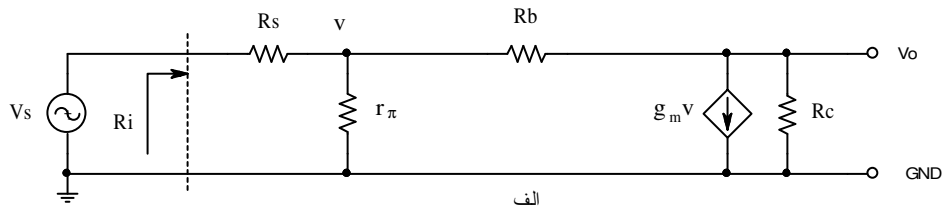
از تفرانس المانهای مدار و وابستگی پارامترهای آنها به شرایط محیطی است.

پیوست‌ها

پیوست ۱-۱ محاسبه خطا در استفاده تقریبی از قضیه میلر

مدار شکل ۱۳-۱ الف یکی از مدارهای استاندارد در الکترونیک است که برای یک مدار

ترانزیستوری^۱ در شکل پ ۱-۱ مجدداً نمایش داده شده است.



شکل پ ۱-۱ محاسبه میزان خطا در استفاده تقریبی از قضیه میلر الف-مدار اصلی، ب-مدار معادل

برای محاسبه مقاومت ورودی، طبق قضیه میلر R_b در مدار شکل پ ۱-۱ الف را با دو مقاومت

R_b' و R_b'' در شکل پ ۱-۱ ب جایگزین می‌کنیم. از (۱-۳۳):

$$K = \frac{V_o}{v}, \quad R_b' = \frac{R_b}{1-K}, \quad R_b'' = \frac{K \cdot R_b}{K-1} \quad (\text{پ ۱-۱})$$

از روابط (پ ۱-۱) محاسبه دقیق K :

^۱ ر. ک. به فصل ۱-۶-۴

$$\begin{cases} K = \frac{V_o}{v} = -g_m (R_c \parallel R_b'') & \text{(پ ۲-۱)} \\ R_b'' = \frac{K \cdot R_b}{K-1} & \text{(پ ۳-۱)} \end{cases}$$

با جانشینی (پ ۳-۱) در (پ ۲-۱):

$$\begin{aligned} K &= -g_m \cdot \left(R_c \parallel \frac{K \cdot R_b}{K-1} \right) \\ K &= -g_m \cdot \left(\frac{R_c \cdot \frac{K \cdot R_b}{K-1}}{R_c + \frac{K \cdot R_b}{K-1}} \right) = -g_m \cdot \frac{K \cdot R_b \cdot R_c}{K \cdot R_c - R_c + K \cdot R_b} \\ K &= -(g_m \cdot R_b - 1) \cdot \frac{R_c}{R_b + R_c} & \text{(پ ۴-۱)} \end{aligned}$$

محاسبه تقریبی K با جانشینی $R_b'' \approx R_b$:

$$K \approx K' = -g_m (R_c \parallel R_b) = -g_m \cdot \frac{R_c \cdot R_b}{R_c + R_b} \quad \text{(پ ۵-۱)}$$

محاسبه خطا با استفاده از (پ ۴-۱) و (پ ۵-۱):

$$E_{abs}(K) = K' - K = \left(-(g_m \cdot R_b - 1) \cdot \frac{R_c}{R_b + R_c} \right) - \left(-g_m \cdot \frac{R_c \cdot R_b}{R_c + R_b} \right)$$

$$E_{abs}(K) = \frac{R_c}{R_b + R_c}$$

و از آنجا:

$$E_{rel}(K) = \frac{E_{abs}(K)}{K} = \frac{1}{1 - g_m \cdot R_b} \quad \text{(پ ۶-۱)}$$

پیوست ۱-۲ نحوه محاسبه میزان خطا در ترکیب مقاومت‌ها

می‌خواهیم تأثیر میزان خطای یک مقاومت - با فرض دقیق بودن سایر مقاومت‌ها - را بر روی مقاومت معادل یک شبکه مقاومتی بدست آوریم. منظور از ترکیب مقاومت‌ها این است که چند مقاومت بصورت سری یا موازی به یک دیگر متصل شده باشند. در ابتدا مسئله را برای ترکیب دو مقاومت بررسی می‌کنیم. برای تعداد بیشتر مقاومت‌ها، از ترکیب دو دویی آنها استفاده می‌کنیم. با فرض

$$R_2 = R_b + \Delta R = R_b \cdot (1 + E_{rel}) \quad \text{و} \quad R_2' = R_b, \quad R_1 = R_a$$

• ترکیب سری دو مقاومت:

$$\begin{aligned} R_{eq}' &= R_1 + R_2' = R_a + R_b \\ R_{eq} &= R_1 + R_2 = R_a + R_b \cdot (1 + E_{rel}) \\ \Delta R_{eq} &= R_{eq} - R_{eq}' = R_b \cdot E_{rel} \\ \frac{\Delta R_{eq}}{R_{eq}'} &= \frac{R_b \cdot E_{rel}}{R_a + R_b} = \frac{E_{rel}}{1 + R_a / R_b} \end{aligned}$$

یعنی:

$$E_{rel}(R_{eq}) = E_{rel}(R_b) \cdot \frac{R_b}{R_a + R_b} \quad (\text{پ ۱-۷})$$

بنابراین هر گاه یک مقاومت نا دقیق با یک مقاومت دقیق سری شود، خطای نسبی مقاومت معادل

همواره از خطای نسبی مقاومت نا دقیق، کمتر است. مثلاً اگر یک مقاومت دقیق $R_1 = 100k\Omega$ با یک

مقاومت $R_2 = 10k\Omega \pm 10\%$ سری شود مقاومت حاصل $R_{eq} \approx 110k\Omega \pm 1\%$ خواهد بود.

• ترکیب موازی دو مقاومت:

$$R'_{eq} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b}$$

$$R_{eq} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_a \cdot R_b \cdot (1 + E_{rel})}{R_a + R_b \cdot (1 + E_{rel})}$$

$$\Delta R_{eq} = R_{eq} - R'_{eq}$$

$$\Delta R_{eq} = \frac{R_a^2 \cdot R_b \cdot E_{rel}}{(R_a + R_b) \cdot (R_a + R_b \cdot (1 + E_{rel}))}$$

$$\frac{\Delta R_{eq}}{R'_{eq}} = \frac{R_a \cdot E_{rel}}{R_a + R_b \cdot (1 + E_{rel})} \approx \frac{E_{rel}}{1 + R_b / R_a}$$

یعنی:

$$E_{rel}(R_{eq}) \approx E_{rel}(R_b) \cdot \frac{R_a}{R_a + R_b} \quad (\text{پ ۸-۱})$$

بنابراین هر گاه یک مقاومت نا دقیق با یک مقاومت دقیق موازی شود، خطای نسبی مقاومت معادل

همواره از خطای نسبی مقاومت نا دقیق، کمتر است. مثلاً اگر یک مقاومت دقیق $R_1 = 10k\Omega$ با یک

مقاومت $R_2 = 100k\Omega \pm 10\%$ موازی شود مقاومت حاصل $R_{eq} \approx 9.1k\Omega \pm 1\%$ خواهد بود.

پیوست ۱-۳ نحوه رسم پاسخ فرکانسی

برای رسم پاسخ فرکانسی یک سیستم الکتریکی، می‌توانید به نحو زیر عمل کنید:

۱- جدولی با ۷ ستون و $n + 1$ ردیف مانند جدول پ ۱-۱ رسم نمایید (n تعداد فرکانس‌های اندازه‌گیری شده است).

۲- یک منبع سیگنال سینوسی، با فرکانس قابل تنظیم، را به ورودی سیستم متصل کرده، همزمان ولتاژ ورودی و ولتاژ خروجی را بر روی صفحه اسیلوسکوپ مشاهده نمایید. (بهتر است سیگنال ورودی به کانال ۱ و سیگنال خروجی به کانال ۲ اعمال شوند).

۳- فرکانس سیگنال ژنراتور را از پایین‌ترین حد مطلوب، f_i ، تا بالاترین حد مطلوب، f_{i1} ، تغییر دهید تا دامنه خروجی به یک مقدار حداکثر برسد؛ یا در آن ثابت بماند.

۴- در صورتی که سیگنال‌های ورودی یا خروجی به ازای محدوده فرکانسی بند ۳ اشباع (از حالت سینوسی خارج) شده باشند، دامنه سیگنال ژنراتور را به حدی کم کنید تا شکل موج‌های ورودی و خروجی مجدداً سینوسی شوند.

۵- در صورتی که دامنه سیگنال ورودی یا خروجی به ازای محدوده فرکانسی بند ۳ به حدی کم باشد، که نتوان آن را بر روی صفحه اسیلوسکوپ اندازه‌گیری کرد، با توجه به بند ۴، دامنه سیگنال ژنراتور را به حدی زیاد کنید که شکل موج‌های ورودی و خروجی به خوبی قابل اندازه‌گیری باشند.

۶- فرکانس سیگنال ژنراتور را به مقدار $f_i = f_{i1}$ برگردانید.

۷- مقادیر دامنه‌های ورودی و خروجی و مقدار اختلاف زمان گذر از صفر بین ورودی و خروجی را در جدول یادداشت کنید. فرکانس سیگنال به کمک فرکانس متر یا اسیلوسکپ اندازه گرفته شود.

۸- فرکانس سیگنال ژنراتور را به مقدار $f_2 = f_1 + \Delta f$ تغییر داده مرحله ۷ را تکرار کنید. Δf مقدار مثبتی بوده، مبین فاصله فرکانسی دو مقدار اندازه گیری شده متوالی می‌باشد.

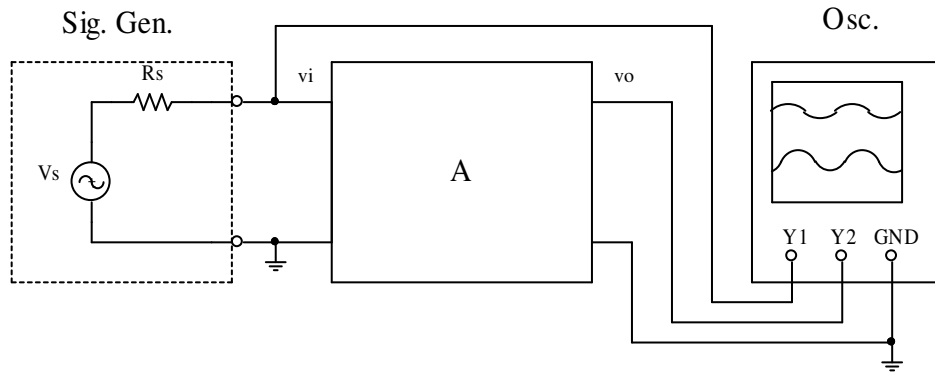
۹- مرحله ۸ را آنقدر تکرار کنید تا $f_n \geq f_h$ شود.

۱۰- بکمک مقادیر اندازه گیری شده نسبت دامنه‌ها و اختلاف فاز سیگنال‌های ورودی و خروجی محاسبه شود.

۱۱- بکمک مقادیر محاسبه شده نمودارها توسط نقطه یابی رسم شوند.

تذکر: در اکثر موارد پاسخ دامنه به فرکانس از اهمیت بیشتری نسبت به پاسخ فاز برخوردار است. به همین دلیل اکثراً به رسم پاسخ دامنه اکتفا می‌شود.

مثال پ ۱-۱ فرض کنیم می‌خواهیم پاسخ فرکانسی یک شبکه الکتریکی بنام شبکه A را در محدوده فرکانسی صفر تا ۲۰ کیلو هرتز با فاصله‌های یک کیلو هرتز بدست آوریم. برای این منظور مطابق شکل پ ۱-۲ ورودی شبکه (V_i) را توسط یک منبع سیگنال سینوسی (Sig. Gen.) تحریک می‌نماییم. همزمان این سیگنال را به ورودی کانال ۱ (Y1) اسیلوسکپ (Osc.) اعمال می‌کنیم. خروجی شبکه (V_o) به کانال ۲ (Y2) اسیلوسکپ وصل می‌شود. حال طبق دستورالعمل فوق اندازه گیری را انجام می‌دهیم.



شکل پ ۱-۲ نحوه اندازه گیری پاسخ فرکانسی

در این مثال: $f_i = 0$ ، $f_h = 20\text{kHz}$ و $\Delta f = 1\text{kHz}$ است. بنابراین $n = 21$ بوده جدول ۲۲ ردیف خواهد داشت. به علت این که فرکانس صفر قابل تولید نیست با کمترین فرکانس سیگنال ژنراتور - که معمولاً ده هرتز است - شروع می کنیم.

در این جدول: n شماره ردیف به عبارت دیگر شماره مرحله اندازه گیری، f فرکانس تنظیم شده در هر مرحله بر حسب کیلو هرتز، V_{IP} دامنه ولتاژ ورودی^۱، بر حسب ولت، V_{OP} دامنه ولتاژ خروجی^۲، بر حسب ولت، Δt اختلاف زمان گذر از صفر بین سیگنال‌های ورودی و خروجی بر حسب میکروثانیه، میباشد؛ که این سه مقدار توسط اسیلوسکوپ اندازه گیری می شوند. در دو ستون بعدی مقادیر محاسبه شده یعنی $|A|$ ، که عبارت از نسبت دامنه سیگنال خروجی به دامنه سیگنال ورودی است (مقداری بدون واحد) و فاز (Phase) بر حسب درجه، که با توجه به مقادیر Δt و f بدست می آید، وارد می شوند.

برای بدست آوردن مقادیر ستون $|A|$ ، باید مقادیر ردیف‌های ستون V_{OP} [V] به مقادیر ردیف‌های ستون V_{OP} [V] تقسیم شوند. برای محاسبه فاز بعبارت دیگر، بدست آوردن مقادیر ستون Phase از رابطه (پ-۹-۱) استفاده میشود.

(۹-۱) استفاده میشود.

¹ V_{IP} : Peak Input Voltage
² V_{OP} : Peak Output Voltage

(پ ۹-۱)

$$\varphi = 360 \times \Delta t \times f$$

در این رابطه: φ اختلاف فاز بین خروجی^۱ و ورودی برحسب درجه، Δt اختلاف زمان گذر از صفر بین خروجی و ورودی برحسب ثانیه و f فرکانس بر حسب هرتز است. توجه شود که اگر گذر از صفر خروجی بعد از گذر از صفر ورودی اتفاق بیفتد، Δt و در نتیجه φ مقداری منفی خواهند بود؛ در این صورت گویند خروجی نسبت به ورودی تأخیر فاز یا پس فاز^۲ دارد. در حالت عکس، خروجی نسبت به ورودی تقدم فاز یا پیش فاز^۳ خواهد داشت.

جدول پ ۱-۱ مقادیر اندازه گیری و محاسبه شده مثال شکل پ ۱-۲

n	f [kHz]	V _{IP} [V]	V _{OP} [V]	Δt [μs]	A	Phase [°]
1	0.01	1	1	0	1	0
2	1	1	1	0	1	0
3	2	1	1	0	1	0
4	3	0.95	1.05	-6	1.1	-6
5	4	0.9	1.1	-7	1.2	-10
6	5	0.85	1.2	-8	1.4	-14
7	6	0.75	1.25	-10	1.7	-22
8	7	0.65	1.3	-13	2	-33
9	8	0.5	1.25	-18	2.5	-52
10	9	0.4	1.2	-26	3	-84
11	10	0.45	1.05	-32	2.3	-115
12	11	0.55	0.9	-34	1.6	-135
13	12	0.65	0.75	-34	1.2	-147
14	13	0.7	0.65	-33	0.9	-154
15	14	0.75	0.55	-31	0.7	-156
16	15	0.8	0.45	-30	0.6	-162
17	16	0.85	0.4	-28	0.5	-161
18	17	0.85	0.35	-27	0.4	-165
19	18	0.9	0.3	-26	0.3	-168
20	19	0.9	0.25	-24	0.3	-164
21	20	0.9	0.25	-23	0.3	-166

تمرین: رابطه (پ ۹-۱) را اثبات نمایید.

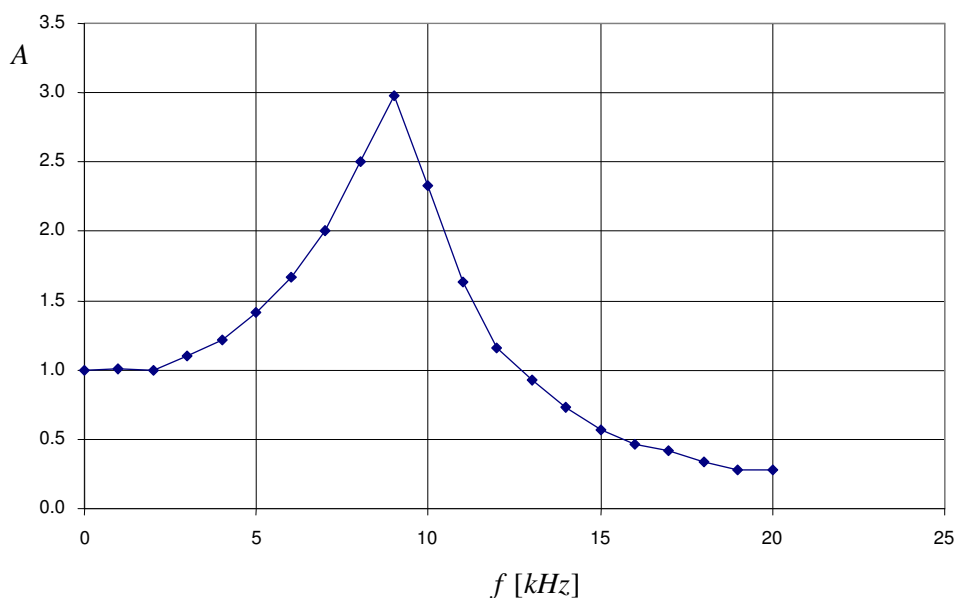
^۱ منظور از اصطلاحات ورودی و خروجی در متن، سیگنال ورودی و سیگنال خروجی است، که برای روان تر شدن جمله معمولاً کلمه سیگنال

ذکر نمی شود

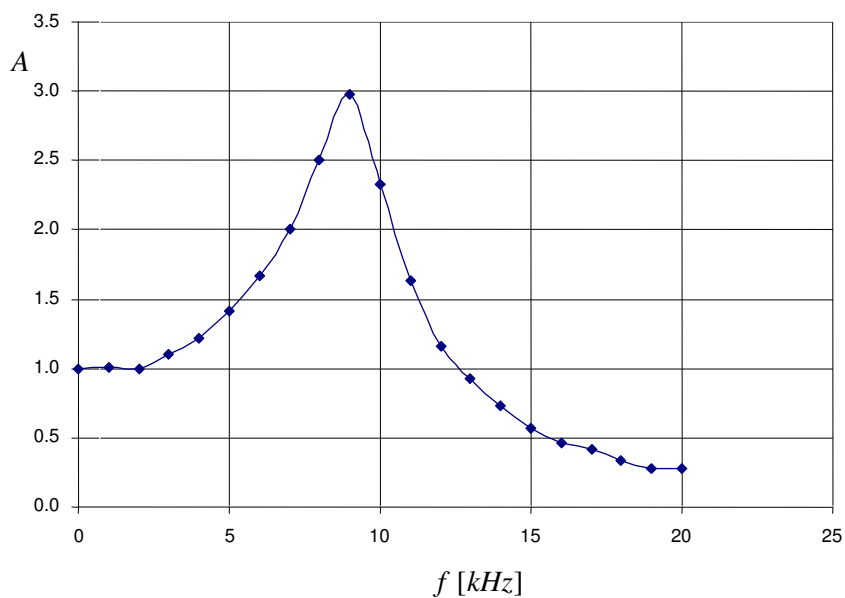
Lag^۲

Lead^۳

در شکل پ ۳-۱ دامنه پاسخ فرکانسی نمایش داده شده است. برای رسم این نمودار نقاط بدست آمده توسط پاره خطهایی به یک دیگر وصل شده اند. برای حصول دقت بیشتر، به عبارت دیگر نزدیکتر بودن نمودار به مقدار واقعی، معمولاً مانند شکل پ ۴-۱ نقاط را توسط منحنیهایی به یک دیگر وصل میکنند.

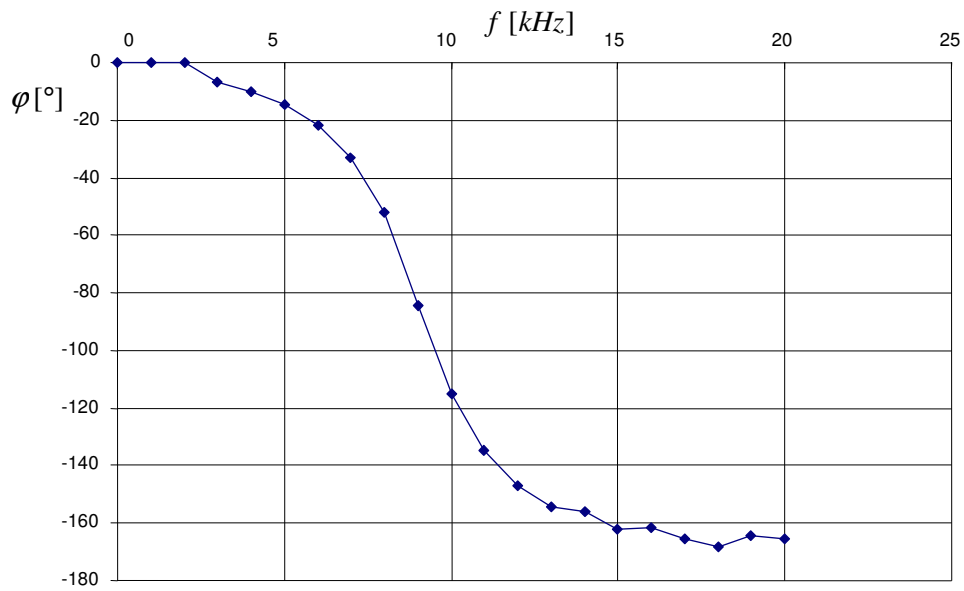


شکل پ ۳-۱ نمایش پاره خطی پاسخ دامنه به فرکانس



شکل پ ۴-۱ نمایش منحنی وار پاسخ دامنه به فرکانس

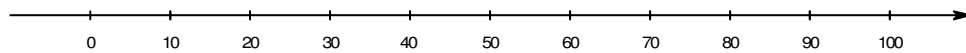
در شکل پ ۱-۵ فاز پاسخ فرکانسی نمایش داده شده است. برای رسم این نمودار مانند رسم نمودار دامنه عمل می‌شود.



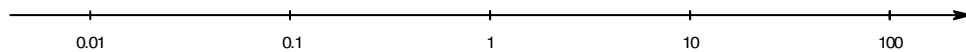
شکل پ ۱-۵ نمایش پاسخ فاز به فرکانس

پیوست ۱-۴ تعریف dB

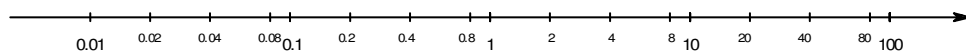
هرگاه محدوده^۱ تغییرات نسبت دو مقدار زیاد باشد، آنرا به صورت لگاریتمی نمایش می‌دهند. برای مثال اگر تغییرات یک نسبت از ۰,۰۱ تا ۱۰۰ باشد و بخواهیم آنرا بر روی یک محور نمایش دهیم، چنان که بخواهیم مقادیر کوچک به خوبی قابل تفکیک باشند، باید مثلاً واحد را به طول ۱۰ سانتی متر انتخاب نماییم، که در این صورت ۰,۰۱ معادل یک میلی متر و هنوز قابل تشخیص خواهد بود؛ ولی در عوض طول کل محور باید ده متر باشد، که مقداری غیر عملی است! و اگر طول محور را مقداری منطقی مثلاً ده سانتی متر انتخاب نماییم، مقدار ۰,۰۱ معادل ۱۰ میکرون بوده غیر قابل نمایش است. در صورتی که اگر محور را به صورت لگاریتمی تقسیم بندی کنیم، تمام محدوده به خوبی قابل تفکیک است. در شکل پ ۱-۶ مثال فوق نمایش داده شده است.



الف



ب



ج

شکل پ ۱-۶ نمایش مقادیر بر روی محور به صورت: الف- خطی، ب- لگاریتمی و ج- لگاریتمی با جزئیات بیشتر

^۱ گستره، Range

همان طور که می‌دانیم نسبت دو کمیت^۱ یک جنس مقداری بدون دیمانسیون^۲ و در نتیجه بدون واحد^۳ است. مثلاً اگر توان منتقل شده از یک منبع سیگنال بر روی یک مقاومت $P_1 = 1mW$ باشد و توسط یک تقویت کننده بتوانیم مقدار آن را به $P_2 = 100mW$ برسانیم، نسبت این دو - که به آن ضریب بهره توان تقویت^۴ کننده گویند - ۱۰۰ خواهد بود ($A_p = 100$). در اغلب نشریات فنی مرسوم است که - با وجود این که این نسبت از لحاظ فیزیکی بدون واحد است - برای آن واحدی در نظر بگیرند. مثلاً می‌گویند: ۱۰۰ برابر یا ۱۰۰ وات به وات ($A_p = 100 \frac{W}{W}$).

همان طور که ذکر شد، محدوده‌های وسیع را معمولاً به صورت لگاریتمی در نظر می‌گیرند؛ در این صورت لگاریتم نسبت توان دو سیگنال را بر حسب بل بیان می‌کنند. این واحد، به افتخار مخترع تلفن گراهام بل^۵، نام گذاری شده است. در عمل مرسوم است که بجای بل از دسی بل^۶ استفاده کنند. بنا به تعریف:

$$A_p [dB] = 10 \cdot \log \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \quad (\text{پ ۱-۱۰})$$

اگر یک منبع ولتاژ با نیروی محرکه $v_i = V_1$ به یک مقاومت R توان P_1 را منتقل نماید، در صورتی که یک تقویت کننده بین منبع و مقاومت قرار گیرد، ولتاژ دو سر مقاومت $v_o = V_2$ به عبارت دیگر توان منتقل شده به آن P_2 خواهد بود. بنابراین:

$$A_p [dB] = 10 \cdot \log \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = 10 \cdot \log \left(\frac{V_2^2/R}{V_1^2/R} \right) = 20 \cdot \log \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \quad (\text{پ ۱-۱۰ الف})$$

Quantity¹
Dimension²
Unit³
اکثراً بهره توان (Power Gain) نامیده می‌شود⁴
Alexander Graham Bell⁵
dB: Deci Bell⁶

از آن جایی که نسبت ولتاژ خروجی به ورودی یک تقویت کننده را ضریب تقویت ولتاژ یا بهره ولتاژ^۱ نامند، بهره ولتاژ و به همین منوال بهره جریان^۲، بر حسب دی بی به صورت زیر تعریف می شوند:

$$A_v[dB] = 20 \cdot \log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (\text{پ ۱۱-۱})$$

$$A_i[dB] = 20 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \quad (\text{پ ۱۲-۱})$$

توجه شود که روابط (پ ۱۱-۱) و (پ ۱۲-۱) از رابطه (پ ۱۰-۱) برای یک مقاومت ثابت استخراج شده اند. ولی در عمل روابط فوق برای نسبت دو ولتاژ یا دو جریان تعریف می شوند، مستقل از این که ولتاژها و جریان ها مربوط به یک مقاومت باشند یا نباشند، مقاومت ها برابر باشند یا نباشند، سیگنال ها تقویت شده باشند یا تضعیف شده، ... در جدول پ ۱-۲ چند مقدار بر حسب دسی بل نمایش داده شده اند.

Voltage Gain¹
Current Gain²

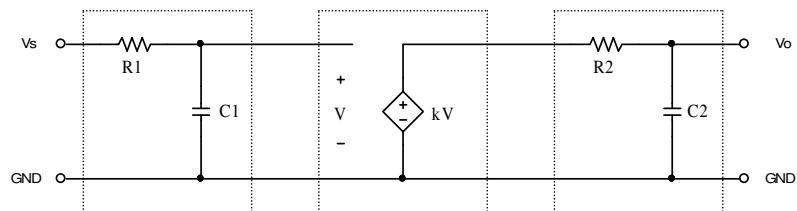
جدول پ ۱-۲ چند مثال برای تبدیل مقادیر به دسی بل

ردیف	نسبت [برابر]		A_p [dB]	A_v [dB]	A_i [dB]
1	0.0001	1E-4	-40	-80	-80
2	0.001	1E-3	-30	-60	-60
3	0.002	2E-3	-27	-54	-54
4	0.005	5E-3	-23	-46	-46
5	0.01	1E-2	-20	-40	-40
6	0.1	1E-1	-10	-20	-20
7	0.5	5E-1	-3	-6	-6
8	0.71	7.1E-1	-1.5	-3	-3
9	1	1	0	0	0
10	1.42	1.42	1.5	3	3
11	2	2	3	6	6
12	3.18	3.18	5	10	10
13	4	4	6	12	12
14	5	5	7	14	14
15	8	8	9	18	18
16	10	1E1	10	20	20
17	20	2E1	13	26	26
18	50	5E1	17	34	34
19	100	1E2	20	40	40
20	1000	1E3	30	60	60
21	10 000	1E4	40	80	80
22	100 000	1E5	50	100	100
23	1000 000	1E6	60	120	120

پیوست ۵-۱ نحوه بدست آوردن جواب‌های مدار پایین گذر درجه دوم در حالت خاص

برای بدست آوردن پاسخ فرکانسی دو مدار پایین گذر، که مانند مدار شکل پ ۷-۱ توسط یک منبع

وابسته به یک دیگر متصل شده باشند، می‌توان به ترتیب زیر عمل کرد:



شکل پ ۷-۱ دو مدار پایین گذر که توسط یک منبع وابسته به یک دیگر متصل شده اند.

مدار از سه بخش تشکیل شده است: پایین گذر $R1C1$ ، منبع وابسته به ولتاژ با بهره k و پایین گذر

$R2C2$. بنا بر این پاسخ فرکانسی مجموعه از (پ ۱۳-۱) قابل محاسبه است.

$$A(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_s(\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega C2 R2} \cdot k \cdot \frac{1}{1 + j\omega C1 R1} \quad (\text{پ ۱۳-۱})$$

اگر $R1C1 = 1/\omega_1$ و $R2C2 = 1/\omega_2 = \alpha/\omega_1$ و $\Omega = \omega/\omega_1$ در نظر گرفته شوند:

$$A(\Omega) = \frac{k}{(1 + \alpha j\Omega) \cdot (1 + j\Omega)} \quad (\text{پ ۱۴-۱})$$

و از آنجا بهره:

$$|A(\Omega)| = A = k \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2 \Omega^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \Omega^2}} = k \cdot A_2 \cdot A_1 \quad (\text{پ ۱۵-۱ الف})$$

$$\angle A(\Omega) = \varphi = -\arctan(\alpha\Omega) - \arctan(\Omega) = \varphi_2 + \varphi_1 \quad (\text{پ ۱۵-۱ ب})$$

به عبارت دیگر برای رسم نمودار بد سیستم، نمودار هر طبقه را بدست آورده آنها را با یک دیگر جمع میکنیم.

$$A[dB] = k[dB] + A_2[dB] + A_1[dB]$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

در اکثر مواقع، بیش از رسم کامل دیاگرام بد، فرکانس های حد (فرکانسی که به ازای آن دامنه به اندازه ۳ دی بی نسبت به مقدار ماکزیمم خود افت کرده است) برای ما اهمیت دارند. از (پ ۱-۱۵ الف):

$$|A(\Omega)|_{\max} = |A(\Omega = 0)| = k$$

$$|A(\Omega)|_{-3dB} = |A(\Omega_c)| = \frac{k}{\sqrt{(1 + \alpha^2 \Omega_c^2) \cdot (1 + \Omega_c^2)}} = \frac{k}{\sqrt{2}}$$

و از آنجا:

$$\frac{1}{\sqrt{(1 + \alpha^2 \Omega_c^2) \cdot (1 + \Omega_c^2)}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

به عبارت دیگر:

$$(1 + \alpha^2 \Omega_c^2) \cdot (1 + \Omega_c^2) = 2$$

$$\alpha^2 \Omega_c^4 + (1 + \alpha^2) \cdot \Omega_c^2 - 1 = 0$$

$$\Omega_c^2 = \frac{-(1 + \alpha^2) + \sqrt{(1 + \alpha^2)^2 + 4 \cdot \alpha^2}}{2 \cdot \alpha^2}$$

و بالاخره:

$$\Omega_c = \frac{\sqrt{\sqrt{(1 + \alpha^2)^2 + 4 \cdot \alpha^2} - (1 + \alpha^2)}}{\sqrt{2 \cdot \alpha}} \quad (\text{پ ۱-۱۶})$$

با توجه به این که: $R1C1 = 1/\omega_1$ ، $R2C2 = 1/\omega_2 = \alpha/\omega_1$ و $\Omega = \omega/\omega_1 = f/f_1$ در نظر

گرفته شده اند، مفهوم رابطه (پ ۱-۱۶) این است که: هر گاه دو مدار پایین گذر با فرکانس های حد f_1

و f_2 با نسبت فرکانسی $f_1/f_2 = \alpha$ توسط یک منبع وابسته، به یک دیگر وصل شوند، فرکانس حد

سیستم برابر خواهد بود با $f_c = \Omega_c \cdot f_1$. بنابراین اگر مثلاً $f_1 = f_2 = 10kHz$ باشد، $\alpha = 1$ ،

و $\Omega_c = 0.644$ و در نتیجه $f_c = 0.644 \cdot 10kHz = 6.44kHz$ خواهد بود. همچنین به ازای $f_1 = 1kHz$ و $f_2 = 10kHz$ ، $\alpha = 0.1$ ، $\Omega_c = 0.990$ ، در نتیجه $f_c = 0.99 \cdot 1kHz = 990Hz \approx f_1$. به همین ترتیب اگر $f_1 = 10kHz$ و $f_2 = 1kHz$ باشد، $\alpha = 10$ ، $\Omega_c = 0.099$ بوده، $f_c = 0.099 \cdot 10kHz = 990Hz \approx f_2$ از (پ ۱-۱۶) و مثال‌های فوق نتیجه می‌گیریم که به ازای $\alpha \ll 1$ ، $f_c \approx f_1$ و به ازای $\alpha \gg 1$ ، $f_c \approx f_2$ خواهد بود. یعنی هرگاه دو مدار پایین گذر توسط یک منبع وابسته از یک دیگر جدا شده باشند، در صورتی که فرکانس حد یکی خیلی کوچکتر از فرکانس حد دیگری باشد، فرکانس حد مجموعه، تقریباً برابر با فرکانس حد کوچکتر است. در جدول پ ۱-۳ فرکانس حد مجموعه دو پایین گذر برای چند مقدار α ذکر شده است. در این جدول فرکانس حد پایین گذر کوچکتر f_1 نامیده شده است، لذا $\alpha \leq 1$ خواهد بود. در این جدول میزان خطای فرکانس حد سیستم - ناشی از برابر فرض کردن آن با فرکانس حد پایین گذر کوچکتر $(E_{rel}(f_c) = (f_1 - f_c)/f_c)$ - نیز ذکر شده است. بالا خره در ردیف آخر میزان کاهش بهره در فرکانس $f = f_1$ محاسبه شده است.

جدول پ ۱-۳ وابستگی دقت محاسباتی به مقدار α

α	1/100	1/50	1/20	1/10	1/5	1/3	1/2	1
f_2/f_1	100	50	20	10	5	3	2	1
f_c/f_1	0.9998	0.9996	0.9975	0.990	0.964	0.912	0.838	0.644
$E_{rel}(f_c) [\%]$	0.0171	0.0435	0.2505	0.986	3.79	9.70	19.4	55.4
$ A(\Omega = 1) [dB]$	-3.011	-3.012	-3.021	-3.05	-3.18	-3.47	-3.98	-6.02

مطالب فوق الذکر - منجمله مقادیر جدول - در مورد دو بالا گذر که توسط یک منبع وابسته از هم جدا شده اند نیز صادق است؛ فقط باید توجه شود که جای f_1 و f_2 با هم عوض می‌شود.

پیوست ۱-۶ نحوه محاسبه مقاومت دینامیکی دیود:

از رابطه (۱-۹۶) و با توجه به این که وقتی دیود در جهت مستقیم بایاس شده است $v_D \gg n \cdot V_T$

بوده (چرا؟) نتیجه می دهد:

$$i_D \approx I_s \left(e^{v_D/nV_T} - 1 \right) \quad (۱-۹۶)$$

$$i_D \approx I_s \cdot e^{v_D/nV_T} \quad (۱۷-۱)$$

لذا:

$$\left. \frac{\partial i_D}{\partial v_D} \right|_{I_D} \approx \frac{1}{n \cdot V_T} I_s \cdot e^{v_D/nV_T} \approx \frac{I_D}{n \cdot V_T} \quad (۱۸-۱)$$

به عبارت دیگر:

$$r_d = \left. \frac{\partial v_D}{\partial i_D} \right|_{I_D} = \left(\left. \frac{\partial i_D}{\partial v_D} \right|_{I_D} \right)^{-1} \approx \frac{n \cdot V_T}{I_D} \quad (۱۹-۱)$$

در روابط فوق: r_d مقاومت دینامیکی دیود، I_D جریان گذرنده از دیود و V_D افت ولتاژ دو سر دیود در

نقطه کار، v_D و i_D به ترتیب، ولتاژ لحظه‌ای (متغیر) و جریان لحظه‌ای (تابع) دیود، V_T ، n و I_s

پارامترهای آن (منحنی مشخصه شکل ۱-۵۶ ب به عبارت دیگر رابطه (۱-۹۶)) می باشند.

حال می خواهیم محدوده مجاز محاسبات را بدست آوریم. از (۱۷-۱) و با توجه به این که:

$$i_D = I_D + i_d, \quad v_D = V_D + v_d \quad (۲۰-۱)$$

حاصل می شود:

$$I_D \approx I_s e^{V_D/nV_T} \quad (۲۱-۱)$$

و:

$$i_D \approx I_s e^{(V_D + v_d)/nV_T} \quad (\text{پ ۱-۲۲})$$

به عبارت دیگر:

$$i_D = I_s e^{V_D/nV_T} \cdot e^{v_d/nV_T} = I_D e^{v_d/nV_T} \quad (\text{پ ۱-۲۳})$$

از دروس ریاضی آموخته‌ایم (سری تیلر^۱) که:

$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \dots + \frac{1}{n!}x^n + \dots \quad (\text{پ ۱-۲۴})$$

اگر دامنه سیگنال باندازه کافی کوچک باشد، به عبارت دیگر: $\frac{V_d}{nV_T} \ll 1$ از (پ ۱-۲۴) و جانشینی

$\frac{V_d}{nV_T} = x$ ، رابطه (پ ۱-۲۳) به صورت:

$$e^x \approx 1 + x \Rightarrow i_D \approx I_D \left(1 + \frac{v_d}{nV_T} \right) \quad (\text{پ ۱-۲۵})$$

حاصل می‌شود. این رابطه "تقریب علائم کوچک"^۲ دیود است. محدوده اعتبار این مدل خطی به میزان خطای مجاز بر میگردد.

محاسبه خطا: بنا به تعریف:

$$y = e^x \quad \text{مقدار واقعی:}$$

$$y' = (1+x) \quad \text{مقدار تقریب زده شده:}$$

$$E_r = \frac{y' - y}{y} \quad \text{خطای نسبی:}$$

از آنجا:

Taylor - Series¹
Small Signal Approximation²

$$E_r = \frac{1+x-e^x}{e^x}$$

(پ ۱-۲۶)

در جدول پ ۱-۴ مقدار خطا برای چند مقدار مختلف x به عبارت دیگر دامنه سیگنال به ازای

$n \cdot V_T = 25mV$ ، نمایش داده شده است:

جدول پ ۱-۴ رابطه بین دامنه سیگنال و میزان خطا در مدل خطی دیود

x [1]	0.02	0.05	0.1	0.2	0.4	0.5	1
V_d ($nV_T = 25mV$) [mV_p]	0.5	1.25	2.5	5	10	12.5	25
E_r [%]	-0.02	-0.12	-0.47	-1.75	-6.2	-9.0	-26.4

با توجه به این که $x = \frac{v_d}{n \cdot V_T}$ ، با فرض $n \cdot V_T = 25mV$ ، اگر دامنه سیگنال $V_d < 13mV$ باشد خطای

محاسباتی کمتر از ۱۰٪ حاصل می‌شود. خطای سیگنال‌های با دامنه کمتر از ۴ میلی‌ولت کمتر از حدود

۱٪ خواهد بود بنابراین عملاً، چون خطاهای حدود ۵٪ در الکترونیک مجاز است، معمولاً مدل دیود را

برای سیگنال‌های با دامنه کمتر از ۱۰ میلی‌ولت می‌توان خطی (یک مقاومت) در نظر گرفت.

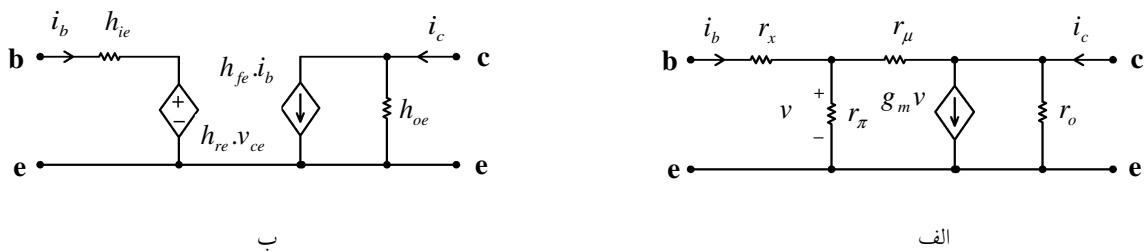
توجه شود که خطای ناشی از تقریب خطی دیود، همواره منفی است، بعبارت دیگر مقدار محاسبه شده

بکمک مدل خطی دیود همواره کمتر از مقدار واقعی (تابع نمایی) است! (چرا؟)

پیوست ۷-۱ مدل های ترانزیستور

در ترانزیستور واقعی بعلت ارتباطی که بین خروجی (C) و ورودی (B) وجود دارد (دیود CB در جهت معکوس)، سیگنال خروجی به ورودی نیز اثر میکنند. به همین دلیل می توان مدل های مختلفی برای ترانزیستور - بعنوان یک چهار قطبی - در نظر گرفت. متداولترین مدل های علایم کوچک ترانزیستور، مدل های h ، $h-\pi$ ، Z ، Y ، T ، S ... نام دارند. در محدوده فرکانس پایین - در گذشته و در اکثر کاتالوگ های ترانزیستور - مدل h و امروزه در بیشتر کتاب های درسی مدل $h-\pi$ به کار برده میشود.

شکل پ ۸-۱ الف مدل ساده شده $h-\pi$ را برای فرکانس های پایین نمایش میدهد. در فرکانس های بالا اثرات سلفی، و به خصوص خازنی نیز در نظر گرفته می شوند (ر.ک. به دروس الکترونیک پیشرفته تر).



شکل پ ۸-۱ مدار معادل علائم کوچک ترانزیستور در ناحیه فعال، الف- مدل $h-\pi$ ب- مدل h

در این مدل برای ترانزیستورهای معمولی: $r_x \cong 10 \cdot 10^3 \cdot 50 \Omega$ بوده در مقایسه با مقدار سایر مقاومتها

قابل اغماض است. r_π در حقیقت همان مقاومت دینامیکی دیود BE است بنابراین:

$$r_{be} \approx r_{\pi} = \frac{n \cdot V_T}{I_B} = \beta \frac{n \cdot V_T}{I_C} \quad (\text{پ ۲۷-۱})$$

r_o مقاومت خروجی ترانزیستور نام دارد و عکس شیب منحنی خروجی ترانزیستور در نقطه کار

است بنابراین:

$$r_{ce} = r_o \equiv \left. \frac{\partial v_{CE}}{\partial i_C} \right|_{I_C} = \frac{V_A}{\beta_F \cdot I_B} = \frac{V_A + V_{CE}}{I_C} \approx \frac{V_A}{I_C} \quad (\text{پ ۲۸-۱})$$

r_{μ} بستگی به ساختمان داخلی (ابعاد هندسی و میزان ناخالصی) ترانزیستور دارد و مقدار آن از

رابطه:

$$r_{\mu} = K \cdot \beta \cdot r_o, \quad K = 1 \dots 10 \quad (\text{پ ۲۹-۱})$$

قابل محاسبه است. در اکثر مواقع بعلت بزرگی مقدار r_{μ} ، از اثر آن صرفنظر می‌شود. در صورتی که در

مداری مقاومت بار خیلی بزرگ باشد، مقدار r_{μ} می‌تواند در محاسبه مشخصات مدار تأثیر بگذارد، در

این حالت اگر در مسئله مقدار K ذکر نشده باشد، $K = 1$ فرض می‌شود (در *PSpice*، $r_{\mu} \rightarrow \infty$).

g_m شیب ترانزیستور نام دارد و در حقیقت ترانسانسی آن است.

$$g_m \equiv \left. \frac{\partial i_C}{\partial v_{BE}} \right|_{I_C} \approx \frac{i_c}{i_b \cdot r_{\pi}} = \frac{\beta}{r_{\pi}} = \frac{\beta}{n \cdot V_T / I_B} = \frac{I_C}{n \cdot V_T} \quad (\text{پ ۳۰-۱})$$

شکل پ ۱-۸ ب مدل ساده شده h را برای فرکانس های پایین نمایش می‌دهد. برای فرکانس های

پایین پارامترهای h با مقادیر حقیقی بیان می‌شوند. در فرکانس های بالا پارامترهای h با مقادیر مختلط

(به عبارت دیگر امپدانس ها یا ادمیتانس ها) بیان می‌شوند.

مدل h یک چهار قطبی در حالت کلی طبق ماتریس h بیان می‌شود:

$$\begin{pmatrix} v_i \\ i_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_i \\ v_o \end{pmatrix} \quad (\text{پ ۳۱-۱})$$

که برای یک ترانزیستور در مدار آمیتر مشترک به صورت:

$$\begin{pmatrix} v_{be} \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11e} & h_{12e} \\ h_{21e} & h_{22e} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_b \\ v_{ce} \end{pmatrix} \quad (\text{پ ۱-۳۲})$$

به عبارت دیگر:

$$\begin{cases} v_{be} = h_{11e} \cdot i_b + h_{12e} \cdot v_{ce} \\ i_c = h_{21e} \cdot i_b + h_{22e} \cdot v_{ce} \end{cases} \quad (\text{پ ۱-۳۳})$$

در می آید. برای مفهوم تر شدن - همانطور که به زودی دلیل آنرا ذکر خواهیم کرد - اغلب اوقات به جای اندیس های عددی، مانند (پ ۱-۳۴) از اندیس های حرفی استفاده می شود.

$$\begin{cases} v_{be} = h_{ie} \cdot i_b + h_{re} \cdot v_{ce} \\ i_c = h_{fe} \cdot i_b + h_{oe} \cdot v_{ce} \end{cases} \quad (\text{پ ۱-۳۴})$$

با مقایسه دو مدل در شکل پ ۱-۸ و استفاده از روابط (پ ۱-۳۳) و (پ ۱-۳۴) نتیجه می شود:

$$h_{ie} = h_{11e} \equiv \left. \frac{v_{be}}{i_b} \right|_{v_{ce}=0} \approx r_{\pi} \quad (\text{پ ۱-۳۵})$$

$$h_{re} = h_{12e} \equiv \left. \frac{v_{be}}{v_{ce}} \right|_{i_b=0} \approx \frac{r_{\pi}}{r_{\pi} + r_{\mu}} \approx \frac{r_{\pi}}{r_{\mu}} \quad (\text{پ ۱-۳۶})$$

$$h_{fe} = h_{21e} \equiv \left. \frac{i_c}{i_b} \right|_{v_{ce}=0} = \beta \quad (\text{پ ۱-۳۷})$$

$$h_{oe} = h_{22e} \equiv \left. \frac{i_c}{v_{ce}} \right|_{i_b=0} = \frac{1}{r_o} \quad (\text{پ ۱-۳۸})$$

چنان که از روابط فوق نتیجه می شود:

- h_{11} نسبت دو کمیت ورودی است، به همین دلیل آنرا با h_i نمایش می دهند

($i \equiv input$). در این حالت این مقدار معادل مقاومت ورودی است.

- h_{12} مبین اثر کمیت خروجی بر کمیت ورودی است، به همین دلیل آنرا با h_r

نمایش می دهند ($r \equiv reverse$) این کمیت مبین مقدار بهره معکوس است.

- h_{21} مبین اثر کمیت ورودی بر کمیت خروجی است، به همین دلیل آنرا با h_f

نمایش می دهند ($f \equiv forward$). این کمیت مبین مقدار بهره مستقیم است.

- h_{22} نسبت دو کمیت خروجی است، به همین دلیل آنرا با h_o نمایش می دهند

($o \equiv output$). در این حالت این مقدار معادل رسانایی خروجی است.

با توجه به مطالب فوق نتیجه میشود که برای یک ترانزیستور خاص پارامترهای آن عمدتاً توسط

جریان نقطه کار مشخص می شوند. مقادیر نمونه برای یک ترانزیستور معمولی: $\beta = 100$ ، $n = 1$ ،

$V_T = 25mV$ و $V_A = 100V$ فرض می شوند. در این صورت با انتخاب $I_C = 1mA$ ، پارامترهای

دینامیکی این ترانزیستور:

$$g_m \approx 40mA/V , \quad r_\pi \approx 2.5k\Omega , \quad r_o \approx 100k\Omega , \quad r_\mu \approx 10M\Omega$$

$$h_{fe} = 100 , \quad h_{ie} \approx 2.5k\Omega , \quad h_{oe} \approx 10\mu A/V , \quad h_{re} \approx 25 \times 10^{-5}$$

بدست می آید.

- [1] Die galvanische Kette : mathematisch bearbeitet (The Galvanic Circuit Investigated Mathematically) Berlin, Riemann, 1827, 245 S, graph. Darst.
- [2] O'Connor, John J; Edmund F. Robertson "Gustav Kirchhoff", MacTutor History of Mathematics archive.
- [3] Eric W. Weisstein, Kirchhof, Gustav (1824-1887) at ScienceWorld.
- [4] <http://en.wikipedia.org>
- [5] Norton's theorem - Wikipedia, the free encyclopedia.mht
- [6] http://en.wikipedia.org/wiki/Miller's_theorem.htm
- [7] http://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_series#Historical_development